

## Výpočet hustoty ze zadaného potenciálu

Potenciál podle Kvasnica úloha 11 str 330

In[8]:=  $\Phi = q / (4 \text{ Pi } \epsilon a) (1 + a / r) \text{ Exp}[-2 r / a]$

$$\text{Out[8]} = \frac{e^{-\frac{2r}{a}} q \left(1 + \frac{a}{r}\right)}{4 a \pi \epsilon}$$

Radiální složka elektrického pole

In[15]:=  $\mathcal{E} = -\text{D}[\Phi, r] // \text{Simplify}$

$$\text{Out[15]} = \frac{e^{-\frac{2r}{a}} q (a^2 + 2 a r + 2 r^2)}{4 a^2 \pi r^2 \epsilon}$$

Nábojová hustota  $\rho = \epsilon \text{ div } \mathbf{E}$

In[16]:=  $\rho = \epsilon \text{D}[\mathcal{E} r^2, r] / r^2 // \text{Simplify}$

$$\text{Out[16]} = -\frac{e^{-\frac{2r}{a}} q}{a^3 \pi}$$

Celkový náboj  $Q = \int \rho dV$

In[17]:=  $\text{Integrate}[4 \text{ Pi } r^2 \rho, \{r, 0, \text{Infinity}\}] // \text{Simplify}$

$$\text{Out[17]} = -q \text{ if } \text{Re}[a] > 0$$

Jenže potenciál se nechová jako  $\sim 1/r$

In[19]:=  $\text{Limit}[\Phi r, r \rightarrow \text{Infinity}]$

$$\text{Out[19]} = 0 \text{ if } \left(q \mid \frac{1}{\epsilon}\right) \in \mathbb{R} \ \&\& \ a > 0$$

Ovšemže, v počátku totiž sídlí náboj  $+q$  kompenzující  $\rho$

In[20]:=  $\text{Series}[\Phi, \{r, 0, 3\}]$

$$\text{Out[20]} = \frac{q}{4 \pi \epsilon r} - \frac{q}{4 (a \pi \epsilon)} + \frac{q r^2}{6 a^3 \pi \epsilon} - \frac{q r^3}{6 (a^4 \pi \epsilon)} + O[r]^4$$