

Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Sada č. 5 — 19. prosince 2005 — Id = 55195

Síla mezi dvěma velmi malými magnety je úměrná *zmagnetovanosti* 1m a 2m obou těchto magnetků. Tato zmagnetovanost je vektorová veličina (magnetická štělka má směr!) ale my pro zjednodušení budeme předpokládat, že oba magnetky jsou souhlasně orientovány podél osy z . I výsledná síla je vektor, ale nás bude opět zajímat jen její z -ová složka, pro kterou platí

$$F_z = {}^1m {}^2m {}^{12}f({}^1\vec{x} - {}^2\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} {}^1m {}^2m \frac{3({}^1z - {}^2z) [2({}^1z - {}^2z)^2 - 3({}^1x - {}^2x)^2 - 3({}^1y - {}^2y)^2]}{|{}^1\vec{x} - {}^2\vec{x}|^7}$$

Budeme uvažovat dva rozlehlé dokonale magneticky tvrdé permanentní magnety s homogenní magnetizací podél osy z . První z nich si můžeme představit složený z velkého množství $i = 1..N$ výše uvedených elementárních magnetků 1m_i . Budeme předpokládat, že se nacházejících se v bodech ${}^1\vec{x}_i$ rovnoměrně rozložených po jeho objemu a všechny mají stejnou hodnotu zmagnetovanosti 1m . Nahlíženo z dálky vykazuje takovýto rozlehlý magnet zmagnetovanost ${}^1M = \sum {}^1m_i = N {}^1m$. Tato veličina je dána objemem magnetu V a magnetickou indukcí B_r v něm zamrzlou vztahem $\mu_0 M = V B_r$. Podobně i pro druhý magnet. Síla jíz na sebe tyto ideální rozlehlé magnety působí je pak součtem sil mezi všemi elementárními magnetky 1m_i prvního magnetu a všemi elementárními magnetky 2m_j toho druhého:

$$F_z = \sum_{i=1}^{1N} \sum_{j=1}^{2N} {}^1m_i {}^2m_j {}^{12}f({}^1\vec{x}_i - {}^2\vec{x}_j) = \frac{1}{1N 2N} \sum_{i=1}^{1N} \sum_{j=1}^{2N} {}^1M {}^2M {}^{12}f({}^1\vec{x}_i - {}^2\vec{x}_j),$$

kde v druhém vztahu je před sumu vytknutý počet párů magnetků ${}^{1N}{}^{2N}$, jež na sebe působí. Protože jsou elementární magnetky stejné, objeví se v sumě celková zmagnetovanost obou permanentních magnetů.

Výše uvedený vztah má pak jasnou interpretaci: síla mezi ideálními rozlehlými permanentními magnety je průměrem sil, jimiž na sebe působí všechny dvojice *bodových* magnetků se zmagnetovaností jakou mají celé magnety. První magnetek z dvojice leží uvnitř objemu tělesa prvního magnetu a druhý uvnitř tělesa druhého magnetu.

Protože atomů je hodně (a dvojic pak hodně na kvadrát) zvolíme techniku *Monte Carlo*. Ta spočívá v tom, že polohy ${}^1\vec{x}_i$ a ${}^2\vec{x}_j$ volíme náhodně uvnitř objemů příslušných magnetů a pak spočteme průměr sil mnoha takových náhodných dvojic. Statistici pak říkají, že dost *velký* počet dvojic dá průměr blízký se průměru přes *všechny* dvojice.

Protože uvažujeme magnety homogenní, je třeba aby náhodně vybrané body byly rozloženy rovnoměrně uvnitř objemu magnetů. V Pascalu můžeme pomocí opakování příkazů `x:=random`; `y:=random`; `z:=random`; získat rovnoměrně rozložené náhodné body uvnitř krychle $< 0, 1 >^3$. Libovolná lineární transformace (zejména přeskálování a posunutí) tuto rovnoměrnost neporuší. Tak můžeme získat náhodné body v kvádru obklopujícím těleso magnetu. Ty, které v průniku takového kvádru a tělesa magnetu neleží, zahodíme (`repeat VemBodZKvadrú until BodJeUvnitřTělesa`) a získáme tedy rovnoměrně rozložené náhodné body uvnitř tělesa magnetu.

Uvažujte dva permanentní magnety o objemu 1 cm^3 a s $B_r = 0.2 \text{ T}$. První magnet má tvar kužele s výškou rovnou průměru základny, druhý má tvar polokoule a jsou od sebe vzdáleny podle obrázku. Obě tělesa jsou souměrná podle osy z . Vykreslete závislost síly mezi magnety na jejich vzdálenosti (alespoň pro čtyřicet bodů) z intervalu od 0 do 2 cm.

Abyste měli kontrolu nad chybou, jíž jsou výsledky zatíženy, spočtete průměr pro Q dvojic desetkrát a kromě síly, kterou získáte průměrem průměrů, spočtete i chybu takového výpočtu za kterou vezmete standardní odchylku souboru těchto deseti průměrů (nikoli Q sil mezi dvojicemi!). Pokud relativní chyba přesáhne 1%, zvětšete Q desetkrát a výpočet opakujte. Začněte s $Q = 100$ a za nejvyšší počet dvojic použijte $Q = 10^7$ i kdyby zde chyba přesahovala 1%. Váš program by měl vypsát tři sloupce čísel: vzdálenost, sílu a chybu. Ty umí zpracovat `gnuplot` pomocí příkazu

```
plot "sila.txt" with errorbars
```

Váš program (v Pascalu) a obrázek (v Postscriptu) mi pošlete jako přílohu na email ledvinka@utf.troja.mff.cuni.cz. Soubory přijímám balené pomocí programů tar, zip, gzip a nebo bzip2, případně nebalené.

