

Mach, relativita a kosmologie

Jiří Bičák

Ústav teoretické fyziky, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8; jiri.bicak@mff.cuni.cz

Úvod

Bezmráčná noc. Nejhlubší na poušti. Nad námi klenba hvězd. Z náhlého štěstí se roztočíme, hledíme vzhůru. Hvězdy nad námi rotují a zároveň se naše ruce vlivem rotace – vlivem odstředivé („neinerciální“) síly – zdvihají. Pro Ernsta Macha je vysvětlení v tom, že stálíce určují náš lokální inerciální systém a naše rotace vůči tomuto systému vyvolává neinerciální síly, díky nimž se zvedají ruce. Podle Machova pojetí však závisí jen na relativním pohybu: kdybychom se „neroztancili“ my, ale roztočily se hvězdy nad námi, naše ruce by stouply vzhůru také!

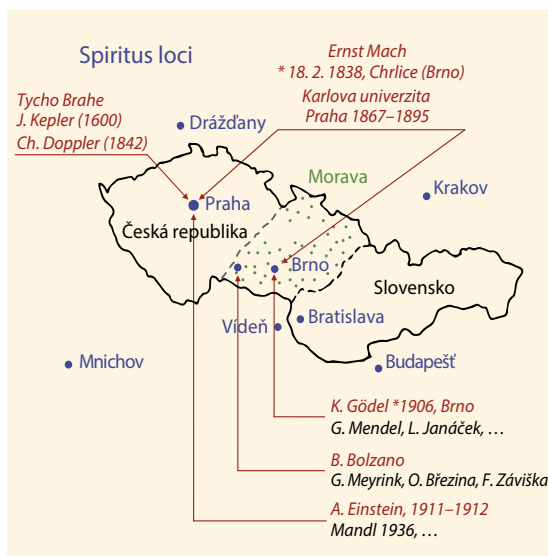
Efekty tohoto typu opravdu předpovídá Einsteino-va teorie gravitace – obecná teorie relativity. Obvykle se vystihují slovy „vlečení, resp. strhávání (*dragging*) inerciálních systémů“ anebo, v obecnějším kontextu, „gravitomagnetismus“. Po nedávném shrnutí výsledků měření vlivu rotace Země na změny směrů os setrvač-níků umístěných v satelitu Gravity Probe B jsou dnes takové jevy prokázány i experimentálně.

Mach a Einstein

Vraťme se však do historie. Kdykoliv mluvím o „machovských“ efektech v obecné relativitě a kosmologii, zvláště mimo domovinu, začínám „geograficky“ (obr. 1).

Je pozoruhodné, že v oblasti Brna, respektive Moravy se objevují jména takových osobností vědy jako Gregora Mendela, zakladatele genetiky, Kurta Gödela, jednoho z největších logiků historie od doby Aristotela, – a ovšem Ernsta Macha. Ten, ač narozen v Chrlících, dnes části Brna, strávil na Moravě nejprve asi dva roky ve Zlíně a po letech pak několik let na gymnáziu v Kroměříži. Gödel, později v Princetonu blízký přítel Alberta Einsteina, se kromě základů matematiky a logiky věnoval také relativistické kosmologii. O jeho „antimachovském“ vesmíru se zmíníme v závěru. Po studiích ve Vídni, soukromé habilitaci a profesuře na univerzitě ve Štýrském Hradci se od letního semestru 1867 Ernst Mach stává profesorem experimentální fyziky a přednostou fyzikálního kabinetu na tehdejší Karlově-Ferdinandově universitě v Praze. Působí zde 28 let, vytvoří svá nezávažnější díla, vychovává velkou řadu studentů, včetně českých. Není pochyb, že Machem vyvolaná atmosféra na pražské univerzitě hrála velkou roli mimo jiné i v tom, že jeho následovníci nabídli první plnou profesuru teoretické fyziky na německé části pražské univerzity Albertu Einsteinovi.

Jedním z nejnápadnějších Machových děl vytvořených v Praze je *Mechanika ve svém vývoji, hodnoceno historicko-kriticky*, poprvé vydaná v roce 1883 [1]. Mach za skutečný smysl knihy považuje ne teorémy



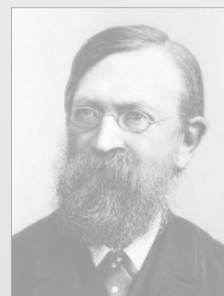
Obr. 1 Brno (Morava) a Praha (Čechy) jako „atraktory“ osobností vědy (i umění) na přelomu 19. a 20. století.

z mechaniky, ale antimetafyzický přístup k celé vědě. Ten lze dobře ilustrovat právě na pojmech a postupech klasické mechaniky. Kritice zde především podrobuje „pojmovou oblundnost absolutního prostoru“. Absolutní prostor považuje za „čistě vymyšlenou věc, kterou nelze ověřit zkušeností“. Tento postoj na Einsteina silně působil již při formulaci základního článku o speciální teorii relativity (*Zur Elektrodynamik der bewegter Körper*) z roku 1905. Práce neobsahuje prakticky žádný nový vztah, který by se neobjevil již v dílech jiných autorů, jako například H. Poincarého nebo H. A. Lorentze. Fyzikálně, chcete-li „filosoficky“ zásadní je skutečnost, že Einstein si uvědomil, že pojem současnosti dvou nesoumístných událostí je třeba *definovat* a svou definici současnosti založil na Machově požadavku, že každé tvrzení ve fyzice musí určit vztahy mezi pozorovatelnými veličinami.

Einstein si Machův vliv uvědomoval s různou „intenzitou“, během let postupně klesal. Nicméně „konstantami“ zůstávají některé jeho výroky o Machovi, například: „*I ti, kteří si myslí, že jsou Machovými oponenty, si sotva uvědomují, jak Machovy názory nasávali již s mateřským mlékem*“ nebo „*Machovu velikost vidím v jeho neúplném skepticismu a jeho nezávislosti, v mladších letech mě také velmi ovlivnily Machovy epistemologické postoje*“.

V *Mechanice* Mach rovněž vyslovuje svůj zásadní pohled na „filosofii“ vědy: „*Nejvyšší filosofii bádajícího vědce je udržovat neúplné pojetí světa a dávat mu přednost před jakýmkoliv zdánlivě úplným, avšak neadekvátním pojetím...*“ a dále: „*Badatel musí cítit po-*

Brněnské dny
Ernsta Macha 2016

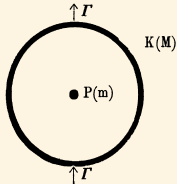


Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?

Von

Prof. Dr. Einstein-Prag.

Die in der Ueberschrift aufgeworfene Frage kann in Anlehnung an einen übersichtlichen Spezialfall in folgender Weise formuliert werden. Es werde ein System ponderabler Massen betrachtet, bestehend aus der Kugelschale K mit homogen über die Kugelfläche verteilter Masse M und dem im Mittelpunkt dieser Kugelschale angeordneten materiellen Punkt P mit der Masse m. Wirkt auf den festgehaltenen materiellen Punkt P eine Kraft, wenn ich der Schale K eine Beschleunigung Γ erteile? Die folgenden Ueberlegungen werden uns dazu führen, eine solche Kraftwirkung als tatsächlich vorhanden anzusehen und uns die Grösse derselben in erster Annäherung ergeben.



Obr. 2 Einsteinova první práce matematicky popisující strhávání inerciálního systému v centru hmotné slupky urychlované směrem vzhůru, sepsaná v Praze. Einstein v ní explicitně píše, že výsledek plně souhlasí s pohledem vyzdvihnutým E. Machem v jeho „vtipných výzkumech tohoto problému“; cituje Machovu *Mechaniku* [1].

třebe ... poznání bezprostředních souvislostí mezi hmotami ve Vesmíru. Musí se nad ním „vznášet“ ... a věst k ideálnímu porozumění veškeré materie, z něhož vyplynou urychlené a setrvačné pohyby stejným způsobem.“

Za „neadekvátní pojetí“ považoval především pojem absolutního prostoru.

Pro Newtona to byla část reality. Pro Leibnize byl výhodnou „konvencí“, podobně jako jsou různé souřadnicové systémy, zaváděné proto, aby se zjednodušily výpočty interakce tělesa a jejich relativních pohybů. Newton se snažil dokázat, že absolutní zrychlení a absolutní rotace (tj. vůči absolutnímu prostoru) lze detekovat, aniž by se prováděla nějaká astronomická pozorování. Vymyslel svůj slavný experiment s vědrem, aby dokázal, že rotace je absolutní.

Uvažujme vědro s vodou, které uvedeme do rotace. Voda začne také rotovat a stoupat vzhůru podél stěn vědra; hladina získá tvar paraboloidu. Efekt je největší, když voda i vědro rotují stejnou úhlovou rychlostí. Newton proto argumentoval, že jev nemůže být způsoben relativní rotací vědra a vody. Konvexní tvar rotující vody je podle Newtona způsoben rotací vzhledem k absolutnímu prostoru. Mach o tři století později vyzval čtenáře své *Mechaniky*, ať nechají vědro stát a představí si, že rotují nebeské stálice. Podle Macha by i tak vznikla odstředivá síla a hladina by se ve vědru stala konvexní.

Rotující stálice si lze představit jako rotující hmotnou slupku. Problém s Machovým návrhem je, že podle klasické Newtonovy teorie žádná odstředivá síla uvnitř rotující sférické slupky nevzniká. Pro Einsteina však to nebyl „problém“ Macha, ale zásadní problém Newtonovy teorie. Einstein se snažil budovat svou novou teorii gravitace tak, aby uvnitř rotující hmotné slupky opravdu vznikaly neinerciální síly.

První matematické vyjádření Machových myšlenek o souvislosti problému setrvačnosti a relativity rotačního (nejprve de facto translačního) pohybu se objevilo v Einsteinově práci [2], sepsané během jeho pobytu

v Praze, dedikované příteli lékaři Zanggerovi a publikované v časopisu pro soudní medicínu. Einstein uvažuje hmotnou slupku s hmotností M (viz obr. 2), v níž je ve středu umístěn hmotný bod hmotnosti m .

V rámci předběžné, „pražské“ verze nové teorie gravitace, v níž gravitační pole bylo popsáno jedinou skalární funkcí, Einstein ukazuje, že urychlení hmotné slupky indukují urychlení (vlečení) hmotného bodu v centru ve směru urychlení slupky. Zobecnění pro rotační pohyb Einstein přednesl na kongresu přírodovědců ve Vídni v září 1913 již v rámci tenzorové teorie gravitace, ač ještě ne v definitivním tvaru obecné teorie relativity. V roce 1918 J. Lense a H. Thirring napsali práci (potom, co Thirring sám sepsal dvě práce velmi ovlivněné jeho kontakty s Einsteinem – viz [3]) o vlivu vlastní rotace tělesa na pohyb planet a měsíců. Proto vlečení/strhávání inerciálních systémů vlivem rotace se často označuje jako Lensův-Thirringův efekt.

Nehledě na „machovské“ efekty vlečení inerciálních systémů, o nichž se více zmíníme dále, i samotná „finální“ formulace obecné teorie relativity má rysy, které lze považovat za vliv Machovy „filosofie“ vědy, respektive jeho požadavku „ekonomie“ vědy. Ta žádá, aby teorie neobsahovala žádné „absolutní elementy“. Jestliže v teorii nějaký soubor pojmů a veličin A ovlivňuje soubor B, pak by i B měl ovlivňovat A. V Newtonově teorii jsou nejvýraznějšími příklady absolutních prvků právě „absolutní prostor“ a „absolutní čas“. Ničím neovlivňované „Sensorium Dei“, v němž se odehrává celá fyzika. Absolutní prostor představuje jakýsi privilegovaný inerciální systém, v němž se všechny volné částice/tělesa pohybují rovnoměrně přímočaře. Avšak ony samy ani žádná jiná hmota či fyzikální pole (například elektromagnetické) žádný „zpětný“ vliv na absolutní prostor nemají. Jak odlišná situace je v Einsteinově obecné relativitě! Volné částice se pohybují podél geodetik křivého prostoročasu. Přitom vlastnosti prostoročasu jsou determinovány hmotou/částicemi/poli v něm existujícími. Slovy Johna Archibalda Wheelera: „Prostor říká hmotě, jak se pohybovat, hmota říká prostoru, jak se zakřivovat.“

Matematicky je tato provázanost vyjádřena v proslulých Einsteinových rovnicích pole:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}.$$

Zde spolu s gravitační konstantou G a rychlostí světla c na pravé straně vystupuje symetrický tenzor energie a hybnosti $T_{\mu\nu}$ (indexy μ, ν ve čtyřrozměrném prostoročase s časovou a třemi prostorovými souřadnicemi probíhají hodnoty 0, 1, 2, 3), který charakterizuje veškerou hmotu-energii kromě samotné gravitace (tedy např. ideální kapaliny, elektromagnetické pole, supratekutou materii v nitru neutronových hvězd atd.). Tento tenzor je zdrojem „geometrie prostoročasu“, tj. metrického tenzoru $g_{\mu\nu}$, Ricciho tenzoru $R_{\mu\nu}$ a skalární křivosti R ; Λ je kosmologická konstanta.

Experiment

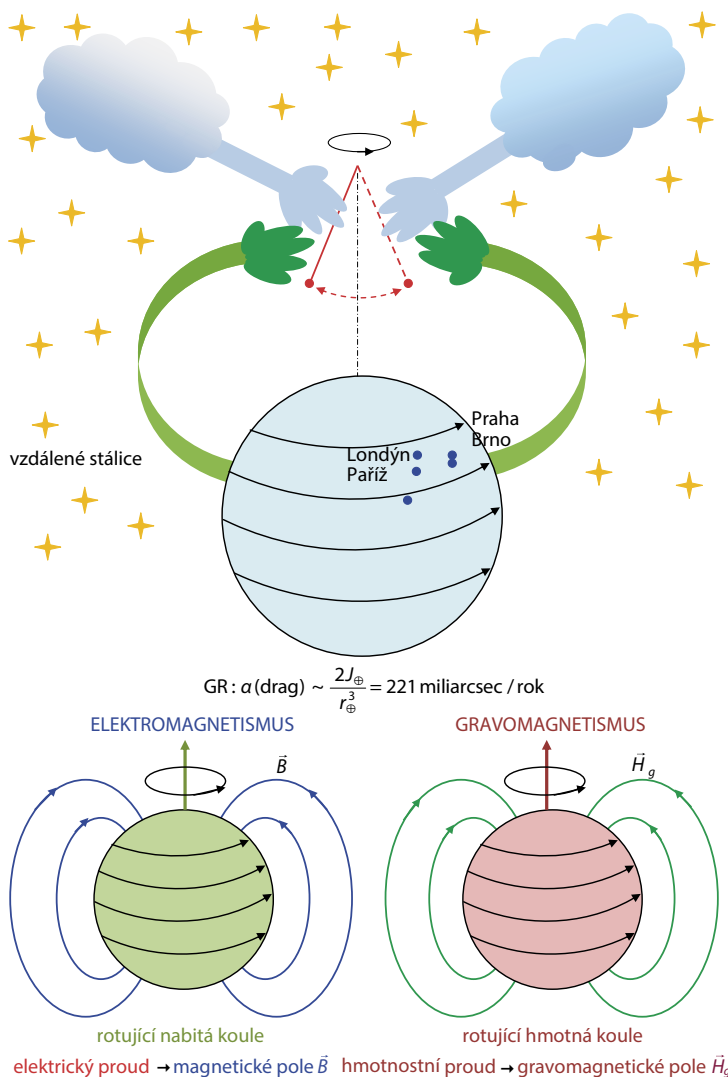
V rámci obecné relativity byla teoreticky dodnes zkoumána řada efektů, které dokazují, že v ní jsou částice strhávány vlivem rotačního pohybu, výstižněji řečeno, že v ní existují gravitomagnetické (respektive „gravitomachnetické“) efekty. Podle obecné relativity, na rozdíl od Newtonovy teorie, rotující homogenní koule vy-



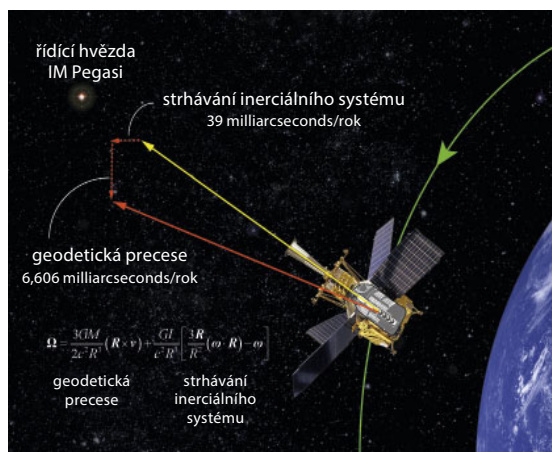
tvářejí gravitační pole, které má nejenom „elektrickou“ – monopólovou – radiální složku, ale také „magneticou“ složku dipólového typu, jež strhává (vleče) částice a inerciální systémy do korotace se sférou. Na obr. 3 je schematicky naznačen experiment, který v roce 1984 navrhli V. Braginskij, A. Polnarev a K. S. Thorne k provedení na jižním pólu, kde Spojené státy mají observatoř.

Podle Machova pojetí průměrný pohyb hmot ve vesmíru určuje charakter místních inerciálních systémů. Rovina kmitů Foucaultova kyvadla by proto měla být především fixována vzhledem ke „vzdáleným stálicím“. Protože však kyvadlo je na Zemi, rovina kmitů je nepatrně strhávána rotací Země. Podle obecné relativity vede k rotaci roviny kyvadla s úhlovou rychlostí $\omega = 2J_{\oplus}/R_{\oplus}^3 = 221$ miliarcsekund/rok, kde J_{\oplus} a R_{\oplus} jsou moment hybnosti a poloměr Země. Tento experiment dosud realizován nebyl.

O experimentálním ověření efektu vlečení inerciálních systémů a částic však začali fyzikové uvažovat už v roce 1959. Původní návrh experimentu předložil profesor MIT George Pugh, inspirovaný prací Leonarda Schiffa z roku 1957 o strhávání směru osy setrvačnicku vlivem rotace Země. V roce 1962 se ve Stanfordu „upsal“ provedení experimentu 27letý fyzik Francis Everitt. Experiment se stal jeho „životním projektem“. Pod Everittovým vedením pracovaly zhruba půl století stovky fyziků a přes 2 000 inženýrů a bezpočet studentů. Původně plánovaných 30 milionů dolarů na provedení vzrostlo za desítky let na 700 milionů. Že byly získány, bylo úspěchem Everitta, který neúnavně lobbboval v Kongresu, kde nápadnými vlasy připomínal Einsteina. Závěrečné výsledky experimentu byly shrnuty v práci [4], která vyšla až v minulém roce! Everitt



Obr. 3 Podle Machova pojetí zprůměrované pohyby hmot ve vesmíru by měly určit charakter lokálních inerciálních systémů. Rovina oscilací Foucaultova kyvadla by tak měla být fixována „vzdálenými stálicemi“. Protože však Země je mnohem blíže a rotuje, měla by uvést rovinnu do pomalé rotace. Toto strhávání předpovídá obecná teorie relativity; obvykle se označuje jako Lensův-Thirringův efekt. V analogii s elektromagnetismem a polem rotující nabitě koule rotující koule podle obecné relativity vytváří kolem sebe tzv. gravitomagnetické pole.

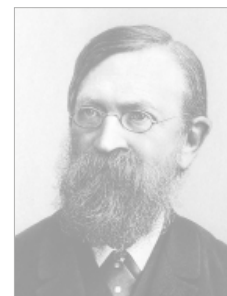


Obr. 4 Experimentální potvrzení strhávání osy setrvačnicků vlivem rotace Země v experimentu Gravity Probe B. V satelitu orbitujícím kolem Země jsou umístěny čtyři setrvačnicki. Směr jejich rotačních os je určován vzhledem ke směru k „řídící hvězdě“ IM Pegasi sledované dalekohledem v satelitu. Osy setrvačnicků precesují v důsledku dvou různých efektů obecné relativity. Větší geodetická precese je vyvolána pohybem setrvačnicku („vektoru“) v křivém prostoročase kolem Země a vzniká, i kdyby Země nerotovala. Mnohonásobně menší precese je způsobena „vlečením/strháváním inerciálního systému“ vznikajícím kolem rotujícího objektu. Ve vzorci vlevo dole: Ω a ω jsou úhlové rychlosti precese setrvačnicku a rotace Země, M a I jsou hmotnost a moment setrvačnosti Země, R a v vzdálenost satelitu od Země a jeho rychlost, G a c gravitační konstanta a rychlost světla.

se stal profesorem ve Stanfordu, aniž by kdy měl nějakou kurzovní přednášku.

Experiment je výstižně znázorněn na obr. 4. Ve výšce 642 km nad Zemí orbituje satelit, v němž jsou uloženy čtyři identické setrvačnicki z křemene s průměrem 4 cm, které jsou „rekordně“ sférické a homogenní (s relativní přesností jedné miliontiny). V satelitu je teleskop namířený ke stálici IM Pegasi, změny úhlů (směrů) os setrvačnicků byly měřeny s přesností odpovídající úhlu, pod nímž je vidět vlas ze vzdálenosti 50 km, respektive pes („nespecifikované rasy“) na povrchu Měsíce.

Jak je naznačeno na obr. 4, u setrvačnicku na orbitě kolem Země dochází v důsledku obecné relativity ke dvěma typům precese – ke geodetické precesi vyvolané pohybem setrvačnicku v křivém prostoročase kolem Země a k precesi vyvolané vlečením lokálních inerciálních systémů v důsledku rotace Země. Satelit Gravity Probe B byl vypuštěn 20. dubna 2004, sbíral data od 23. srpna 2004 do 14. srpna 2005. Po velmi dlouhé a sofistikované analýze dat bylo oznámeno, že geodetická precese činila $-6\,601,8 \pm 18,3$ marc-s rok⁻¹ (1 marc-s = $4,848 \times 10^{-9}$ radiánů), Lensův-Thirringův





Obr. 5 Výtrysk hmoty (*jet*) vylétající rychlostí blízkou rychlosti světla z obří galaxie M87 pořízený Hubbleovým teleskopem. Ve formaci jetu majícím původ u gigantické černé díry v centru galaxie hrály velmi pravděpodobně efekty gravitomagnetismu důležitou roli. Obrázek je převzat z práce citované jako první v [5]; je v ní zahrnuto několik dalších ilustrací, ukazujících, jak je výtrysk formován, a na populární úrovni jsou také naznačeny předpokládané mechanismy vedoucí ke vzniku těchto podivuhodných jevů.

efekt pak pouze $-37,2 \pm 7,2$ marc-s rok⁻¹, zatímco předpověď obecné relativity pro tyto dva efekty vychází $-6\,606,1$ a $-39,2$ marc-s rok⁻¹. Efekty tedy byly ověřeny s přesností 0,28 % a 19 %. Výsledky byly zatíženy problémy vytváření „místních nábojů“ (*patch charges*), které vznikaly jak v rotujících setrvačnicích, tak v jejich krytech, třebaže celkově byly elektricky neutrální.

Geodetická precese perigea Měsíce v systému Slunce-Země-Měsíc je rovněž měřena díky přesnému laserovému zaměřování Měsíce; a Lensova-Thirringova precese se zjišťuje také v experimentu LAGEOS, v němž dva satelity obíhají kolem Země ve značně odlišných „komplementárních“ orbitálních rovinách. Kolmice k těmto rovinám jdoucí středem Země lze považovat za osy gigantických setrvačníků, jejichž směry jsou v důsledku rotace Země strhávány. Nicméně výsledky získané satelitem Gravity Probe B jsou přes všechny nečekané problémy dodnes nejpresnějším potvrzením obou efektů.

Černé díry a magnetická pole

Experimentální potvrzení těchto gravitomagnetických efektů je zásadní pro astrofyzikální modely velmi energetických zdrojů, jako například mohutných výtrysků z jader galaxií a kvasarů. Dramatickým projevem strhávání inerciálních systémů a částic i polí je existence ergosféry kolem rotujících černých děr. V této oblasti (ještě „nad“ horizontem díry) je strhávání inerciálních systémů tak silné, že zde fyzikální pozorovatelé (tj. pohybující se podsvětelnou rychlostí) musejí korotovat s dírou, nemohou stát vůči pozorovatelům v „nekonečnu“. V obecné situaci bude kolem rotující černé díry akreční disk hmoty. Bude ležet v obecné rovině vzhledem k ose rotace díry, avšak vlivem tzv. Bardeenova-Petersonova efektu, který vzniká kombinací gravitomag-

netických sil působících na plyn v disku a viskozních sil mezi sousedními elementy disku, je v blízkosti rotující černé díry disk veden do roviny kolmé k ose rotace díry. Podél osy pak vznikají výtrysky (*jet*) hmoty, které mohou nést energii až tisíckrát převyšující energii vydávanou standardní galaxií (viz obr. 5).

Stabilní směry výtrysků jsou vysvětlovány stabilitou rotační osy centrální černé díry, z níž je materiál vyvrhován kolmo k akrečnímu disku, který leží v ekvatoriální rovině díry.

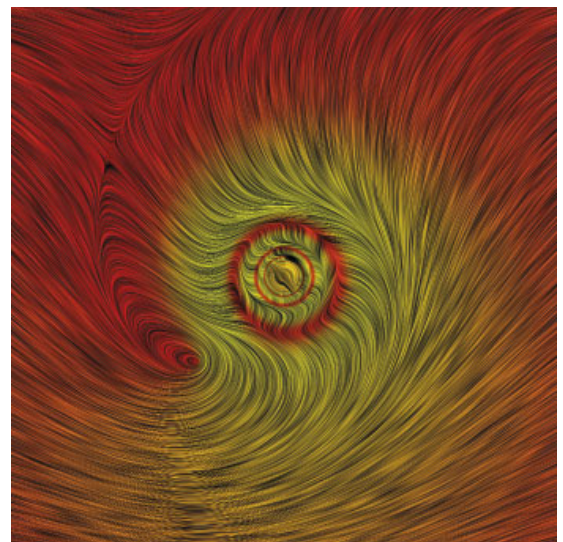
V těchto procesech hraje významnou roli magnetické pole. Magnetické siločáry jsou podobně jako částice strhávány také vlivem rotace, zvláště v okolí rotující černé díry. Velmi výrazně je tento efekt ilustrován na obr. 6 (viz podrobněji text k obrázku).

Gravitační vlny

Einstein při budování obecné teorie relativity věřil, že inerciální systémy v každém místě jsou určeny nějakým zprůměrováním poloh a pohybů hmot ve vesmíru, tj. rozložením tenzoru energie a hybnosti $T_{\mu\nu}$ vystupujícího na pravé straně Einsteinových rovnic.

Ve spolupráci s Donaldem Lynden-Bellem z Cambridge a Josephem Katzem z Jeruzaléma jsme v několika pracích [7] ukázali, že tvrzení připisující strhávání inerciálních systémů, částic nebo fyzikálních polí pouze veličinám $T_{\mu\nu}$ není v rámci obecné relativity správné.

Díky obecné kovarianci teorie a principu ekvivalence, který umožňuje v každém bodě prostoročasu přejít lokálně do „volně padajícího“ lokálně inerciálního systému a tím anulovat lokálně gravitační intenzitu, je velmi obtížné definovat energii (a také hybnost a moment hybnosti) gravitačního pole, tedy například gravitačních vln. Z pozorování zkracování periody oběhu binárního pulsaru PSR 1913+16 a z velmi nedávného přímého pozorování interferometrickými detektory systému LIGO [6] je jasné i experimentálně, že gravitační



Obr. 6 Struktura magnetických siločar blízko rotující černé díry. Počítačová vizualizace ukazuje magnetické pole v rovinové rovině černé díry (rotační osa je kolmá na rovinu papíru). Barevná škála označuje intenzitu magnetického pole. Horizont černé díry je ve středu obrázku. V jeho levé horní části vytvářejí siločáry kritický bod, kde je magnetické pole nulové. Rotace v obecné relativitě působí na magnetické pole a strhává ho, a to i v nepřítomnosti jakéhokoli vodivého prostředí. Obrázek je převzat z první citace v [5].



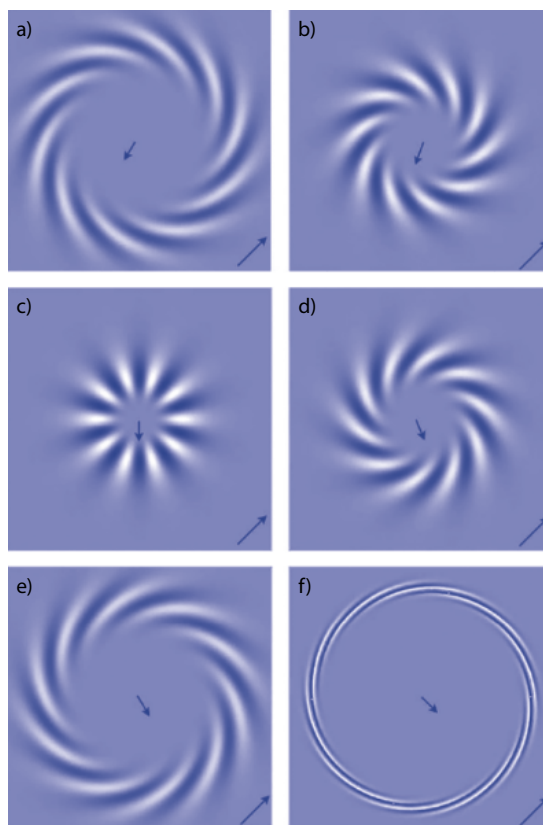
vlny nesou energii a moment hybnosti. Nicméně neexistoval žádný jasný příklad toho, že podobně jako rotující slupka hmoty vyvolává rotaci os inerciálního systému, realizovaného například setrvačníky, ve svém centru, tak že podobné efekty vyvolají i rotující gravitační vlny. V [7] jsme zkonstruovali puls rotující cylindrické gravitační vlny, která přichází z nekonečna k ose symetrie, v čase „nula“ se její pohyb v radiálním směru zastaví (stále však rotuje) a vlna se začne rozpínat zpět do nekonečna. Lze ukázat, že prostor v blízkosti osy je takřka plochý, a přesto inerciální systém zde umístěný musí rotovat vlivem rotující vlny vzhledem k inerciálním systémům ve velkých vzdálenostech. Pozoruhodné je, že tento vliv energie a momentu hybnosti vln působí *okamžitě*, podobně jako například v případě kolabující a rotující slupky hmoty. V obou případech totiž plyne z té části Einsteinových rovnic, které odpovídají vazbám na dané prostorové nadploše, nikoliv časové evoluci. (V klasické elektrodynamice je jednoduchým příkladem rovnice vazby na nadploše $t = konst.$ Maxwellova rovnice $\text{div } \vec{E} = 4\pi\rho$, vystihující „okamžitý vliv“ hustoty náboje na elektrické pole.) Obraz rotující vlny připomínající spirální galaxii a v jejím centru šipkou znázorněného setrvačníku, jehož směr je strháván rotací vlny, je pěkně vidět na obr. 7.

Podobný efekt jsme zjistili ve fyzikálně realističtější (a matematicky značně složitější) případě rotující gravitační vlny v asymptoticky plochém prostoročase, která přichází z nekonečna k počátku a vrací se zpět do nekonečna. Na obr. 8 je znázorněn charakter takové vlny. Podrobnosti lze nalézt v třetí práci, citované v [7].

Kosmologie

Především to bylo v rámci kosmologie, kde Einstein zavedl termín „Machův princip“ jako (poněkud vágní) hypotézu, že hmoty ve vesmíru určují lokální setrvačné vlastnosti, respektive že neexistuje něco jako setrvačnost vůči prostoru, pouze setrvačnost hmoty vůči hmotě. Einstein v roce 1918 navrhnul model uzavřeného vesmíru, aby se vyhnul okrajovým podmínkám v prostorovém nekonečnu. Okrajové podmínky „ploché v nekonečnu“ by připustily existenci inerciálních systémů v nekonečnu, které by neměly žádný vztah k rozložení hmoty-energie uvnitř prostoru.

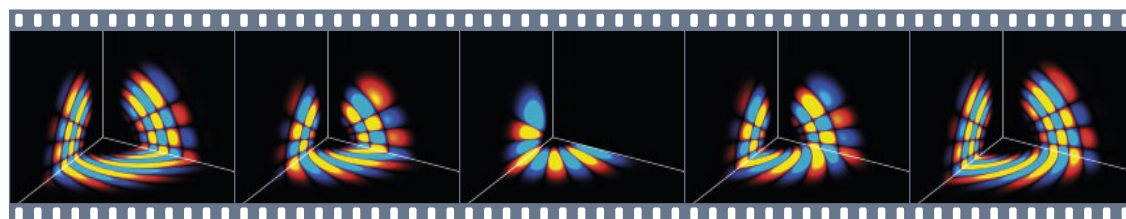
Je proto zřejmé, že obecná relativita bez nějakých dodatečných podmínek hypotézu Machova principu nespĺňuje. Jako řešení rovnic pole připouští prázdný plochý Minkowského prostoročas, v němž testovací částice mají setrvačnost a existují globální inerciální systémy propojené Lorentzovými transformacemi. Lze namítnout, že Minkowského prostoročas neobsahuje žádnou hmotu, žádné zdrojové $T_{\mu\nu}$. Avšak v roce 1949 Kurt Gödel zkonstruoval přesné stacionární (nikoliv statické) „kosmologické“ řešení Einsteinových rovnic gravitačního pole, které obsahuje hmotu a přitom je



Obr. 7 Několik „snímků“ pulzní cylindrické gravitační vlny rotující proti směru hodinových ručiček, jak imploduje k centru, avšak rotace jí zamezí dostat se až do centra. Amplitudu vlny charakterizuje sytost barvy na obrázcích. Na obrázcích (a) až (f) je vlna zobrazena postupně v (bezrozměrných) časech $-2, -1, 0, 1, 2, 10$. V čase 0, když vypadá vlna jako kolo od vozu, stále rotuje, ale její imploze přechází v expanzi. Aniž se vlna dostane do centra, v centru umístěný gyroskop vykonává v důsledku rotující vlny precesi, přitom efekt strhávání směru osy gyroskopu vůči „vzdáleným hvězdám“ v nekonečnu je okamžitý. Pro podrobnosti viz text a zvláště druhou práci citovanou v [7].

„anti-machovské“ v každém bodě. Lokální inerciální systémy, jejichž osy jsou například realizovány třemi na sebe kolmými setrvačníky, totiž v každém místě v Gödelově vesmíru rotují vůči okolní hmotě, respektive okolní hmota rotuje vůči lokálním inerciálním systémům. I když byl objev tohoto modelu významný jako jasný příklad odporující Machovým-Einsteinovým idejím, Gödelův model není prostorově uzavřen, obsahuje uzavřené časové světočáry, má tedy kauzální anomálie a některé další patologické vlastnosti.

Základním problémem s Machovým principem v relativitě a kosmologii je, že pod tímto jménem se postupně nashromáždila řada různých pojetí a interpretací, někdy i navzájem neslučitelných. Během pražské



Obr. 8 Impulzní rotující gravitační vlna, která na rozdíl od předchozího případu cylindrické vlny prostorově neomezené ve směru cylindrické symetrie je prostorově omezena, proto fyzikálně realističtější. Důkaz toho, jak vyvolává strhávání osy setrvačníku v centru, je technicky složitější než v případě cylindrické vlny. Podrobnosti lze nalézt ve třetí citaci v [7].

Brněnské dny
Ernsta Macha 2016



PHYSICAL REVIEW D 76, 063501 (2007)

Cosmological perturbation theory, instantaneous gauges, and local inertial frames

Jiří Bičák

Institute of Theoretical Physics, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, V Holešovičkách 2, 180 00 Prague 8, Czech Republic and Max Planck Institute for Gravitational Physics, Albert Einstein Institute, Am Mühlenberg 1, D-14476 Golm, Germany

Joseph Katz

Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

Donald Lynden-Bell

Institute of Astronomy, The Observatories, Madingley Road, Cambridge CB30HA, United Kingdom (Received 26 July 2006; revised manuscript received 28 June 2007; published 5 September 2007)

Linear perturbations of Friedmann-Robertson-Walker universes with any curvature and cosmological constant are studied in a general gauge without decomposition into harmonics. Desirable gauges are selected as those which embody best Mach's principle: in these gauges local inertial frames can be determined instantaneously via the perturbed Einstein field equations from the distributions of energy and momentum in the universe. The inertial frames are identified by their "accelerations and rotations" with respect to the cosmological frames associated with the "Machian gauges." In closed spherical universes, integral gauge conditions are imposed to eliminate motions generated by the conformal Killing vectors. The meaning of Traschen's integral-constraint vectors is thus elucidated. For all three types of Friedmann-Robertson-Walker universes the Machian gauges admit much less residual freedom than the synchronous or generalized harmonic gauge. Mach's principle is best exhibited in the Machian gauges in closed spherical universes. Independent of any Machian motivation, the general perturbation equations and discussion of gauges are useful for cosmological perturbation theory.

Obr. 9 Abstrakt práce [10], v níž jsou zavedeny speciální „machovské referenční systémy“, v nichž lze nejen nejlépe demonstrovat přirozenou formulaci Machova principu, ale i výhodně formulovat teorii lineárních kosmologických perturbací.

konference v roce 1988 k oslavě stopadesátého výročí od Machova narození, z níž vzešel zajímavý a užitečný sborník [8], a zvláště během konference v Tübingenu v roce 1993, která byla věnována cele Machově principu, se objevila řada interpretací, podrobně popsanych ve vynikajícím sborníku [9] z této konference. V naší rozsáhlejší práci [10], věnující se teorii kosmologických lineárních perturbací základních Friedmannových-Lemaîtreových-Robertsonových-Walkerových modelů (viz abstrakt na obr. 9), chápeme Machův princip ve formulaci Hermanna Bondiho z jeho klasické knížky „Cosmology“ [11]: „Lokální inerciální systémy jsou určeny rozdělením hmoty-energie a hybnosti ve vesmíru určitými váženými průměry jejich pohybu“. Ukazujeme, že Machův princip je nejlépe vystižen v uzavřených vesmírech v tzv. „machovských kalibracích“ (*Machian gauges*) a s nimi asociovaných referenčních systémech, které zavádíme. Tyto kalibrace, bez ohledu na nějakou „machovskou motivaci“, se ukazují užitečnými v kosmologické perturbační teorii, připouštějí mnohem menší volnost než například v kosmologii velmi často používaná kalibrace „synchronních souřadnic“ a lze v nich určit lokální inerciální systémy okamžitě z Einsteinových rovnic z rozložení energie a hybnosti hmoty ve vesmíru. Lokální inerciální systémy jsou identifikovány svým „zrychlením a rotací“ vůči kosmologickým referenčním systémům asociovaným s machovskými kalibracemi. V [10] jsou shrnuty některé jiné naše práce inspirované Machovým principem, avšak přímo s ním nesouvisející, například ty, které vedly k formulaci zákonů zachování pro velké (nejen lineární) kosmologické perturbace a našly použití i mimo rámec kosmologie.

Závěr

Machův princip a gravitomagnetické efekty v obecné relativitě a kosmologii nepochybně nepřestanou hrát inspirující roli i v budoucnu. V to věří i Abraham Pais ve své známé biografii o Albertu Einsteinovi [12]. Původ setrvačnosti považuje za jednu z nejvíce nejasných otázek, které zůstávají v teorii částic a polí: „*Machův princip proto může mít budoucnost – ale ne bez kvanto-*

vé teorie“. V obecnější rovině pak Otokar Březina, který žil nepříliš daleko od Machova rodiště, ve své eseji „Jediné dílo“ z roku 1905 píše: „*Nic se neztrácí v duchovém světě; i zamítnutý kámen najde své místo v rukou stavitelových a hořící dům zachráni od smrti zabloudivého. Každá jasně vyslovená myšlenka činí lehčí sen všech lidí na zemi.*“

Poděkování

Děkuji paní prof. Janě Musilové z Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky Masarykovy univerzity v Brně, člence redakční rady tohoto časopisu, za potřebný vliv. Přes různé jiné „zástoje“ jsem ji nedokázal odmítnout sepsání tohoto příspěvku, zvláště potom, když mi nabídla pomoc s vyhotovením několika obrázků podle mých „starosvětských fólií“. Děkuji jí také za vylepšení textu. Prof. Vladimíru Karasovi děkuji za obrázky 5 a 6; za pomoc s obrázky děkuji i Dr. Davidu Kofroňovi.

Naše práce týkající se gravitomagnetismu a Machova principu byla po řadu let podporována Grantovou agenturou ČR, v posledních třech letech v rámci Centra Alberta Einsteina pro gravitaci a astrofyziku, GAČR 14-37086G.

Literatura

- [1] E. Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung: historisch-kritisch dargestellt*. Brockhaus, Leipzig 1883. (Anglické vydání: *The Science of Mechanics, A Critical and Historical Account of Its Development*. 6th edition. Open Court Publishing, La Scalle, IL 1960.)
- [2] A. Einstein: „Gibt es eine Gravitationswirkung die der elektromagnetischen Induktionswirkung analog ist?“, *Vierteljahrsschrift für gerichtliche Medizin* (ser. 3), **44**, 37–40 (1912).
- [3] H. Pfister: „On the history of the so-called Lense-Thirring effect“, *Gen. Rel. Grav.* **39** 1735–1748 (2007).
- [4] C. W. F. Everitt a kol.: „Gravity Probe B test of general relativity“, *Class. Quantum Grav.* **32**, 224001 (2015).
- [5] O. Kopáček, V. Karas: „Gravitace versus magnetismus“, *Vesmír* **91**, 332–335 (2012); V. Karas, O. Kopáček, D. Kunneriath: „Influence of frame-dragging on magnetic null points near rotating black holes“, *Class. Quantum Grav.* **29**, 35109 (2012); viz také původní přehled J. Bičák, V. Karas: „The influence of black holes on uniform magnetic fields“, in: *Proceedings of the 5th M. Grossmann Meetin.* Eds. Blair D. G. and Buckingham M. J., World Scientific, Singapore 1989, vol. 2, s. 1999–1207.
- [6] T. Ledvinka, J. Bičák: „Pozorování gravitačních vln ze srážky černých děr“, *Čs. čas. fyz.* **66**, 70–73 (2016).
- [7] J. Bičák, J. Katz and D. Lynden-Bell: „Gravitational waves and dragging effects“, *Class. Quantum Grav.* **25**, 165017 (2008); D. Lynden-Bell, J. Bičák and J. Katz: „Inertial frame rotation induced by rotating gravitational waves“, *Class. Quantum Grav.* **25**, 165018 (2008); J. Bičák, J. Katz, T. Ledvinka and D. Lynden-Bell: „Effects of rotating gravitational waves“, *Phys. Rev. D* **85**, 124003 (2012).
- [8] *Ernst Mach and the Development of Physics*. Edited by V. Prosser and J. Folta. Universitas Carolina Pragensis Press, Prague 1991.
- [9] *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*. Edited by J. Barbour and H. Pfister, Einstein studies Vol. 6. Birkhäuser, Boston 1995.
- [10] J. Bičák, J. Katz and D. Lynden-Bell: „Cosmological perturbation theory, instantaneous gauges and local inertial frames“, *Phys. Rev. D* **76**, 063501 (2007).
- [11] H. Bondi: *Cosmology*. Cambridge University Press, Cambridge 1961.
- [12] A. Pais: „*Subtle is the Lord...*“ *The Science and the Life of Albert Einstein*. Clarendon Press, Oxford 1982.

Brněnské dny
Ernsta Macha 2016

