Adiabata vs isoterma v p-V diagramu

$$\boxed{-\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} > -\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T}$$

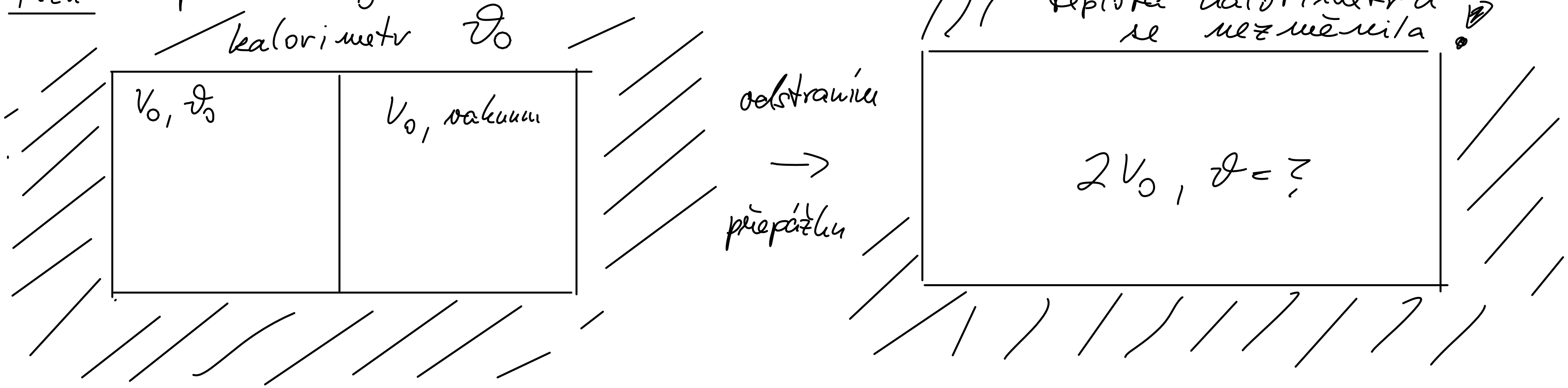
- $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad}$ je trochu ohýbání notace, lépe $\left.\frac{dp}{dV}\right)_{ad}$ pro $p=p(V)$

- ~~toto~~ nahlédneme úvahou:
  - $V \nearrow \Rightarrow p \downarrow$
  - plyn koná práci $\Rightarrow$ při adiabatické izolaci je také $V\nearrow \Rightarrow U\downarrow$
  - Joule: $U = U(\vartheta)$: $U\downarrow \Rightarrow \vartheta\downarrow$
  - jsme-li na izotermě, potom $\vartheta = \text{konst} \Rightarrow U = \text{konst} \Rightarrow$ plyn konající práci musí přijímat teplo

    $\Rightarrow$ tlak klesá pomaleji než po adiabatě, po které plyn navíc i chladne
- později budeme umět tuto relaci ukázat obecně, dokonce najdeme explicitně poměr těchto derivací, zatím k tomu ale nemáme potřebné nástroje

(viz Fermi str. 22)

Pozn: • pro id. plyn $U(\vartheta, V) = U(\vartheta) \Leftarrow \left(\frac{\partial u}{\partial V}\right)_\vartheta = 0$



Carnotův cyklus pro id. plyn

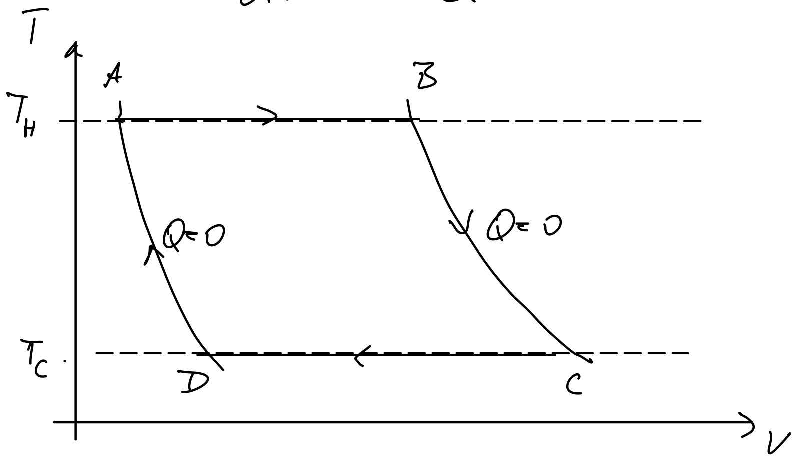
- $pV = Nk_BT$
  $U = U(T)$
- zatím bych měl psát ϑ místo T, chci ale ukázat, že stav. rovnice id. plynu obsahuje abs. teplotu

- jak vypadá adiabata ve V–T diagramu?

$$dQ = 0 = dU + pdV = \frac{dU}{dT}dT + p(T,V)dV = \boxed{\frac{dU}{dT}dT + \frac{Nk_BT}{V}dV = 0}$$

- obecně zatím $\frac{dU}{dT} = C(T)dT$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dV} = -\frac{Nk_BT}{C(T)V} \quad \Rightarrow \text{pro nekonst. } C(T) \text{ neumím integrovat}$$



- $A \Rightarrow B$ … $U = \text{konst} \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB}$

$$W_{AB} = -\int_A^B p\,dV = -\int_{V_A}^{V_B} \frac{Nk_BT_H}{V}dV = -Nk_BT_H \log\frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow Q_{AB} = Nk_BT_H \log\frac{V_B}{V_A} > 0$$

- $B \to C$ … adiabata $\Rightarrow Q_{BC} = 0$

- $C \to D$: izoterma $T_C \Rightarrow Q_{CD} = Nk_BT_C \log\frac{V_D}{V_C} < 0$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{T_C}{T_H}\frac{\log\frac{V_D}{V_C}}{\log\frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}\left[\frac{\log\frac{V_C}{V_D}}{\log\frac{V_B}{V_A}}\right]$$

- co umíme říci o poměrech $\frac{V_C}{V_D}$ a $\frac{V_B}{V_A}$?
  - B, C a A, D leží na dvou adiabatách, ovšem "ve stejné vzdálenosti"
  - rovnice adiabaty je $\frac{dT}{dV} = -\frac{Nk_BT}{C(T)V}$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{C(T)}{Nk_BT}dT \Rightarrow \log V = f(T) \Rightarrow V = K e^{f(T)}$$

tato konstanta vybírá konkr. adiabatu

$$\Rightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{K_{BC}}{K_{AD}} \frac{e^{f(T_C)}}{e^{f(T_C)}} = \frac{K_{BC}}{K_{AD}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{K_{BC}\, e^{f(T_H)}}{K_{AD}\, e^{f(T_H)}} = \frac{K_{BC}}{K_{AD}}$$

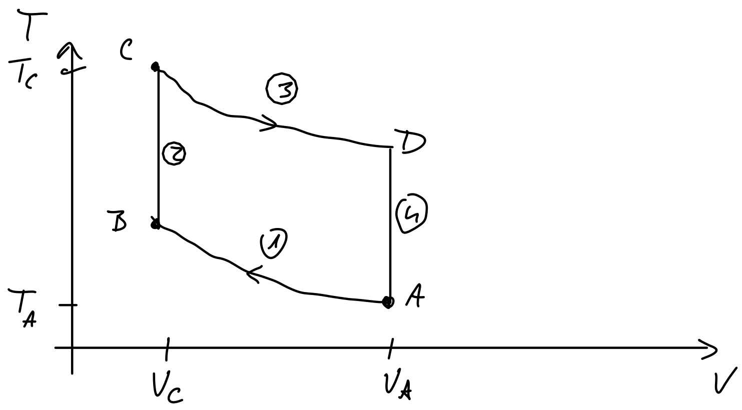
$\Rightarrow$ faktory $\log\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$ a $\log\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$ se zkrátí

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$\Rightarrow$ teplota ve stavové rovnici id. plynu je absolutní

Ottův cyklus (zážehový motor)

• adiabatické stlačení → izochorické zahřátí (hoření paliva) → adiabat. rozpínání → izochorické ochlazení (výfuk → sání)



• známe V_A, T_A & V_C, T_C

• zajímá nás účinnost jako funkce $\frac{V_C}{V_A} \equiv \epsilon$ (kompresní poměr)

$\eta = 1 - \epsilon^{1/c}$

• $pV = Nk_BT$ & $U = cNk_BT$

nechť jsme již proměřili $C(T) = $ konst...

$Q_{IN} > 0$ ... teplo teče dovnitř

$Q_{OUT} < 0$ ... teplo teče ven

• strategie: $\eta = 1 - \frac{|Q_{OUT}|}{Q_{IN}}$

Obecně je lepší ta strategie, kde se méně integruje a potřebné Q, W lze vyjádřit z rozdílu stav. proměnných: např. práce po izobaře je $W = p\Delta V, \dots$

0, dopočítat chybějící stavy (V_B, T_B) & (V_D, T_D)

⇒ 1, spočítat Q_i pro ∀ úseky

2, rozhodnout, co je Q_{IN} a co Q_{out} ⇒ $\eta = \dots$

• alternativně: $\eta = \frac{|W|}{Q_{IN}}$ ⇒ 0, jako výše

1, spočítat Q_i pouze pro úseky, kde teče dovnitř ⇒ Q_{IN}

2, spočítat práci pro ∀ úseky a $W = \sum W_i$ (bez ohledu na znaménko!)

ad 0) - stavy B, D jsou určeny průsečíky příslušných izochor a adiabat