# Domácí úkol č. 1

Zadáno: 27.2.2020 **Odevzdat do: 11.3.2020**

## 1 Tržby v obchodě

Uvažujme následující jednoduchý model denních tržeb $Y$ v obchodě:

Do obchodu přijde každý den $k$ zákazníků, kde $k$ je rozděleno poissonovsky se střední hodnotou $\lambda$. Každý ze zákazníků nezávisle na sobě utratí částku $X_i$. Útrata žen je rozdělena exponenciálně s parametrem $\mu$, útrata mužů je rozdělena normálně se stejnou střední hodnotou i kvadratickým rozptylem jako útrata žen. (Ano, nějaký ten „normálně se chovající“ muž obchod čas od času i vykrade… anebo možná jen vrátí lahve.). Pravděpodobnost, že zákazník je žena, je $p$.

Určete průměrnou denní tržbu $\langle Y \rangle$ a její rozptyl $\sigma = \sqrt{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}$.

**Poissonovské rozdělení**

$$p(k;\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda}, \qquad k \in \{0, 1, \dots, \infty\},\ \lambda > 0$$

**Exponenciální rozdělení**

$$f(x;\mu) = \mu\,\mathrm{e}^{-\mu x}, \qquad x \in [0, \infty),\ \mu > 0$$

**Normální rozdělení**

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \qquad x \in (-\infty, \infty)$$

## 2 Cauchyho rozdělení

Pomocí vhodnéh generátoru (pseudo)náhodných čísel vygenerujte velké množství náhodných čísel s hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\gamma}{x^2 + \gamma^2} \qquad \gamma > 0$$

a pokuste se určit střední kvadratický rozptyl $\sigma^2$. Pokuste se o totéž numerickou simulací a aplikací centrální limitní věty na náhodnou proměnnou

$$S = \frac{X_1 + \dots X_n}{n},$$

kde jednotlivé *nezávislé* proměnné jsou rozděleny cauchyovsky.

*S řešením zašlete také funkční kód v nějakém běžně dostupném programovacím jazyce.*