

## Úloha 4: Kvantový fraktál.

Termín odevzdání: 6. prosince

Uvažujte trojúhelník  $T_1$  z kvantových teček jako na obrázku dole, v němž je pohyb elektronu popsaný hamiltoniánem

$$\hat{H} = \hbar\omega (|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) + h.c.,$$

kde  $\omega$  je reálná konstanta a symbol  $h.c.$  znamená člen hermitovsky sdružený k předchozímu výrazu. Najděte:

1. Pravděpodobnost  $p_1(t)$ , naléz elektron v čase  $t$  v tečce  $|1\rangle$ , pokud byl v čase  $t = 0$  připraven ve stavu  $|\psi\rangle = |1\rangle$  (3body).
2. Pravděpodobnost  $p_1(t)$ , za předpokladu, že systém byl v čase  $t = 0$  připraven ve stavu  $|\psi\rangle = |1\rangle$ , ihned na něm bylo provedeno měření energie a pak byl ponechán samovolnému časovému vývoji bez dalšího zásahu (3body).
3. Nějakou zachovávající se veličinu, která není násobkem  $H$  ani jednotkového operátoru ani jejich lineární kombinací (2body).
4. Nějakou zachovávající se veličinu pro větší trojúhelník  $T_2$  (2body).

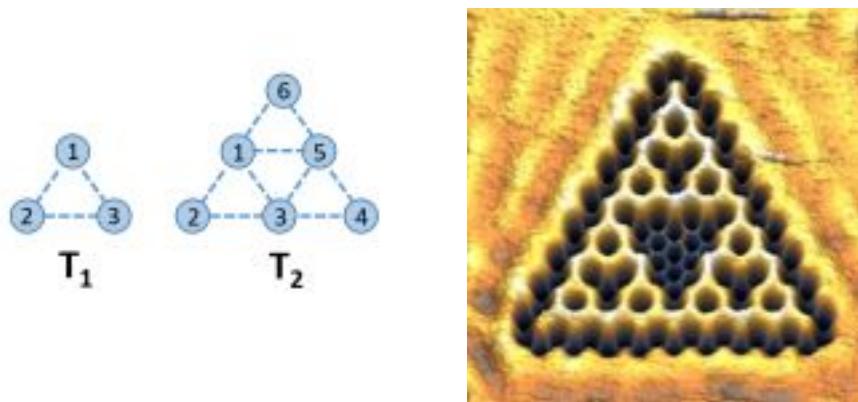


Schéma fraktálu z kvantových teček rádu 1 (vlevo), 2 (uprostřed) a obrázek reálné nanostruktury rádu 3 (vpravo).

<https://www.sciencenews.org/article/physicists-wrangle-electrons-quantum-fractal>