

Cvičení 2: Stacionární poruchová teorie.

Motivace: Praktické použití poruchové teorie, vlastnosti korekcí a srovnání s přesnými řešeními.

Úloha 1 - LHO v poli konstantní síly

Lineární harmonický oscilátor s hamiltoniánem

$$\hat{H}_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

je vystaven působení síly konstantní velikosti s potenciálem $V(x) = \lambda x$, kde λ je reálná konstanta.

- a) Započtete tento člen poruchově a nalezněte korekci energie do druhého řádu v λ .
- b) Nalezněte přesné řešení porušeného problému a srovnajte s předchozím výpočtem. Co vás překvapí? Zdůvodněte.
- c) Nalezněte korekci vlnové funkce do prvního řádu a pokuste se je srovnat s přesnými.

Poznámka: Pro výpočty použijte formalismu kreačních a anihilačních operátorů.

Úloha 2 - porucha ve dvoustavovém systému

V dvouhladinovém systému mějme operátory

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}_1 = \begin{pmatrix} 0 & v \\ v^* & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Najděte přesně vlastní energie pro hamiltonián $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$.
- b) Uvažujete $\hat{H}_1$ jako malou poruchu k $\hat{H}_0$ a najděte energie do 2.řádu poruchové teorie.
- c) Totéž, ale pomocí Brillouine-Wignerovy teorie.
- d) Diskutujte výsledky a porovnejte poruchová řešení s přesným.

Úloha 3 - 2D nekonečně hluboká jáma s poruchou

Mějme částici ve dvourozměrné nekonečně hluboké potenciálové jámě, potenciálem $V(x, y) = 0$ pro $(x, y) \in \langle 0, L \rangle \times \langle 0, L \rangle$ a $V = \infty$ pro ostatní (x, y) . Nalezněte energie a vlnové funkce pro dvě nejnižší hladiny. Najděte opravu energií těchto stavů v prvním řádu poruchové teorie, pokud přidáme potenciál $V_1(x, y) = \lambda xy$.