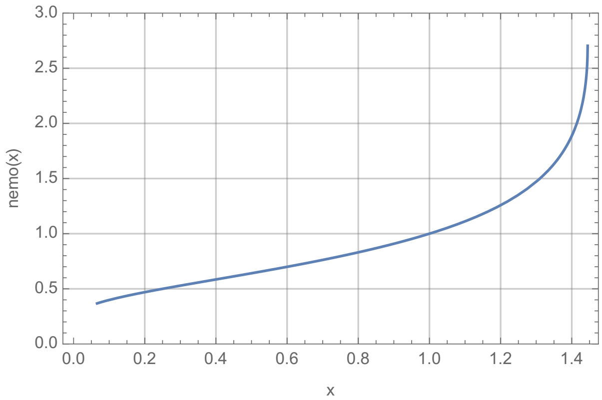
Úlohy ke zkoušce z předmětu Programování pro fyziky

10. ledna 2023

1. Napište funkci `nemo` která numericky spočte hodnotu nekonečné mocniny

$$\mathrm{nemo}(z) = z^{z^{z^{z^{z^{\cdots}}}}} = z^{\left(z^{\left(z^{\left(z^{(z^{\cdots})}\right)}\right)}\right)}.$$



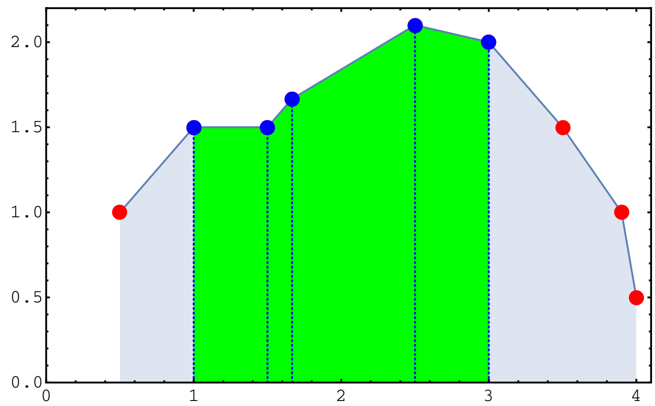
Funkce by nejprve měla ověřit, že reálný parametr z leží v intervalu $e^{-e} \le z \le e^{\frac{1}{e}}$, kdy mocnina konverguje, a pak opakovat mocnění tak dlouho, dokud se nedosáhne přesnosti `eps`. Posloupnost v uvedeném intervalu z konverguje, ať výpočet začnete s exponentem $0, 1$, nebo z.

2. Vysvětlete, co bude výstupem následujícího programu.

```
def rx(a):
    m = 0
    for k in range(len(a) - 1):
        a[k] = a[k] - a[k + 1]
        if a[k] != 0:
            m = m + 1
    if m == 0:
        return 0
    else:
        return rx(a[:-1]) + 1


w = [1, 4, 9, 16, 25]

print(rx(w))
```



Ilustrace k úloze 3 pro hodnoty $x_i = 1$ a $x_j = 3$.

3. Napište funkci, která za pomoci lichoběžníkového pravidla spočte

$$A_{i,j} = \int_{x_i}^{x_j} f(x)\, dx$$

pro funkci f, která je zadána tabulkou funkčních hodnot $y_i = f(x_i)$, $i = 1..N$. Pro jednoduchost můžete předpokládat, že setříděné (podle x) neekvidistatně tabulované hodnoty x_i, y_i jsou uloženy v globální proměnné (příp. dvou). Plocha lichoběžníku je součin výšky a střední příčky.

4. Napište funkci `LeziNaObvodu`, která pro daný seznam N bodů $S = \{\vec{x}_k\}$ v rovině a index i jednoho z těchto bodů Q rozhodne, zda tento bod leží na obvodu. To se pozná podle toho, že

a) tímto bodem Q je možné vést přímku procházející dalším vhodným bodem ze seznamu S tak, že všechny body S leží ve stejné polorovině ohraničené touto přímkou.

b) spojnice uvažovaného bodu Q s ostatními body leží všechny uvnitř úhlu ne většího jak 180°.

Popište nejprve slovně algoritmus založený na některém z těchto kritérií, uveďte, jak bude pracovat pro nějaký bod neležící na obvodu a uveďte také jeho asymptotickou složitost pro velká N, nejspíše v podobě $O(N^k)$ (s vhodným k). Nemusíte zvolit optimální algoritmus, pravděpodobně vám u zkoušky přijde příjemnější vybrat nějaký jednodušší. Následně napište příslušný kód.

Pozn.: Znaménko výrazu $u = (x_B - x_A)(y_P - y_A) - (y_B - y_A)(x_P - x_A)$ určuje, v které polorovině ohraničené přímkou AB leží bod P. Hodnota $\mathrm{atan2}(u, v)$, kde $v = (x_B - x_A)(x_P - x_A) + (y_B - y_A)(y_P - y_A)$ pak dává orientovaný úhel mezi úsečkami AB a AP. (Nulová hodnota u indikuje, že A, B i P leží na jedné přímce. Funkce `atan2(y, x)` je k dispozici v knihovně `math`.)