

TEORIE GRAVITAČNÍHO ZÁŘENÍ

Jiří Podolský, Ústav teoretické fyziky, MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8

EINSTEINOVA DÁVNÁ PŘEDPOVĚĎ

Zdá se, že během nejbližších let bude přímým experimentálním způsobem konečně prokázána existence gravitačních vln. Vyspělé státy světa v současné době vynakládají značné prostředky – v řádu desítek miliard korun – na výstavbu a dokončení obřích interferometrických detektorů. Již vybudovaný německo-britský GEO má délku ramen 600 m, dvojice detektorů gravitačních vln amerického projektu LIGO má ramena dlouhá 4 km, italsko-francouzský VIRGO má rozměry 3 km a připravují se podobné projekty v Japonsku a Austrálii. S pomocí těchto unikátních zařízení, na hranicích možností využívajících soudobé špičkové technologie, bude možné měřit relativní změny vzdáleností testovacích těles menší než $h = \Delta L/L \sim 10^{-21}$. Tak velké citlivosti (obrazně ji lze například přirovnat k hypotetické schopnosti proměřovat vzdálenost Země od Slunce s přesností rozměru jednoho atomu) bude dosaženo díky promyšlené symbióze kvantové optiky, techniky vysokého vakua, speciálních procedur počítačového zpracování dat a mnoha dalších teoretických i aplikovaných oborů (podrobnosti lze nalézt v [1], případně [2]). Zmíněné detektory snad umožní úspěšně završit doposud marné úsilí o zachycení étericky slabých gravitačních vln. Po takřka celém jednom století by tím byla přímo potvrzena další z významných předpovědí obecné teorie relativity, Einsteinovy teorie gravitace.

OD MAXWELLOVY ELEKTRODYNAMIKY K OBECNÉ RELATIVITĚ

Gravitační vlny se podle Einsteina v mnohém podobají vlnám elektromagnetickým. Oba druhy vln se šíří prázdným prostorem rychlostí světla, oba mají příčný charakter a připouštějí dva nezávislé polarizační stavy.

V případě elektromagnetismu je vlnícím se „médiem“ elektromagnetické pole, přičemž příslušná vlnová rovnice je bezprostředním důsledkem elektrodynamických rovnic, jimiž se pole řídí. Je více než pozoruhodné, že James Clerk Maxwell toto vše prezentoval současně, a to ve svém klíčovém díle [3] z roku 1864. V této práci poprvé explicitně zformuloval koncept dynamického elektromagnetického pole jako nosiče a zprostředkovatele všech elektrických a magnetických působení. Překonal tím dvě století starou Newtonovu představu o tom, že silové interakce mezi hmotnými body působí

bezprostředně a okamžitě i na sebevětší dálku. V tomtéž díle Maxwell zavedl příslušné polní veličiny a především zformuloval rovnice, které nyní nesou jeho jméno. Maxwellova soustava diferenciálních rovnic svazuje, jak známo, polní veličiny s jejich zdroji, jimiž jsou náboje a proudy. V další části práce [3] ovšem ihned matematickou manipulací s rovnicemi pole odvodil, že polní veličiny v nepřítomnosti zdrojů splňují vlnovou rovnici. Učinil tím – ryze teoretickou – předpověď existence elektromagnetických vln. A protože rychlost šíření objevených vln souhlasila s rychlostí světla, vyvodil správný závěr, že světlo je jen specifickým druhem elektromagnetického záření. V jediném geniálním díle se mu podařilo sjednotit elektřinu s magnetismem a propojit je s optikou [4].

Trvalo ovšem téměř dvacet pět let, než byla Maxwellova teoretická předpověď elektromagnetických vln prokázána experimentálně. A kdo mohl tehdy tušit, když Heinrich Rudolf Hertz v letech 1887-1888 a nezávisle na něm Oliver Lodge poprvé dokázali přenést na vzdálenost několika metrů drobné jiskřičky výbojů [5], že z Maxwellova odkazu vzklíčí ve dvacátém století telekomunikační revoluce, jež tak hluboce pozmění tvář světa.

Maxwellova myšlenka spojitého fyzikálního pole coby zprostředkovatele interakcí si postupně získávala své příznivce, třebaže setrvačnost v užívání starých (do té doby však osvědčených) Newtonových pojmů byla značná. Vynořila se přirozená otázka, zdali by též gravitační působení nemohlo být zformulováno v podobě dynamické polní teorie. Bylo však zapotřebí takřka celého půlstoletí, než byl zmíněný program doveden do úspěšného konce. A vskutku, bylo při něm nutno nejprve „připravit stavební kameny“, pojmový aparát nové fyzikální teorie, „snést je i z těch nejdlejších koutů“ matematiky a nalézt „pevnou půdu pro její základy“ opřenou o nepředsudečné vnímání a uvažování. Teprve potom mohla být těžká úloha, vtělení gravitace do rámce konzistentní polní teorie po vzoru elektromagnetické teorie Maxwellovy, vyřešena.

Jak známo, zmíněný intelektuální výkon se podařil Albertu Einsteinovi. Výsledek byl fascinující a přinesl mnohem více než jen dokonalejší teorii gravitace. Znamenal zásadní revizi názorů na podstatu prostoru a času, zrovnoprávnil všechny vztažné systémy, poskytl návod, jak formulovat i další fyzikální teorie v situacích, kdy je přítomna gravitační interakce. Jen málo počínů v historii přírodovědy je s ním srovnatelných. Právem pomohl

získat svému autorovi obecnou popularitu i respekt mezi odborníky (například v anketě při příležitosti končícího milénia zvolila stovka předních fyziků Einsteina největším fyzikem všech dob – před Newtonem, Maxwellem a Bohrem [6]).

V literatuře je podrobně popsáno [7], jakými zákruty i slepými uličkami vedla Einsteinova dlouhá cesta, než mohl svoji teorii, známou pod názvem obecná relativita [8], prezentovat v definitivní podobě dne 25. listopadu 1915 na zasedání Pruské akademie věd v Berlíně.

Zásadním problémem při hledání nové teorie bylo, že ji nešlo formulovat nejjednodušším možným způsobem, totiž coby skalární polní teorii, jak se o to pokoušeli například Gunnar Nordström, Max Abraham a zčásti též Einstein sám během svého pražského období [9]. Věc se ukázala být složitější: gravitační pole obecné relativity představuje tenzorové pole metriky prostoročasu. To znamená, že dynamickým polem je v případě gravitace sám prostor a čas, přesněji řečeno jejich metrické vlastnosti. Veškerá hmota (či ekvivalentně energie) ovlivňuje ve svém okolí geometrii prostoru i tok času, „deformuje je“, a to přesně definovaným způsobem, jenž je dán řešením Einsteinových rovnic gravitačního pole. Ty jsou analogonem rovnic Maxwellových, jsou však matematicky mnohem složitější. Především jsou nelineární, a proto v obecné relativitě neplatí princip superpozice, tolik užitečný v elektrodynamice. Hledání přesných řešení rovnic gravitačního pole je tak většinou obtížné a v řadě konkrétních realistických situací je nutno použít vhodných aproximačních metod.

Einsteinova obecná relativita záhy prokázala své pozoruhodné prediktivní schopnosti. Ke slavným třem základním testům teorie (stáčení perihélia Merkura, ohybu paprsků v blízkosti Slunce a existenci gravitačního rudého posuvu) přibyla postupně celá řada dalších, velmi přesných experimentů (jejich detailní popis a shrnutí výsledků lze nalézt např. v [10]). Je svým způsobem překvapivé, že Einsteinova teorie prošla všemi těmito testy zatím bez úhony. Totéž se nedá říci o naprosté většině konkurenčních gravitačních teorií, které byly ve dvacátém století zformulovány. V podstatě platí, že z alternativních teorií vyhovují všem dosavadním experimentům jen ty, které obecnou relativitu imitují vhodnou volbou „volných parametrů“, jež obsahují (např. Bransova-Dickeova skalárně-tenzorová teorie). Einsteinova teorie přitom žádné volné parametry – vyjma tolik diskutované kosmologické konstanty – neobsahuje, takže je každým novým experimentem „ohrožena“ nejvíce. Lze proto oprávněně tvrdit, že obecná relativita je dosud nejlepší konzistentní teorií gravitace, kterou dnes máme k dispozici.

I proto se postupem doby stala z čistě teoretického konceptu jedním ze základních pilířů moderní

astronomie a astrofyziky. V poslední době dokonce nachází i některé ryze praktické aplikace, například při výpočtu přesných pohybů umělých družic. Obecná relativita sehrála a sehrává důležitou roli při popisu vnitřní struktury i evoluce hvězd a především procesů, které probíhají na konci jejich života, kdy kolabují v bílé trpaslíky, neutronové hvězdy či dokonce černé díry. Černé díry, představující relativistické objekty *par excellence*, byly dlouho považovány za jakousi ryze hypotetickou kuriozitu. Studium vzdáleného vesmíru v posledních letech pomocí Hubbleova kosmického teleskopu i dalších družicových a pozemských observatoří však odhalilo, že právě ony jsou „hnacím motorem“ kvazarů i aktivních galaxií a že supermasivní černé díry se nejspíše nacházejí v centru většiny galaxií, včetně té naší [11].

Einsteinova teorie gravitace také umožnila poprvé v historii učinit plnohodnotnou vědeckou disciplínu z kosmologie. Relativistický model rozpínajícího se vesmíru a teorie velkého třesku jsou dnes dobře potvrzovány řadou pozorovacích faktů, především rudým posuvem galaxií, existencí reliktního mikrovlnného záření a chemickým složením vesmíru, jež je v souladu s teoretickými modely prvotní nukleosyntézy [12].

VLASTNOSTI GRAVITAČNÍCH VLN

Vedle zkoumání černých děr a vesmíru jako celku však obecná relativita umožnila otevřít ještě jeden úplně nový rozsáhlý obor studia: předpověděla existenci gravitačních vln [13].

Již jsme uvedli, že gravitační vlny se podobají vlnám elektromagnetickým. Z intuitivního hlediska tato skutečnost příliš nepřekvapuje, neboť Einsteinova teorie se podobá teorii Maxwellově. Především v tom smyslu, že obě představují klasické (míněno nekvantové) dynamické polní teorie. Einsteinovy i Maxwellovy evoluční rovnice jsou navíc z matematického pohledu diferenciálními rovnicemi hyperbolického typu, a připouštějí proto vlnová řešení. To v obou případech fyzikálně znamená, že nerovnoměrné pohyby zdrojů vyvolávají rozruchy pole v jejich okolí, které se šíří pryč, a to konečnou rychlostí.

Přes zmíněnou podobnost ovšem existují i zásadní odlišnosti. Elektromagnetické vlny působí jen na tělesa nesoucí elektrické náboje, zatímco gravitační vlny ovlivňují univerzálně všechny objekty. Lze si je představit jako vlnky křivosti prostoročasu, které v rovině kolmé na směr svého šíření způsobují specifické deformace (relativní smršťování a natahování) prostoru a tedy i všech v něm umístěných těles. Velikost těchto relativních deformací je dána amplitudou h , zatímco jejich charakter je určen tenzorovou strukturou gravitačního pole: když v jednom

směru v transverzální rovině dochází ke smršťování, ve směru k němu kolmém je prostor natahován, a naopak. V tom spočívá další odlišnost oproti elektrodynamice, v níž jsou elektrické náboje v transverzální rovině urychlovány jen ve směru dané polarizace.

Zcela zásadní kvantitativní odlišností je ovšem „nesmírná slabost“ gravitačních vln. Ta je způsobena skutečností, že gravitace je *nejslabší* ze známých fyzikálních interakcí. To znamená, že vzájemná vazba mezi zdroji a příslušným polem je v případě gravitace mnohem slabší než například u elektromagnetismu. Jinými slovy, generovat a detektovat elektromagnetické vlny je neporovnatelně snazší ve srovnání s týmiž procesy pro vlny gravitační. A to je důvod, proč se je prostřednictvím jejich přímého působení na experimentální zařízení doposud nepodařilo zaznamenat, ani takřka celé století po teoretické předpovědi jejich existence. První, dnes už legendární pokusy v tomto směru, prováděné pomocí tzv. rezonančních detektorů, jsou spojeny se jménem Josepha Webera a spadají do šedesátých let [14]. I když od té doby vzrostla citlivost detektorů o několik řádů, na zachycení gravitačních vln stále ještě nestačí.

Přesto však existuje důvod k optimismu. Právě dokončované interferometrické detektory, zmíněné v úvodu, budou schopny zaznamenávat relativní deformace prostorových vzdáleností řádu $h \sim 10^{-21}$. A to je hodnota, jakou by zde na Zemi měly mít, podle dnešních teoretických výpočtů, amplitudy gravitačních vln vysílaných předpokládanými nejsilnějšími astrofyzikálními zdroji [15]. Mezi ně patří především supernovy (pokud je výbuch dostatečně nesymetrický) a srážky neutronových hvězd či dokonce černých děr, jak ukazuje následující tabulka I:

zdroj	amplituda	typ signálu	frekvence
supernova	10^{-21}	puls	1 kHz
srážka černých děr	10^{-20}	kvaziperiodický	10 kHz
srážka neutronových hvězd	10^{-22}	kvaziperiodický	< 1 kHz
vibrace černé díry	?	tlumené oscilace	< 10 kHz
velký třesk	?	šum	?

Tabulka 1/ Amplitudy gravitačních vln vysílaných nejsilnějšími zdroji

Mohlo by se zdát, že uvedené události jsou nesmírně vzácné. Ve skutečnosti však astronomové každým rokem pozorují (prostřednictvím elektromagnetických vln) několik supernov v nejbližší kupě galaxií v souhvězdí Panny. A četnost srážek dvou neutronových hvězd nebo černých děr by měla být podobná. Dvojhvězdných systémů tohoto typu totiž existuje ve vesmíru veliké množství a srážka obou složek je jen nevyhnutelným a spektakulárním důsledkem jejich vzájemného spirálovitého přibližování. To nastává díky postupnému úbytku

vazbové energie obíhajících kompaktních složek, kterou odnášejí vyzařované gravitační vlny.

Spirálovité přibližování dvou obíhajících neutronových hvězd bylo již astronomy u několika systémů pozorováno. Za objev prvního z nich, binárního pulzaru PSR 1913+16, byla v roce 1993 J. H. Taylorovi a R. A. Hulsovi udělena Nobelova cena [16]. Měřené zkracování oběžné doby o $76,0 \pm 0,5$ s za rok vynikajícím způsobem souhlasí s teoretickou hodnotou 75,8 s za rok, kterou předpovídá obecná relativita. Nejenže tím byla opět ověřena platnost Einsteinovy teorie (poprvé v oblasti extrémně silných gravitačních polí), ale byl tím současně podán velmi přesvědčivý – byť nepřímý – důkaz, že gravitační vlny opravdu existují.

Studium gravitačního záření dnes představuje velice rozsáhlý obor, který přesahuje rámec ryze teoretické relativistické fyziky, neboť je úzce propojen s astronomií a astrofyzikou. Tato tematika je dnes opravdu živým (až horečnatým) polem, což souvisí s právě probíhajícími prvními měřeními pomocí velkých interferometrů LIGO a VIRGO. Cílem velké aktivity je poskytnout co nejpřesnější „katalog“ signálů od předpokládaných zdrojů (možných frekvencí, tvarů vlnoploch, polarizací a především jejich časových závislostí), aby bylo možné podle nich s pomocí počítačových programů v reálném čase prozkoumávat měřená data a v jejich šumu (konečně) rozpoznat hledaný vzácný signál. K určení konkrétních vlastností vln generovaných různými astrofyzikálními zdroji se používá řada aproximačních nebo numerických metod řešení Einsteinových polních rovnic a rovnic pohybových. Z historického hlediska je zajímavé, že existence linearizovaných gravitačních vln si byl Einstein vědom dokonce ještě před konečným zformulováním obecné relativity. Hezky to ilustruje například diskuse s Maxem Bornem, jež se odehrála po Einsteinově přednášce ve Vídni dne 23. září 1913 [17]:

Born: „Rád bych položil panu Einsteinovi otázku, totiž jak rychle se gravitační působení podle jeho teorie šíří. Že se tak děje rychlostí světla, mi není docela zřejmé...“

Einstein: „Je velmi jednoduché napsat rovnice pro případ, kdy perturbace pole jsou nekonečně malé. V tom případě se (složky metriky) g liší jen nekonečně málo od těch, jež by byly v nepřítomnosti perturbací. Perturbace se pak šíří stejnou rychlostí jako světlo.“

Born: „Ale pro velké perturbace je věc jistě velmi komplikovaná?“

Einstein: „Ano, je to matematicky složitý problém. Především je obtížné nalézt přesná řešení rovnic, protože rovnice jsou nelineární.“

Cítat je pozoruhodný i tím, že naznačuje složitost principiální otázky, zda existují gravitační vlny

i v úplné (tedy nelinearizované) obecné teorii relativity. Otázka byla s konečnou platností kladně zodpověděna až po více než čtyřiceti letech. Tomuto tématu se nyní budeme věnovat.

PŘESNÉ ZÁŘIVÉ PROSTOROČASY

První třídu přesných zářivých řešení nelineárních Einsteinových rovnic představující rovinné gravitační vlny (tzv. *pp*-vlny) našel v roce 1923 Brinkmann [18], jejich fyzikální význam však rozpoznal až Robinson a Bondi [19]. O dva roky později odvodil Beck [20] řešení pro cylindrické gravitační vlny. Tato třída řešení (spolu s některými metrikami Brinkmannova typu) byla nezávisle objevena a zkoumána Einsteinem a Rosenem [21].

V padesátých letech Lichnerowicz a další zkoumali Einsteinovy rovnice pole z hlediska teorie charakteristik (viz [22], kde lze nalézt příslušné citace). To umožnilo hlouběji pochopit matematickou strukturu obecné relativity. Algebraický charakter nespojitosti v druhých derivacích metriky způsobuje transversální povahu gravitačního záření, což plně odpovídá vlastnostem vln nalezených v lineární aproximaci. Teorie navíc odhalila další souvislost mezi gravitací a elektromagnetismem. V elektromagnetismu lze lokálně algebraicky rozlišit zářivé tzv. „nulové“ pole (například rovinné vlny) a pole obecné. Pro „nulové“ pole platí vztahy $F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} = 0 = *F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$, a $F_{\alpha\beta} k^\beta = 0 = *F_{\alpha\beta} k^\beta$, kde k je tzv. hlavní nulový směr šíření. V případě gravitace lze analogicky rozlišit nikoli dva, ale celkem šest algebraických typů gravitačních polí, tzv. Petrovových typů [23], dnes označovaných *I*, *II*, *D*, *III*, *N* a *O*, což je způsobeno složitější strukturou Riemannova (resp. Weylova) tenzoru [24]. Pro „nulové“ gravitační pole typu *N* (například pro *pp*-vlny) platí vztahy podobné těm pro zářivá elektromagnetická pole: $R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta} = 0 = *R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ a $R_{\alpha\beta\gamma\delta} k^\delta = 0 = *R_{\alpha\beta\gamma\delta} k^\delta$.

Tato skutečnost inspirovala Piraniho [26] a další (přehled lze nalézt např. v [27]) k prvním pokusům o formulaci obecné, invariantní definice gravitačního záření založené na algebraicky speciální struktuře řešení. Navržené definice se nicméně ukázaly být příliš zjednodušující, což je zřejmé například z tzv. „peeling-off“ vlastnosti gravitačního pole objevené Sachsem [28]. V asymptoticky „jednoduchých“ prostoročasech popisujících prostorově omezené zdroje záření totiž platí, že n ze čtyř hlavních nulových směrů k^β efektivně koinciduje až do řádu r^{n-5} , kde r charakterizuje radiální vzdálenost od zdroje. Pro pole typu *N*, u něhož všechny čtyři nulové směry splývají, klesá odpovídající část Riemannova tenzoru jako r^{-1} , pro pole typu *III* jako r^{-2} atd. Gravitační pole obecného izolovaného systému tudíž je obecného typu *I* v libovolném pevně

zvoleném bodě, a proto definice založené na algebraicky speciální struktuře řešení obecně nemohou zahrnovat realistická zářivá řešení. Je-li však systém zářící, bude se pole ve velké vzdálenosti jevit jako pole typu *N* v tom smyslu, že členy odpovídající typu *N* budou dominantní. Není tudíž žádných pochyb, že prostoročasy, které jsou všude typu *N*, gravitační vlny obsahují.

Užitečným nástrojem ke studiu gravitačního záření a klasifikaci nových přesných řešení Einsteinových rovnic pole se stala též „paprsková gravitační optika“ zformulovaná rovněž v [28]. Sachs prozkoumal, kterak může svazek paprsků zvětšit, stočit, případně zdeformovat stín vržený neprůhledným objektem, a zavedl za tímto účelem příslušné optické skaláry Θ , ω a σ . Ty charakterizují odpovídající změny ve velikosti, otočení a tvaru stínu. Klíčový podnět v teorii gravitačního záření se objevil v práci Bondiho, van der Burga a Metznera [29]. Ti řešili rovnice pole asymptoticky a ukázali, že gravitační vlny vyzařované prostorově omezenými zdroji odnášejí do nekonečna hmotu. Zavedli důležitý pojem tzv. informační funkce (*news function*), která reprezentuje (zhruba řečeno) tok gravitačního záření v nekonečnu. Následně Newman a Penrose [30] zformulovali metodu spinových koeficientů, která zobecňuje práci Bondiho et. al. i práci Sachse týkající se optických skalárů. Pomocí těchto nových metod a přístupů bylo možno záhy nalézt a interpretovat přesná zářivá řešení, jež jsou dodnes považována za „prototypy“ gravitačních vln v obecné relativitě: neexpandující gravitační vlny Kundtova typu s rovinnými vlnoplochy [31], [32], Robinsonovy-Trautmanovy expandující „sférické“ vlny [33] a další.

Významný krok v teorii gravitačního záření prostorově izolovaných zdrojů učinil Roger Penrose [34], když předložil exaktní geometrickou definici *asymptoticky plochých prostoročasů* (viz [25] a reference tam uvedené). Pojem *konformního nekonečna* (tzv. „scri“, psáno \mathcal{I}) a Penroseovy diagramy konstruované pomocí konformních transformací se staly jedním ze standardních nástrojů relativistů. Teprve nedávno však bylo ukázáno [35], že přesná zářivá asymptoticky plochá řešení opravdu existují pro nepřilíši „silná“ počáteční data (přehled a diskuse výsledků viz [36]). Nicméně jedinými *explicitně* známými zářivými řešeními, která popisují konečné zdroje a jsou (až na singulární body) asymptoticky plochá v Penroseově smyslu, jsou některá řešení představující „rovnoměrně urychlené zdroje“ různého typu [37]. Podrobnosti lze nalézt zejména v [38].

Velmi zajímavou otázkou v problematice záření je od počátku sedmdesátých let studium srážejících se rovinných gravitačních vln. Dvě vlny křivosti v plochem vesmíru, z nichž každá je vymezena dvěma zprvu rovnoběžnými rovinnými vlnoplocha-

ni, se na počátku šíří rychlostí světla proti sobě, až dojde k jejich srážce. Prostorčas v interakční oblasti má obecně složitou strukturu, jež je v literatuře intenzivně zkoumána. Podrobný přehled prací a výsledků lze nalézt v [39]. Úsilí se soustřeďuje především na hledání specifických přesných řešení uvedeného typu pomocí různých matematických metod a na interpretaci jejich globální struktury, zejména charakteru singularit a horizontů vznikajících v důsledku srážky.

Vedle zmíněného studia gravitačního záření izolovaných zdrojů v asymptoticky plochých prostorocasech (motivovaného „astrofyzikálně“), případně zářivých systémů, které jsou ploché alespoň v některých směrech (jako je tomu v případě srážek gravitačních vln) se v poslední době pozornost zaměřuje též na zkoumání kosmologických gravitačních vln. Byla nalezena celá řada přesných řešení, jež představují obecné, šokové či impulzní gravitační vlny šířící se expandujícím vesmírem, jímž je většinou Friedmannův-Robertsonův-Walkerův model, případně některý z prostorově anizotropních Bianchiho modelů [40]-[43]. Některá z těchto řešení mohou sloužit jako příklady primordiálních gravitačních vln vzniklých při velkém třesku a přispívajících ke gravitačně-vlnovému kosmologickému pozadí. Pokud tyto (doposud hypotetické) vlny skutečně existují, mohly by se v budoucnu prostřednictvím detektorů gravitačních vln stát cenným zdrojem zajímavých informací o raných stadiích existence našeho vesmíru (viz tabulka I).

V hrubých rysech jsme zde naznačili hlavní okruhy problémů studované v teorii přesných zářivých prostorocasů. Řadu detailních informací spolu s velkým počtem konkrétních citací lze nalézt v podrobných přehledech [35], [36], [39], [41], [44], [45].

GRAVITAČNÍ VLNY S KOSMOLOGICKOU KONSTANTOU

Jednou ze zajímavých oblastí studia přesných gravitačních vln, kterou se i sami aktivně zabýváme, je geometrická a fyzikální interpretace některých zářivých řešení Einsteinových rovnic, které připouštějí nenulovou hodnotu kosmologické konstanty Λ .

Jak známo, kosmologickou konstantu zavedl do rovnic gravitačního pole sám Einstein, a to ve slavném článku [46] z roku 1917, představujícím milník, jenž stojí u zrodu kosmologie v moderním slova smyslu. Einstein v něm předložil model uzavřeného vesmíru vyplněného homogenním a izotropním „galaktickým“ prachem. Dodatečný člen v rovnicích v podobě kladné kosmologické konstanty Λ byl nutný k tomu, aby Einsteinův model mohl být statický. Bezprostředně nato našel Wilhelm de Sitter další řešení s $\Lambda > 0$, avšak bez hmoty [47]. Toto vakuové de Sitterovo řešení, popisující prázdný

exponenciálně expandující vesmír, dnes tvoří spolu s Minkowského plochým prostorocase ($\Lambda = 0$) a tzv. anti-de Sitterovým řešením ($\Lambda < 0$) trojici fundamentálních prostorocasů obecné relativity. Jejich jedinečnost spočívá v tom, že popisují vesmíry, jejichž křivost (kladná, nulová, resp. záporná) je stejná ve všech bodech. Jsou též maximálně symetrické a konformně ploché [48]. Tvoří proto přirozená a nejjednodušší „pozadí“ všech ostatních, méně symetrických vakuových prostorocasů.

Historie diskusí ohledně možné nenulové hodnoty kosmologické konstanty Λ v našem skutečném vesmíru je dlouhá a dosti složitá, její popis lze nalézt například v [49]. Uvedme proto jen, že současná pozorování existenci $\Lambda > 0$ nevylučují, ale dokonce nejspíše vyžadují v podobě tzv. „temné energie“ [50].

Studium prostorocasů s $\Lambda \neq 0$ je v posledních letech velice aktivní a atraktivní oblastí výzkumu. Především proto, že se de Sitterovo řešení stalo klíčovou ingrediencí inflačních kosmologických modelů, exponenciální fáze expanze velmi raného vesmíru [51]. Ta podle kvantových teorií velkého sjednocení interakcí souvisí se vznikem dočasného stavu „falešného vakua“ příslušných skalárních polí (jejich potenciál závisí na teplotě vesmíru, což vede ke specifickému fázovému přechodu). Tato zajímavá idea, rozpracovaná dnes v mnoha různých konkrétních verzích, umožňuje v principu elegantně vysvětlit uniformitu vesmíru a řadu dalších jeho pozorovaných vlastností, které jinak musí být postulovány coby speciální počáteční podmínky.

Poněkud překvapivě jsou také řešení se zápornou hodnotou v poslední době intenzivně zkoumána, a to v kontextu strunových teorií a takzvaných bránových kosmologií (základní přehled lze nalézt například v [52]). Podle Maldaceny hypotézy [53] totiž existuje souvislost mezi teorií fundamentálních strun v anti-de Sitterově vesmíru a teoriemi ngravitačních konformních polí na jeho hranici. Podrobný přehled této tzv. AdS/CFT korespondence včetně seznamu původních prací lze nalézt v [56].

Základní problém, jak popisovat gravitační záření v prostorocasech, které nejsou asymptoticky ploché, i výše zmíněné skutečnosti jsou velkou fyzikální i matematickou motivací pro studium přesných zářivých prostorocasů s nenulovou kosmologickou konstantou Λ . Právě tomuto tématu jsme se věnovali v několika článcích, zejména [54] a [55]. První ze zmíněných článků obsahuje klasifikaci a přehled všech vakuových řešení s Λ , jež jsou algebraického typu N (tedy „čistě zářivá“) a nerotující (optický skalár ω podél nulových směrů šíření vln je nulový). Ukázali jsme, že všechna řešení tohoto druhu patří buď do skupiny neexpandujících vln Kundtova typu, nebo mezi expandující vlny Robinsonovy-Trautmanovy třídy. Obecné řešení

příslušné Kundtové třídy našli v roce 1985 Ozsváth, Robinson a Rózga [57] a ukázali, že obsahuje několik kanonických podtříd. V případě $\Lambda = 0$ jsou to již v úvodu zmiňované *pp*-vlny a rovinné speciální Kundtové vlny [32]; pro $\Lambda < 0$ existují tři různé podtřídy, zatímco pro $\Lambda > 0$ pouze jediná. Řešení Robinsona-Trautmana byla známá dlouho [24], [33], ale v roce 1981 našli García a Plebański [58] vhodnější souřadnice. V obou případech řešení závisí na libovolné komplexní funkci $f(\xi, u)$, která určuje profil příslušné gravitační vlny v závislosti na retardovaném čase u a na příčném profilu určeném dvojicí prostorových souřadnic $\xi, \bar{\xi}$. V práci [54] jsme jednotným způsobem shrnuli oba druhy prostoročasů včetně zavedení vhodné klasifikace příslušných podtříd a našli jsme jejich vztahy na předchozí literaturu. Ukázali jsme například explicitně, že jedna z podtříd je identická se zajímavou rodinou přesných řešení objevenou v roce 1985 Siklosem [59], pro kterou čtyřnásobný hlavní nulový směr generuje symetrii prostoročasu.

V následujícím článku [55] jsme se pak zaměřili na fyzikální interpretaci výše uvedených zářivých řešení. Naší základní metodou bylo zkoumání relativních pohybů testovacích částic určených rovnicí geodetické deviace. V každém z Kundtových řešení i řešení Robinsona-Trautmana jsme pro libovolného pozorovatele explicitně našli vhodnou kartézskou bázi a ukázali jsme, že se v ní gravitační efekty dají jasně interpretovat: relativní pohyby jsou určeny soustavou rovnic

$$\ddot{Z}^{(1)} = \frac{\Lambda}{3} Z^{(1)} - A_+ Z^{(1)} + A_\times Z^{(2)},$$

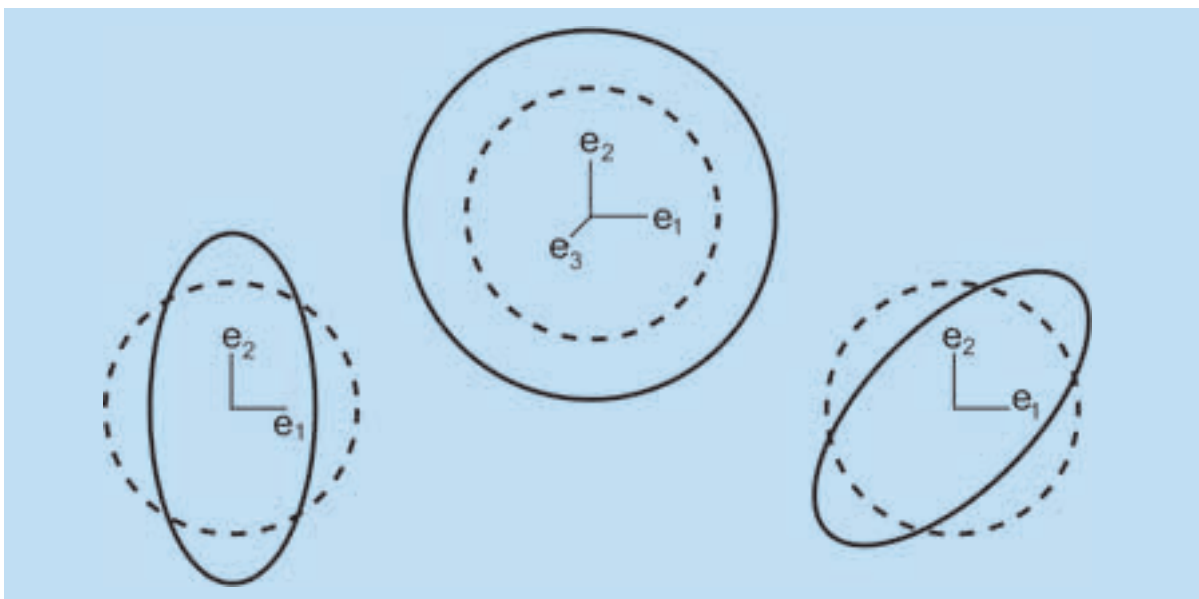
$$\ddot{Z}^{(2)} = \frac{\Lambda}{3} Z^{(2)} + A_+ Z^{(2)} + A_\times Z^{(1)},$$

$$\ddot{Z}^{(3)} = \frac{\Lambda}{3} Z^{(3)},$$

kde amplitudy jsou $A_+ = \text{Re}(f, \xi\xi\xi)$, $A_\times = \text{Im}(f, \xi\xi\xi)$. Jsou tedy jednoznačně určeny funkcí $f(\xi, u)$ zadávající konkrétní profil gravitační vlny.

Rovnice určují relativní zrychlení $\ddot{Z}^{(i)}$ volných testovacích částic jakožto funkci jejich okamžité vzájemné polohy $Z^{(i)}$. Je ihned vidět, že částice se pohybují izotropně, pokud $f_{\xi\xi\xi} = 0$, tedy v Minkowského, de Sitterově, resp. anti-de Sitterově vesmíru tvořících příslušné pozadí. Pokud $f_{\xi\xi\xi} \neq 0$, amplitudy A_+ a A_\times jsou nenulové a částice jsou ovlivněny přítomnou gravitační vlnou. Efekt vlny znázorněný na obr. 1, způsobující známou deformaci kroužku testovacích částic do elipsy, se ovšem v případě $\Lambda \neq 0$ sčítá s vlivem kosmologického pozadí, tedy s (anti-)de Sitterovou izotropní expanzí (kontrakcí). Díky tomu lze metriky interpretovat jako přesné transversální gravitační vlny šířící se ve směru e_3 v prostorech s konstantní křivostí. Vlna má dva polarizační módy (označované symboly „+“ a „×“) s odpovídajícími amplitudami A_+ , resp. A_\times , které se při otočení v příčné rovině příslušným způsobem transformují. Pomocí zmíněných rovnic lze zkoumat také charakter případných singularit. V několika následujících článcích jsme pak zkoumali konkrétnější vlastnosti specifických podtříd jak Kundtových, tak Robinsonových-Trautmanových prostoročasů.

Studium těchto zářivých řešení s kosmologickou konstantou ukázalo, že vždy lze nalézt uspokojivou fyzikální interpretaci, vycházíme-li z rovnice geode-



1/ Deformace kroužku testovacích částic (vznačeného čárkovaně). Kosmologická konstanta Λ způsobuje jeho izotropní zvětšování (nahore). Gravitační vlna s polarizací „+“ deformuje kroužek do elipsy, jejíž osa je svislá (vlevo), zatímco vlna s polarizací „×“ způsobí, že elipsa je otočená o 45 stupňů (vpravo).

tické deviace určující relativní pohyby testovacích částic. Podobně jako v linearizované Einsteinově teorii slabých gravitačních vln je i pro přesné gravitační vlny typickou vlastností jejich transverzalita a specifické polarizační vlastnosti. V případě nenulové se jejich efekt sčítá s izotropními pohyby vyvolanými vlivem pozadí, jímž je de Sitterův, resp. anti-de Sitterův vesmír.

ZÁVĚR

Problematika gravitačního záření je dnes bouřlivě se rozvíjejícím oborem. Rychle se blíží doba, kdy budou do operačního provozu uvedeny obří interferometrické detektory nové generace. Od nich se očekává, že umožní poprvé přímým způsobem prokázat existenci gravitačních vln, jež byly v kontextu Einsteinovy teorie předpověděny před téměř celým jedním stoletím. Proto nepřekvapuje, že studiu nejrůznějších aspektů gravitačního záření – od jeho generování nejrůznějšími astrofyzikálními zdroji přes šíření kosmickým prostorem až po metody detekce spočívající ve specifickém způsobu interakce s měřicí aparaturou – je v poslední době věnováno značné množství prací.

Význam teoretického studia přesných zářivých prostoročasů spočívá zejména v tom, že – na rozdíl od perturbačních či počítačových přístupů – umožňuje zkoumat principiální problémy, jako je globální struktura, charakter horizontů a singularit, vlastností vln v kosmologických modelech, jejich vliv na částice a pole. Konkrétní přesná zářivá řešení mohou současně nalézt uplatnění coby modely v kontextu kvantové gravitace i teorie fundamentálních strun. Analýza specifických explicitních přesných řešení pomáhá získat fyzikální intuici nutnou k pochopení obecných zákonitostí gravitačního záření. Mohou také posloužit jako testovací příklady numerických kódů pro simulaci realističtějších situací, při nichž jsou generovány gravitační vlny.

Literatura

- [1] GEO: <http://www.geo600.uni-hannover.de>, LIGO: <http://www.ligo.caltech.edu>, VIRGO: <http://virgo4p.pg.infn.it/virgo>
- [2] R. DeSalvo: *The Quest for Gravitational Waves*, CERN Courier, March 1999, 10. H. P. Nollert, Ann. Phys. (Leipzig) **9**, 355 (2000). N. A. Robertson, Class. Quantum Grav. **17**, R19 (2000). J. Bičák, V. N. Rudenko: *Teorie relativity a gravitační vlny*, Univerzita Karlova, Praha (1986). J. Podolský, Pokroky **40**, 272 (1995). J. Podolský, Čs. čas. fyz. **49**, 113 (1999).
- [3] J. C. Maxwell: *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, Royal Society Trans. **CLV** (1864).
- [4] L. Campbell, W. Garnett: *The Life of James Clerk Maxwell*, London (1882) s. 634.

- [5] H. R. Hertz: *Gesammelte Werke*, Barth, Leipzig (1894).
- [6] M. Durrani, P. Rodgers, Physics World **12**, 7 (1999).
- [7] D. Howard, J. Stachel (eds.): *Einstein Studies*, Vol. 1, *Einstein and the History of General Relativity*, Birkhäuser, Basel (1989). J. Mehra, v: *The Physicist's Conception of Nature*, D. Reidel, Dordrecht (1973).
- [8] A. Einstein, Preuss. Akad. Wiss. Sitz. **48**, 844 (1915). A. Einstein, Ann. Phys. (Leipzig) **49**, 769 (1916).
- [9] A. Pais: *Subtle is the Lord*. Oxford University Press, Oxford (1982). J. Bičák: *Einstein a Praha*, Jednota čs. matematiků a fyziků, Praha (1979). J. Bičák, Čs. čas. fyz. **29**, 222 (1979).
- [10] C. M. Will: *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1981). C. M. Will, Int. J. Mod. Phys. D **1**, 13 (1992); *a 1998 update*, gr-qc/9811036. T. Damour, Class. Quantum Grav. **9**, 55 (1992). A. Cook, Rep. Prog. Phys. **51**, 707 (1988).
- [11] M. Rees: *Astrophysical Evidence for Black Holes*, v: R. M. Wald (ed.): *Black Holes and Relativistic Stars*, University of Chicago Press, Chicago (1998). A. Celotti, J. C. Miller, D. V. Sciamia, Class. Quantum Grav. **16**, A3 (1999). M. Bičák a kol., Čs. čas. fyz. **49**, 141 (1999). J.-P. Lasota, Čs. čas. fyz. **49**, 133 (1999). K. S. Thorne: *Černé díry a zborcený čas*, Mladá fronta, Praha (2004).
- [12] P. J. E. Peebles: *Principles of physical cosmology*, Princeton University Press, Princeton (1993). J. Bičák, Čs. čas. fyz. **24**, 425 (1974). G. F. R. Ellis, Class. Quantum Grav. **16**, A37 (1999).
- [13] A. Einstein, Preuss. Akad. Wiss. Sitz. **1**, 688 (1916). A. Einstein, Preuss. Akad. Wiss. Sitz. **1**, 154 (1918). H. Weyl: *Raum-Zeit-Materie*, Springer, Berlin (1919). A. S. Eddington, Proc. Roy. Soc. Lond. **A102**, 268 (1923).
- [14] J. Weber, Phys. Rev. **117**, 306 (1960). J. Weber: *General Relativity and Gravitational Waves*, Interscience, New York (1961). J. Langer, Čs. čas. fyz. **24**, 501 (1974). V. Marvanová, Pokroky **21**, 276 (1976).
- [15] B. F. Schutz, Class. Quantum Grav. **16**, A131 (1999). B. F. Schutz, Čs. čas. fyz. **49**, 120 (1999).
- [16] R. A. Hulse, J. H. Taylor, Astrophys. J. **195**, L51 (1975).
- [17] A. Einstein, Phys. Z. **14**, 1249 (1913). M. J. Klein, A. J. Kox, J. Renn, R. Schulmann (eds.), *The Collected Papers of Albert Einstein*, Vol. 4, Princeton University Press, Princeton (1995), s. 509.
- [18] H. W. Brinkmann, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **9**, 1 (1923).
- [19] I. Robinson: *Lecture at King's College*, London (1956).
- [20] G. Beck, Z. Phys. **33**, 713 (1925).
- [21] A. Einstein and N. Rosen, Journ. Franklin. Inst. **223**, 43 (1937).
- [22] F. A. E. Pirani: *Survey of gravitational radiation theory, v: Recent Developments in General Relativity*, Pergamon Press, New York (1962) s. 89.
- [23] A. Z. Petrov, Sci. Not. Kazan. State Univ. **114**, 55 (1954). R. Debever, C. R. Acad. Sci. (Paris) **249**, 1744 (1959). R. Penrose, Ann. Phys. (USA) **10**, 171 (1960).
- [24] D. Kramer, H. Stephani, M. A. H. MacCallum and E. Herlt: *Exact Solutions of the Einstein's Field Equations*. Cambridge University Press, Cambridge (1980).
- [25] R. Penrose and W. Rindler: *Spinors and Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge (1984).
- [26] F. A. E. Pirani, Phys. Rev. **150**, 1089 (1957).
- [27] V. D. Zacharov: *Gravitational Waves in Einstein's Theory*, Halsted, New York (1973).

- [28] R. K. Sachs, *A264*, 309 (1961).
- [29] H. Bondi, M. G. J. van der Burg, A. W. K. Metzner, *Proc. Roy. Soc. Lond. A269*, 21 (1962).
- [30] E. Newman a R. Penrose, *J. Math. Phys.* **3**, 566 (1962).
- [31] H. Bondi, F. A. E. Pirani and I. Robinson, *Proc. Roy. Soc. Lond. A251*, 519 (1959).
- [32] W. Kundt, *Z. Phys.* **163**, 77 (1961). J. Ehlers a W. Kundt: *Exact solutions of gravitational field equations*, v L. Witten (ed.): *Gravitation: an Introduction to Current Research*. Wiley, New York (1962), s. 49.
- [33] I. Robinson a A. Trautman, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 431 (1962). I. Robinson and A. Trautman, *Proc. Roy. Soc. Lond. A265*, 463 (1962).
- [34] R. Penrose, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 66 (1963).
- [35] C. Cutler a R.M. Wald, *Class. Quantum Grav.* **6**, 453 (1989). H. Friedrich: *Asymptotic structure of space-time*, v: A. Janish, J. Porter (eds.): *Recent Advances in General Relativity*. Birkhäuser, Boston (1992). D. Christodoulou and S. Klainerman: *The nonlinear stability of the Minkowski spacetime*. Princeton University Press, Princeton, 1994.
- [36] J. Bičák: *Radiative spacetimes: exact approaches*, v: J.-A. Marck, J.-P. Lasota (eds.): *Relativistic Gravitation and Gravitational Radiation*. Cambridge University Press, Cambridge (1997), s. 67.
- [37] W. B. Bonnor a N. S. Swaminarayan, *Z. Phys.* **177**, 240 (1964). J. Bičák, *Proc. Roy. Soc. Lond. A302*, 201 (1968). W. Kinnersley a M. Walker, *Phys. Rev. D* **2**, 1359 (1970).
- [38] J. Bičák a B. G. Schmidt, *Phys. Rev. D* **40**, 1827 (1989). J. Bičák: *On exact radiative solutions representing finite sources*, v: M. A. H. MacCallum (ed.): *Galaxies, Axisymmetric Systems and Relativity*, Cambridge University Press, Cambridge (1985), s. 91. J. Bičák: *Radiative properties of spacetimes with the axial and boost symmetry*, v: W. Rindler a A. Trautman (eds.): *Gravitation and Geometry*. Bibliopolis, Naples (1987), s. 55. J. Bičák a V. Pravda, *Phys. Rev. D* **60**, 044004 (1999).
- [39] J. B. Griffiths: *Colliding Plane Waves in General Relativity*. Oxford University Press, Oxford (1991). J. Bičák: *Selected Solutions of Einstein's Field Equations: Their Role in General Relativity and Astrophysics*, v: B. G. Schmidt (ed.): *Einstein's Field Equations and Their Physical Implications*. Lecture Notes in Physics, Vol. 540, Springer Verlag, Berlin (2000), s. 1.
- [40] R. H. Gowdy, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 826 (1971). V. N. Lukash, *Sov. Phys. JETP* **40**, 792 (1975). J. Wainwright, *Phys. Rev. D* **20**, 3031 (1979).
- [41] M. Carmeli, Ch. Charach and S. Malin, *Phys. Rep.* **76**, 79 (1981).
- [42] P. J. Adams, R. W. Hellings, R. L. Zimmerman, H. Farhoosh, D. I. Levine a S. Zeldich, *Astrophys. J.* **253**, 1 (1982). P. J. Adams and R. W. Hellings, *Astrophys. J.* **288**, 14 (1985). P. J. Adams, R. W. Hellings a R. L. Zimmerman, *Astrophys. J.* **318**, 1 (1987).
- [43] J. Bičák a J. B. Griffiths, *Phys. Rev. D* **49**, 900 (1994). P. A. Feinstein and J. B. Griffiths, *Class. Quantum Grav.* **11**, L109 (1994). J. Bičák a J. B. Griffiths, *Ann. Phys. (NY)* **252**, 180 (1996).
- [44] E. Verdaguier, *Phys. Rep.* **229**, 1 (1993). W. B. Bonnor, J. B. Griffiths a M. A. H. MacCallum, *Class. Quantum Grav.* **26**, 687 (1994).
- [45] J. Bičák, *Čs. čas. fyz.* **A50**, 249 (2000).
- [46] A. Einstein, *Preuss. Akad. Wiss. Sitz.* **1**, 142 (1917).
- [47] W. de Sitter, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **78**, 3 (1917).
- [48] S. W. Hawking a G. F. R. Ellis: *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press, Cambridge (1973).
- [49] M. Demianski, *Ann. Phys. (Leipzig)* **9**, 278 (2000).
- [50] A. G. Riess a kol., *Astronom. J.* **116**, 1009 (1998). P. M. Garnavich, a kol., *Astrophys. J.* **509**, 74 (1998). S. Perlmutter, a kol., *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999). C. L. Bennett, a kol., *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003). D. N. Spergel, a kol., *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003).
- [51] A. H. Guth, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981). E. W. Kolb, M. S. Turner: *The Early Universe*. Addison-Wesley, New York, 1990. K. A. Olive, *Phys. Rep.* **190**, 307 (1990).
- [52] M. B. Green, *Class. Quantum Grav.* **16**, A77 (1999).
- [53] J. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231 (1998).
- [54] J. Bičák, J. Podolský, *J. Math. Phys.* **40**, 4495 (1999).
- [55] J. Bičák, J. Podolský, *J. Math. Phys.* **40**, 4506 (1999).
- [56] O. Aharony, S. S. Gubser, J. Maldacena, H. Oouri a Y. Oz, *Phys. Rep.* **323**, 183 (2000).
- [57] I. Ozsváth, I. Robinson, K. Rózga, *J. Math. Phys.* **26**, 1755 (1985).
- [58] A. García Díaz, J. F. Plebański, *J. Math. Phys.* **22**, 2655 (1981).
- [59] S. T. C. Siklos: *Lobachevski Plane Gravitational Waves*, v: M. A. H. MacCallum (ed.): *Galaxies, Axisymmetric Systems and Relativity*. Cambridge University Press, Cambridge (1985), s. 247.