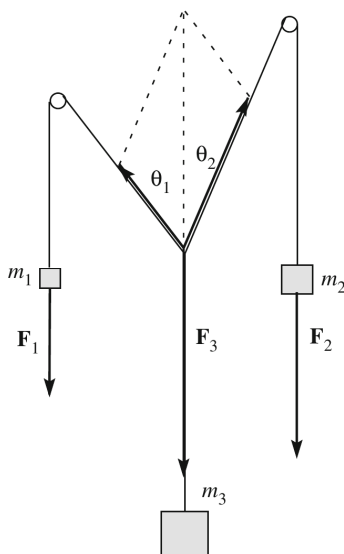


# Úlohy pro samostudium – I

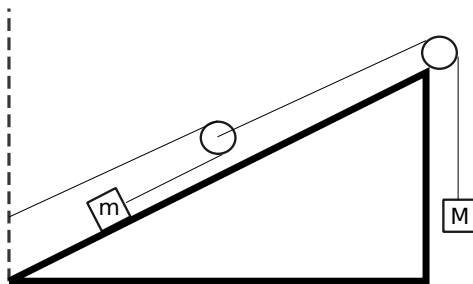
## Úloha č. 1

Soustava tří závaží na obrázku se nachází v homogenním gravitačním poli a je ve statické rovnováze (výsledné síly působící na jednotlivá závaží jsou nulové a závaží se nepohybují). Znáte-li hmotnosti  $m_i$ , najděte rovnice pro úhly  $\theta_1$  a  $\theta_2$ .



## Úloha č. 2

Pro soustavu kladek a závaží na obrázku určete zrychlení závaží  $M$  (čárkovaná čára značí stěnu, ke které je jedním koncem upevněno vlákno držící závaží  $m$ ). Sklon nakloněné roviny je  $\alpha$ , tíhové zrychlení  $g$ . Vlákna a kladky považujte za nehmotné, dissipativní síly zanedbejte.



*Návod: Najděte všechny síly, které působí na jednotlivá závaží a volnou kladku. Napište pro tato tělesa pohybové rovnice (2. Newtonův zákon). Najděte rovnice, které svazují polohy/rychlosti/zrychlení jednotlivých těles (neměnné délky vláken svazují polohy závaží a volné kladky; dvojím derivováním podle času získáte rovnice svazující zrychlení těles). Následně z těchto rovnic můžete vyloučit neznámá napětí vláken a nalézt rovnici pro zrychlení  $M$ .*

*Bonus: Napište zákon zachování energie (celý systém se nachází v homogenním gravitačním poli s potenciální energií  $U(h) = \mu gh$ , kde  $\mu$  je hmotnost tělesa a  $h$  je výška tělesa např. nad*

podstavou nakloněné roviny). Pomocí dříve nalezené rovnice svazující polohy a rychlosti těles  $M$  a  $m$  vyjádřete tento zákon zachování jen pomocí polohy a rychlosti tělesa  $M$ . Zderivujte výslednou rovnici podle času – měli byste dostat stejnou rovnici pro zrychlení závaží  $M$ , jen přenásobenou jeho rychlostí. Který postup je snazší?

### Úloha č. 3

Kosmický cestovatel se chystá k odletu na Měsíc. Má s sebou pružinové váhy a závaží  $A$  o hmotnosti 1 kg (kterou ukazují jeho váhy na povrchu Země). Cestovatel přistane na měsíčním povrchu, kde tíhové zrychlení přesně nezná. Ví ale, že je přibližně šestkrát menší než na Zemi. Najde kámen  $B$ , který podle jeho vah váží 1 kg (*ovšem na Měsíci!*). Potom závaží  $A$  a kámen  $B$  zavěsí pomocí nehmotného vlákna přes nehmotnou kladku (jako na Atwoodově padostroji) a zjistí, že kámen  $B$  klesá se zrychlením  $1,2 \text{ ms}^{-2}$ . Kolik by vážil kámen  $B$  na Zemi?

Viz např. [https://en.wikipedia.org/wiki/Atwood\\_machine](https://en.wikipedia.org/wiki/Atwood_machine)

### Úloha č. 4

Na kulovou dešťovou kapku o poloměru  $a$  pohybující se rychlostí  $v$  působí odpor vzduchu silou  $F_o = C_1av + C_2a^2v^2$  se součiniteli  $C_1 = 3.1 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a  $C_2 = 0.87 \text{ kg m}^{-3}$ . Představte si, že dvě kulové kapky (jedna s poloměrem  $a_1 = 0.1 \text{ mm}$  a druhá s poloměrem  $a_2 = 1 \text{ mm}$ ) padají s nulovou počáteční rychlostí v homogenním gravitačním poli  $g$ . Na jakých mezních hodnotách se rychlosti kapek ustálí? Který z příspěvků odporové síly je pro jednotlivé kapky dominantní? Jaké chyby v určení rychlosti se dopustíme, pokud menší z příspěvků zcela zanedbáme?

### Úloha č. 5

Malé závaží hmotnosti  $m$  je pomocí vlákna zavěšeno ze stropu vagónu, který se pohybuje se zrychlením  $a$ . Pod jakým úhlem bude vlákno v rovnovážné poloze vychýleno? Jaké je napětí ve vlákně?

### Úloha č. 6

Těžiště automobilu o hmotnosti 1600 kg se nachází uprostřed mezi koly a 0.7 m nad vozovkou. Vzdálenost přední a zadní nápravy je 2.6 m. Jaké je minimální zrychlení automobilu, aby se přední kola začala zvedat nad vozovku? Pokud automobil brzdí se zrychlením/zpomalením  $a$ , jaká je normálová síla na předních a jaká na zadních kolech?

### Úloha č. 7

Najděte rozdíl mezi tíhovou silou na pólu a na rovníku za předpokladu, že je Země dokonale sférická. Tíhová síla je definována jako součet gravitační a odstředivé síly a definuje svislici na daném místě (kam míří *olovnice*).