

Cvičení 7: Nerozlišitelné částice.

Motivace: Symetrizační postulát a jeho důsledky na spektrum. Role spinu.

Dvě částice v jámě interagující spinem

Dva identické nerozlišitelné bosony se spinem 1 jsou zachyceny v potenciálové jámě popsané harmonickým potenciálem s vlastní úhlovou frekvencí ω a jejich vzájemná interakce je dána skalárním součinem jejich spinů. Uvažujme tedy hamiltonián systému ve tvaru

$$\hat{H} = \hat{h}^{(1)} + \hat{h}^{(2)} + \frac{\lambda}{\hbar} \vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)},$$

kde $\hat{h}^{(1)} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$ je hamiltonián pro částici 1 v harmonickém potenciálu a stejný tvar má i $\hat{h}^{(2)}$ ovšem působící na částici 2. Najděte energie 9 nejnižších stacionárních stavů a určete jejich stupeň degenerace. Předpokládejte, že interakční konstanta $\lambda > 0$ je malá $\lambda \ll \omega$. Porovnejte výsledky s případem, kdy by částice byly rozlišitelné, uvědomte si tak, že platnost symetrizačního postulátu je experimentálně ověřitelná.

Nápověda: Hamiltonián je součtem spinové a prostorové části. Vlnovou funkci tedy lze hledat ve tvaru součinu spinové a prostorové části, při čemž spinová část diagonalizuje interakční člen $\vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)}$.

Izotopické varianty molekuly vodíku (a orto/para-vodík)

Viz DU 3 z roku 2011.