Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 3

Napište program, který bude počítat plochu povrchu trojosého elipsoidu $\mathcal{E}$ s poloosami $a = 1, b = 2, c = 3$ za použití dále uvedeného postupu.

1. Napište funkci `bod(i,j,m,n,a,b,c)`, která spočte kartézské souřadnice bodu na povrchu $\mathcal{E}$ daného vztahem

$$\vec{X}_{i,j} = \left[a \sin\left(\pi \frac{i}{m}\right) \cos\left(2\pi \frac{j}{n}\right), b \sin\left(\pi \frac{i}{m}\right) \sin\left(2\pi \frac{j}{n}\right), c \cos\left(\pi \frac{i}{m}\right) \right].$$

   Předpokládá se, že $i, j, m, n \in I\!N$ a $a, b, c \in I\!R$.

2. Napište funkci `ploska(i1,j1,i2,j2,i3,j3,m,n,a,b,c)`, která spočte plochu trojúhelníku s vrcholy $\vec{X}_{i_1,j_1}, \vec{X}_{i_2,j_2}, \vec{X}_{i_3,j_3}$ podle vztahu

$$A_{i_1,j_1,\ i_2,j_2,\ i_3,j_3} = \frac{1}{2} \left| \left(\vec{X}_{i_2,j_2} - \vec{X}_{i_1,j_1} \right) \times \left(\vec{X}_{i_3,j_3} - \vec{X}_{i_1,j_1} \right) \right|.$$

3. Napište funkci `priblizna_plocha(m,n,a,b,c)`, která spočte odhad plochy povrchu $\mathcal{E}$

$$A_{\mathcal{E}} \approx A_{m,n}(a,b,c) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(A_{i,j,\ i+1,j,\ i+1,j+1} + A_{i,j,\ i,j+1,\ i+1,j+1} \right).$$

4. Napište funkci `presnejsi_plocha(m,n,a,b,c)`, která spočte odhad plochy $\mathcal{E}$ s použitím kouzla (Richardsonovy extrapolace) za použití vztahu

$$A_{\mathcal{E}} \approx \tilde{A}_{m,n}(a,b,c) = \frac{1}{120} \left(5A_{m,n} - 128A_{2m,2n} + 243A_{3m,3n} \right).$$

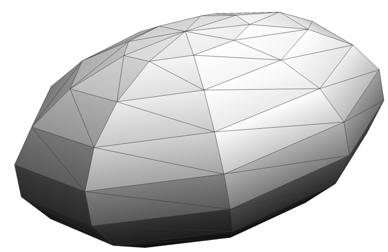
5. S použitím výše uvedených funkcí sestavte program, který
   (a) Vypíše tabulku se třemi sloupci obsahujícími

$$n \quad A_{n,n}(1,1,1) \quad \tilde{A}_{n,n}(1,1,1)$$

   a to pro hodnoty $n = 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512$, tedy výstup bude mít tvar

8	11.7065038731	12.56635204096
16	...	...
32	...	...
...	...	... ,

   kde hodnoty na prvním řádku jsou pro vaši kontrolu.



Obr.1. Vzorec z bodu 3. popisuje rozklad povrchu na trojúhelníky.

   (b) Na základě tohoto výstupu určete, které $\tilde{n}_{10}$ je potřeba, abychom dosáhli absolutní přesnosti určení povrchu koule za použití veličiny $\tilde{A}_{n,n}(1,1,1)$ s absolutní chybou $< 10^{-10}$.

   (c) Za použití přikazů programu gnuplot

```
set logscale xy
set style data  linespoints
plot 'povrch.txt' using 1:(abs(4*pi-$2)), '' using 1:(abs(4*pi-$3))
```

   namalujte log-log graf chyb $\Delta A := A_{n,n}(1,1,1) - 4\pi$ a $\Delta\tilde{A} := \tilde{A}_{n,n}(1,1,1) - 4\pi$ a odhadněte jak velké n_{10} by bylo potřeba, abyste s chybou $< 10^{-10}$ nalezli výsledek s použitím funkce `priblizna_plocha`. Odhadněte čas výpočtu pro tak velké n. (Prakticky bychom měli i další potíže, protože pro tak velká n by byly strany trojúhelníků moc malé, abychom mohli dostatečně přesně spočíst jejich délku jako rozdíl vektorů.)

   (d) Pozměňte Váš program tak, aby následně vypsal znak # a za ním hodnoty $\tilde{A}_{\tilde{n}_{10},\tilde{n}_{10}}(1,2,3)$, $\tilde{A}_{\tilde{n}_{10},\tilde{n}_{10}}(2,3,1)$ a $\tilde{A}_{\tilde{n}_{10},\tilde{n}_{10}}(3,1,2)$.

Zdrojový kód vašeho programu, jeho výstup (neopomeňte bod 5d) a graf z bodu 5c mi zašlete na emailovou adresu `ledvinka@gmail.com`. V emailu zmiňte čas výpočtu, na který se ptám v 5c.