

# Domácí úkol č. 1

Zadáno: 21.10.2016

Odevzdat do: 11.11.2016

## Operátor $\nabla$

1. Tvar kopce jako funkce severní šířky  $x$  a východní délky  $y$  je popsán funkcí

$$h(x, y) = 10(2xy - 3x^2 - 4y^2 - 18x + 28y + 12).$$

Najděte

- a) výšku kopce a polohu vrcholu,
  - b) bod s nejprudším sklonem svahu.
2. Najděte netriviální vektorové pole  $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$ , splňující  $\nabla \times \vec{v} = \vec{0}$  a  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  všude. Netriviální znamená, že alespoň jedna složka pole musí být alespoň kvadratickou funkcí proměnných  $x, y, z$  ( $x^2, xy, \dots$ )
  3. Pro krychli s dostatečně krátkou hranou ukažte platnost vztahu

$$\oint_{\partial V} \vec{v} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{v} dV,$$

kde  $\partial V$  je povrch objemu  $V$  a  $d\vec{S}$  je element orientované plochy (ve směru vnější normály).

## Elektrické pole

1. Intenzita elektrického pole je

$$\vec{E} = kr^2\vec{r},$$

kde  $\vec{r}$  je polohový vektor,  $r$  jeho velikost a  $k$  je reálná konstanta. Najděte:

- a) nábojovou hustotu v prostoru,
- b) celkový náboj uzavřený v kouli o poloměru  $R$  se středem v počátku.