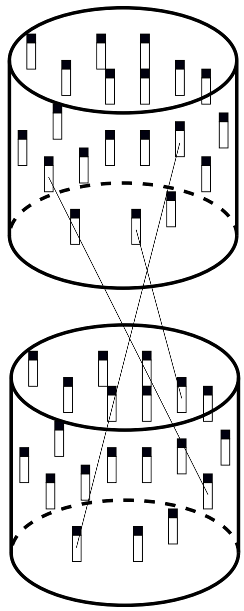
Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

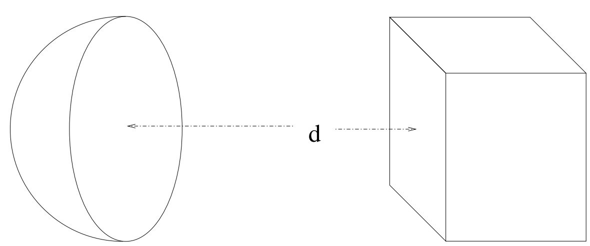
Sada č. 5 — 2. ledna 2018 — Id = 56736



Budeme uvažovat dva rozlehlé dokonale magneticky tvrdé permanentní magnety s homogenní magnetizací podél osy z. Pro magnetickou sílu mezi ideálními rozlehlými permanetními magnety platí, že je průměrem sil, jimiž na sebe působí všechny dvojice *bodových* magnetků se zmagnetovaností[1] jakou mají celé magnety. První magnetek z dvojice leží uvnitř objemu tělesa prvního magnetu v místě ${}^1\vec{x}_i$ a druhý uvnitř tělesa druhého magnetu v místě ${}^2\vec{x}_j$. Vzoreček pro sílu působící mezi nimi je na konci zadání.

Protože atomů je hodně (a dvojic pak hodně na kvadrát) zvolíme techniku *Monte Carlo*. Ta spočívá v tom, že polohy ${}^1\vec{x}_i$ a ${}^2\vec{x}_j$ volíme náhodně uvnitř objemů příslušných magnetů a pak spočteme průměr sil mnoha takových náhodných dvojic. Statistici pak říkají, že dost *velký* počet dvojic dá průměr blížící se průměru přes *všechny* dvojice. Náhodná dvojice má oba konce náhodné, výpočet tedy neprobíhá tak, že bychom zvolili několik náhodných atomů v obou magnetech a pak počítali součet sil přes všechny dvojice, nýbrž znovu a znovu náhodně volíme oba navzájem se přitahující magnetky a počítáme průměr přes náhodné dvojice. Můžete si rozmyslet a nebo na počítači vyzkoušet, kolikrát pomaleji by konvergoval výpočet v prvním případě.

Protože uvažujeme magnety homogenní, je třeba aby náhodně vybrané body byly rozloženy rovnoměrně uvnitř objemu magnetů. V Pascalu můžeme pomocí opakování příkazů x:=random; y:=random; z:=random; získat rovnoměrně rozložené náhodné body uvnitř krychle $< 0,1 >^3$. Libovolná lineární transformace (zejména přeškálování a posunutí) tuto rovnoměrnost neporuší. Tak můžeme získat náhodné body v kvádru obklopujícím těleso magnetu. Ty, které v průniku takového kvádru a tělesa magnetu neleží, zahodíme (`repeat VemBodZKvádru until BodJeUnvitřTělesa`) a získáme tedy rovnoměrně rozložené náhodné body uvnitř tělesa magnetu.



Uvažujte dva permanentní magnety o objemu 1 cm^3 a zmagnetovanosti $M = 0.8$ A m^2. První magnet má tvar polokoule , druhý má tvar krychle a jsou od sebe vzdáleny podle obrázku. Obě tělesa jsou souměrná podle osy z. Vykreslete závislost síly mezi magnety na jejich vzdálenosti (alespoň pro čtyřicet bodů) z intevalu od 0 do 2 cm.

Abyste měli kontrolu nad chybou, jíž jsou výsledky zatíženy, spočtěte průměr pro Q dvojic desetkrát a kromě síly, kterou získáte průměrem průměrů, spočtěte i chybu takového výpočtu za kterou vezměte standardní odchylku souboru těchto deseti průměrů (nikoli Q sil mezi dvojicemi!). Pokud relativní chyba přesáhne 1%, zvětšete Q desetkrát a výpočet opakujte. Začněte s $Q = 100$ a

[1]Místo slova zmagnetovanost si můžete dosadit správnější ale delší spojení magnetický dipólový moment.

za nejvyšší počet dvojic použijte $Q = 10^7$ i kdyby zde chyba přesahovala 1%. Váš program by měl vypsat tři sloupečky čísel: vzdálenost, sílu a chybu. Ty umí zpracovat `gnuplot` pomocí příkazu

```
plot 'sila.txt' with errorbars
```

Váš program (tedy zdrojový kód v Pascalu,C, atp.) a obrázek (pdf), který vytvoříte příkazy

```
set term pdf; set output 'sila.pdf'; replot; unset output; unset term
```

mi pošlete (pokud možno nekomprimované) jako přílohu na email ledvinka@gmail.com

Dodatek – Vzorečky k zadání

Síla mezi dvěma velmi malými magnety je úměrná *zmagnetovanosti* ${}^1\!m$ a ${}^2\!m$ obou těchto magnetků. Tato zmagnetovanost je vektorová veličina (magnetická střelka má směr!) ale my pro zjednodušení budeme předpokládat, že oba magnetky jsou souhlasně orientovany podél osy z. I výsledná síla je vektor, ale nás bude opět zajímat jen její z-ová složka, pro kterou platí

$$F_z = {}^1\!m\ {}^2\!m\ {}^{12}\!f({}^1\vec{x} - {}^2\vec{x}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\ {}^1\!m\ {}^2\!m \frac{3({}^1z - {}^2z)\left[2({}^1z - {}^2z)^2 - 3({}^1x - {}^2x)^2 - 3({}^1y - {}^2y)^2\right]}{|{}^1\vec{x} - {}^2\vec{x}|^7}$$

První z magnetů si můžeme představit složený z velkého množství $i = 1..{}^1N$ elementárních magnetků ${}^1\!m_i$. Budeme předpokládat, že se nacházejících se v bodech ${}^1\vec{x}_i$ rovnoměrně rozložených po jeho objemu a všechny mají stejnou hodnotu zmagnetovanosti ${}^1\!m$. Nahlíženo z dálky vykazuje takovýto rozlehlý magnet zmagnetovanost ${}^1M = \sum {}^1\!m_i = {}^1N\,{}^1\!m$. Tato veličina je dána objemem magnetu V a magnetickou indukcí B_r v něm zamrzlou vztahem $\mu_0 M = V B_r$. Podobně i pro druhý magnet. Síla jíž na sebe tyto ideální rozlehlé magnety působí je pak součtem sil mezi všemi elementárními magnetky ${}^1\!m_i$ prvního magnetu a všemi elementárními magnetky ${}^2\!m_j$ toho druhého:

$$F_z = \sum_{i=1}^{{}^1N} \sum_{j=1}^{{}^2N} {}^1\!m_i\ {}^2\!m_j\ {}^{12}\!f({}^1\vec{x}_i - {}^2\vec{x}_j) = \frac{1}{{}^1N\,{}^2N} \sum_{i=1}^{{}^1N} \sum_{j=1}^{{}^2N} {}^1M\ {}^2M\ {}^{12}\!f({}^1\vec{x}_i - {}^2\vec{x}_j)\ ,$$

kde v druhém vztahu je před sumu vytknutý počet párů magnetků ${}^1N\,{}^2N$, jenž na sebe působí. Protože jsou všechny elementární magnetky stejně silné, lze jejich tuto hodnotu vytknout a v sumě se pak objeví celková zmagnetovanost obou permanentních magnetů.