

Epilog: A co gravitační vlny?

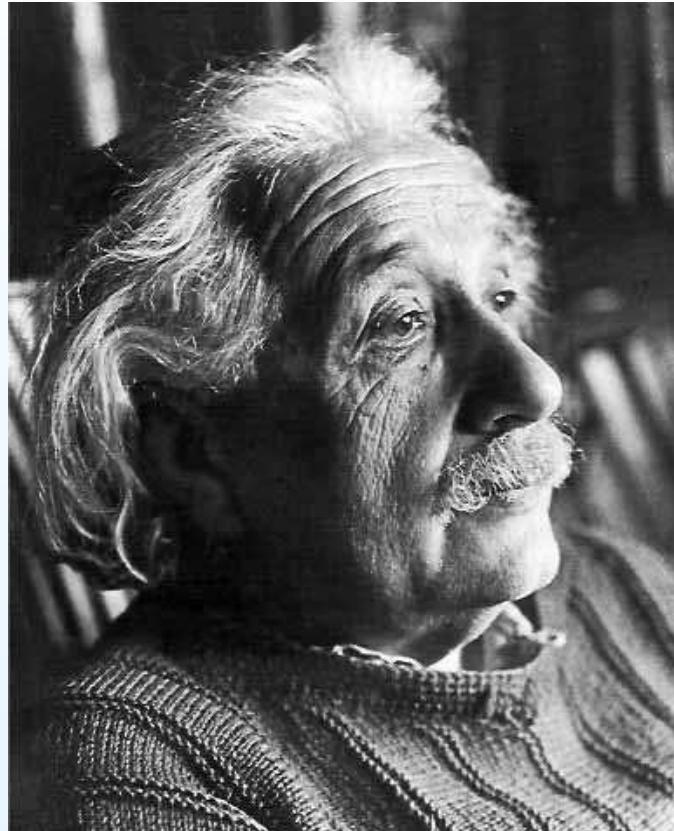
Jiří Podolský

Ústav teoretické fyziky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

PMF 2015

17. 12. 2015

gravitační vlny předpověď Albert Einstein



Albert Einstein

11/1907: Bern – Praha – Curych – Berlín: 11/1915

4/1911 – 7/1912 – 3/1914

obecná relativita je Einsteinovou teorií gravitace:
gravitace je deformace prostoročasu

Einsteinovy rovnice gravitačního pole:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

↑
metrika
geometrie

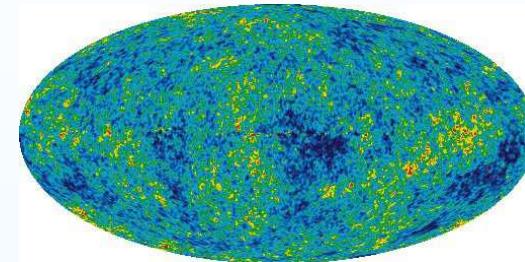
↑
tenzor energie-hybnosti
hmota

- geometrie prostoročasu určena hmotným obsahem
- hmota se pohybuje v neeuklidovské geometrii

hlavní aplikace obecné teorie relativity

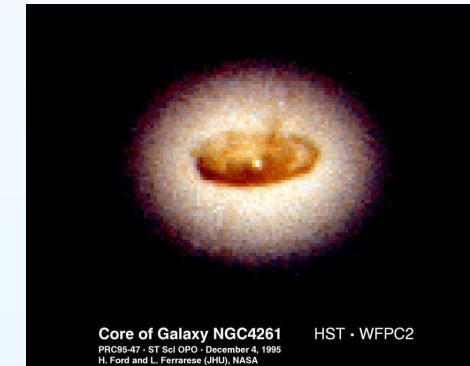
- **kosmologie:** globální modely vesmíru

studium struktury a evoluce kosmu



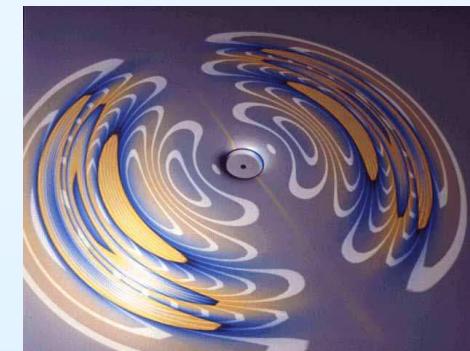
- **černé díry:** relativistická astrofyzika

supernovy, akreční disky
obří černé díry v centrech galaxií
gravitační čočky



- **gravitační vlny:** kosmologické i astrofyzikální

rozvlnění prostoročasové geometrie
vzniklé při explozích, kolapsech a srážkách



gravitační vlny



periodické změny křivosti prostoročasu šířící se rychlostí světla

Einstein (1916), řešení linearizovaných rovnic: příčné vlny, 2 polarizace



vlnostroj Concentric Wave, Martin Smith, 2007 (Harley Gallery, Welbeck, Anglie)

Albert Einstein, předloženo 22. června 1916



Aproximativní integrace rovnic gravitačního pole

688 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. EINSTEIN.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter «erster Näherung» ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, \quad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des [1] Astronomen DE SITTER, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte¹. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

[2]

¹ Sitzungsber. XLVII, 1915, S. 833.

EINSTEIN: Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation 689

§ 1. Integration der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes.

Die Feldgleichungen lauten in ihrer kovarianten Form

$$\left. \begin{aligned} R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} &= -x \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \\ R_{\mu\nu} &= - \sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ \begin{matrix} \mu\alpha \\ \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \nu\beta \\ \alpha \end{matrix} \right\} \\ S_{\mu\nu} &= \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_\mu} \sum_a \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_a} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten die geschweiften Klammern die bekannten Christoffelschen Symbole, $T_{\mu\nu}$ den kovarianten Energietensor der Materie, T den zugehörigen Skalar. Die Gleichungen (1) liefern in der uns interessierenden Näherung die durch Entwickeln unmittelbar folgenden Gleichungen

$$\sum_a \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_a \partial x_a} + \sum_a \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\mu \partial x_a} - \sum_a \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_a \partial x_\mu} - \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \left(\sum_a \gamma_{\mu a} \right) = -2x \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a T_{aa} \right). \quad (2)$$

Das letzte Glied der linken Seite stammt von der Größe $S_{\mu\nu}$, die bei der von mir bevorzugten Koordinatenwahl verschwindet. Die Gleichungen (2) lassen sich durch den Ansatz

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma'_{\mu\nu} + \psi \delta_{\mu\nu}, \quad (3)$$

lösen, wobei die $\gamma'_{\mu\nu}$ der zusätzlichen Bedingung

$$\sum_a \frac{\partial \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_a} = 0 \quad (4)$$

genügen. Durch Einsetzen von (3) in (2) erhält man an Stelle der linken Seite

$$-\sum_a \frac{\partial \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_a} - \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu} \left(\sum_a \gamma'_{\mu a} \right) + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \delta_{\mu\nu} \sum_a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_a \partial x_a} - 4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\mu \partial x_\nu}. \quad (4)$$

Der Beitrag des zweiten, dritten und fünften Gliedes verschwindet, wenn ψ gemäß der Gleichung

$$\sum_a \gamma'_{\mu a} + 2\psi = 0 \quad (5)$$

gewählt wird, was wir festsetzen. Mit Rücksicht hierauf erhält man an Stelle von (2)

80*



vlnová rovnice pro slabé gravitační poruchy

690 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

$$\sum_a \frac{\partial^2}{\partial x_a^2} \left(\gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a \gamma'_{aa} \right) = 2 \times \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a T_{aa} \right)$$

oder

$$\boxed{\sum_a \frac{\partial^2}{\partial x_a^2} \gamma'_{\mu\nu} = 2 \times T_{\mu\nu}.} \quad (6)$$

Es ist hierzu zu bemerken, daß Gleichung (6) mit der Gleichung (4) im Einklang ist. Denn es ist zunächst leicht zu zeigen, daß bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Impulsenergiesatz für die Materie

dnešní zápis:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \Rightarrow \text{pro } \gamma_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \text{ platí } \square \gamma_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
$$|h_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|, \quad \gamma_{\mu\nu},^\nu = 0$$



retardovaný integrál a rovinné gravitační vlny

690 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

$$\sum_a \frac{\partial^2}{\partial x_a^2} \left(\gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a \gamma'_{aa} \right) = 2 \times \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a T_{aa} \right)$$

oder

$$\sum_a \frac{\partial^2}{\partial x_a^2} \gamma'_{\mu\nu} = 2 \times T_{\mu\nu}. \quad (6)$$

Es ist hierzu zu bemerken, daß Gleichung (6) mit der Gleichung (4) im Einklang ist. Denn es ist zunächst leicht zu zeigen, daß bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Impulsenergiesatz für die Materie durch die Gleichung

$$\sum_a \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_a} = 0 \quad (7)$$

ausgedrückt ward. Führt man an (6) die Operation $\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a}$ aus, so verschwindet nicht nur vermöge (4) die linke Seite, sondern, wie es sein muß, vermöge (7) auch die rechte Seite von (6). Wir merken an, daß wegen (3) und (5) die Gleichungen

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a \gamma'_{aa} \quad (8)$$

$$\gamma'_{\mu\nu} = \gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_a \gamma_{aa} \quad (8a)$$

bestehen. Da sich die $\gamma'_{\mu\nu}$ nach Art der retardierten Potentiale berechnen lassen, so ist damit unsere Aufgabe gelöst. Es ist

$$\gamma'_{\mu\nu} = -\frac{x}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu}(x_0, y_0, z_0, t-r)}{r} dV_0. \quad (9)$$

Dabei sind mit x, y, z, t die reellen Koordinaten $x_0, y_0, z_0, \frac{x_0}{r}$ bezeichnet, und zwar bezeichnen sie ohne Indizes die Koordinaten des Aufpunktes, mit dem Index »o« diejenigen des Integrationselementes. dV_0 ist das dreidimensionale Volumelement des Integrationsraumes r der räumliche Abstand $\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$.

Für das Folgende bedürfen wir ferner der Energiekomponenten

$\gamma_{\mu\nu}$ und $\gamma'_{\mu\nu}$ nicht beliebigen, sondern nur linearen, orthogonalen Substitutionen gegenüber Tensorcharakter besitzen.

§ 2. Ebene Gravitationswellen.

Aus den Gleichungen (6) und (9) folgt, daß sich Gravitationsfelder stets mit der Geschwindigkeit 1, d. h. mit Lichtgeschwindigkeit, fortpflanzen. Ebene, nach der positiven x -Achse fortschreitende Gravitationswellen sind daher durch den Ansatz zu finden

$$\gamma'_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\nu} f(x_0 + ix_0) = \alpha_{\mu\nu} f(x - t). \quad (15)$$

Dabei sind die $\alpha_{\mu\nu}$ Konstante; f ist eine Funktion des Arguments $x - t$. Ist der betrachtete Raum frei von Materie, d. h. verschwinden die $T_{\mu\nu}$, so sind die Gleichungen (6) durch diesen Ansatz erfüllt. Die Gleichungen (4) liefern zwischen den $\alpha_{\mu\nu}$ die Beziehungen

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{11} + i\alpha_{14} = 0 \\ \alpha_{12} + i\alpha_{24} = 0 \\ \alpha_{13} + i\alpha_{34} = 0 \\ \alpha_{14} + i\alpha_{44} = 0 \end{array} \right\}. \quad (16)$$

Von den 10 Konstanten $\alpha_{\mu\nu}$ sind daher nur 6 frei wählbar. Wir

- šíření rychlostí světla
- transverzalita



Einstein, 1918

154 Gesamtsitzung vom 14. Februar 1918. — Mitteilung vom 31. Januar

Über Gravitationswellen.

Von A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in mir behandelt worden¹. Da aber meine damalig standes nicht genügend durchsichtig und auf dauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß die Angelegenheit zurückkommen.

[2] Wie damals beschränke ich mich auch [3] das betrachtete zeiträumliche Kontinuum sich nur sehr wenig unterscheidet. Um für alle

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$$

setzen zu können, wählen wir, wie es in der Theorie üblich ist, die Zeitvariable x_4 rein in

$$x_4 = it$$

setzen, wobei t die »Lichtzeit« bedeutet. In (1) je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$ ist. Die $\gamma_{\mu\nu}$ sind welche die Abweichung des Kontinuums von sie bilden einen Tensor vom zweiten Range g formationen.

§ 1. Lösung der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes durch retardierte Potentiale

Wir gehen aus von den für ein beliebig gültigen² Feldgleichungen

$$\begin{aligned} -\sum_a \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ \begin{matrix} \mu & \nu \\ \alpha & \beta \end{matrix} \right\} + \sum_a \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left\{ \begin{matrix} \mu & \alpha \\ \alpha & \beta \end{matrix} \right\} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ \begin{matrix} \mu & \alpha \\ \beta & \beta \end{matrix} \right\} \\ = -\epsilon \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \end{aligned}$$

[1] Diese Sitzungsber. 1916, S. 688ff.

[4] Von der Einführung des » ϵ -Gliedes« (vgl. diese Sitzungsber. 1917, S. 142) ist dabei Abstand genommen.

shrnutí včetně diskuze vyzařování zdrojů a energie

156 Gesamtsitzung vom 14. Februar 1918. — Mitteilung vom 31. Januar

so gewählt werden, daß die $g_{\mu\nu}$ des neuen Systems vier willkürlich vorgeschriebenen Beziehungen genügen. Diese denken wir so gewählt, daß sie im Falle der uns interessierenden Näherung in die Gleichungen (5) übergehen. Die letzteren Gleichungen bedeuten also eine von uns gewählte Vorschrift, nach welcher das Koordinatensystem zu wählen ist. Vermöge (5) erhält man an Stelle von (4) die einfachen Gleichungen

$$\sum_a \frac{\partial^2 \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_a^2} = 2\epsilon T_{\mu\nu}. \quad (6)$$

Aus (6) erkennt man, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Die $\gamma_{\mu\nu}$ lassen sich bei gegebenen $T_{\mu\nu}$ aus letzteren nach Art der retardierten Potentiale berechnen. Sind $x, y,$

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$



Einstein, Vídeň, přednáška 23. září 1913

bekannten Form genau richtig, so wären die $g_{\mu\nu}$ bzw. $\gamma_{\mu\nu}$ durch folgende Tabellen gegeben:

Tabelle der $g_{\mu\nu}$

-1	0	0	0
0	-1	0	0
0	0	-1	0
0	0	0	c^2

Tabelle der $\gamma_{\mu\nu}$

-1	0	0	0
0	-1	0	0
0	0	-1	0
0	0	0	c^2

Die Gravitationsgleichungen lassen es aber nicht zu, daß die Komponenten des Fundamental-tensors diese Werte in einem endlichen Gebiete wirklich haben können, falls in diesem Gebiete irgendein physikalischer Vorgang stattfindet. Es zeigt sich jedoch, daß die Abweichungen der Tensorkomponenten von den angegebenen konstanten Werten für die uns zugänglichen Gebiete der Welt als sehr kleine Größen aufzufassen sind. Wir erhalten eine weitgehende Approximation, wenn wir jene Abweichungen, die wir mit g^* , bzw. γ^* bezeichnen wollen, nebst ihren Ableitungen nur da berücksichtigen, wo sie linear auftreten, aber alle jene Terme vernachlässigen, in denen zwei derartige Größen miteinander multipliziert sind. Die Gleichungen (7a) bzw. (7b) nehmen dann die Form an

$$\boxed{\square g_{\mu\nu}^* = \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}^*}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}^*}{\partial t^2} = z T_{\mu\nu},} \quad (7c)$$

wobei die $T_{\mu\nu}$ für eine Strömung inkohärenter Massen durch das Schema

O současném stavu problému gravitace

1266

Einstein, Gravitationsproblem.

Physik. Zeitschr. XIV, 1913.

Born: Ich möchte eine Frage an Herrn Einstein richten, nämlich, wie rasch die Gravitationswirkung nach Ihrer Theorie sich ausbreitet. Daß es mit Lichtgeschwindigkeit geschieht, leuchtet mir nicht ein, es muß ein sehr komplizierter Zusammenhang sein.

Einstein: Es ist außerordentlich einfach, die Gleichungen hinzuschreiben für den Fall, daß die Störungen, die man in das Feld hineinsetzt, unendlich klein sind. Dann unterscheiden sich die g nur um unendlich wenig von denen, die ohne jene Störung vorhanden waren; die Störungen pflanzen sich dann mit derselben Geschwindigkeit fort wie das Licht.

Born: Aber bei großen Störungen ist es wohl sehr kompliziert?

Einstein: Ja, da ist es ein mathematisch kompliziertes Problem. Überhaupt ist es schwer, exakte Lösungen der Gleichungen zu finden, da die Gleichungen nicht linear sind.

Jäger: Einstein sollte uns mitteilen, wie er

einer Flüssigkeit unter dem Einfluß von Volumkräften, wie z. B. der Schwere, kann nur zustande kommen, weil eine Zustandsgleichung zwischen Volumen und Druck-

sich die Ausführung des Fundamentelexperiments denkt, und es wäre interessant, zu vernehmen, welchen Standpunkt die hier anwesenden Astronomen dazu haben.

Einstein: Ich bin nicht der kompetente Mann, um im einzelnen zu fixieren, wie die Astronomen das machen sollen. Es handelt sich um die Photographie der Fixsterne in der Nähe der Sonne bei einer totalen Sonnenfinsternis, um zu entscheiden, ob die Sonnennähe die scheinbaren Orte der Sterne beeinflußt oder nicht.

Jäger: Ist nicht ein Astrophysiker der Meinung, daß Veränderungen der Bilder der Fixsterne entstehen, je nachdem die Sonne dabei ist oder nicht, und daß die von Einstein gesuchte Änderung dagegen völlig verschwindet?

Einstein: Darüber werden Fachleute urteilen müssen; vorläufig muß man abwarten, wie die Aufnahmen ausfallen.

Mie: Ich möchte noch auf eine andere experimentelle Konsequenz der verschiedenen Gravitationstheorien aufmerksam machen. Nach der Einsteinschen Theorie muß die Schwingungs-

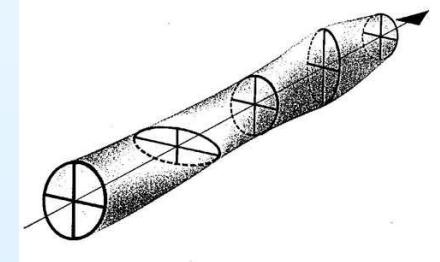
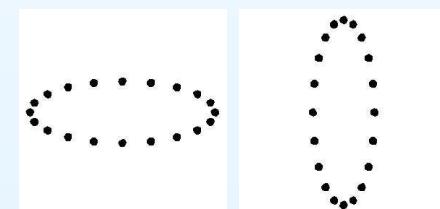
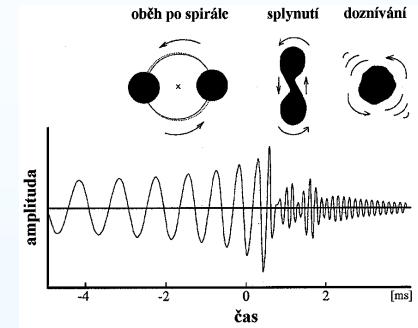
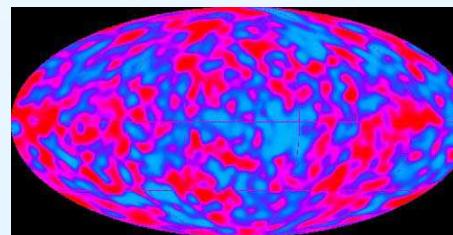
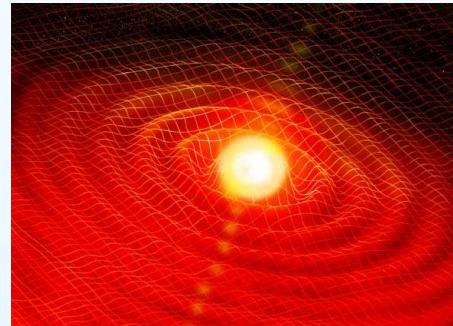
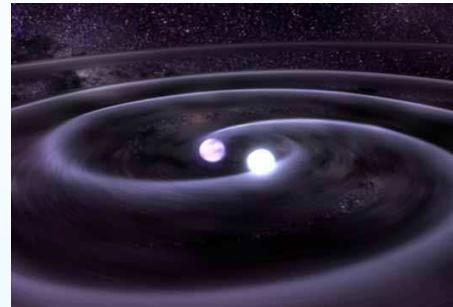
pouhý rok po Einsteinově odchodu z Prahy ...

zdroje gravitačních vln



každý zrychlený nesférický pohyb hmoty, zejména:

- kompaktní dvojhvězdy
- supernovy
- velký třesk



gravitační vlny jsou nesmírně slabé:

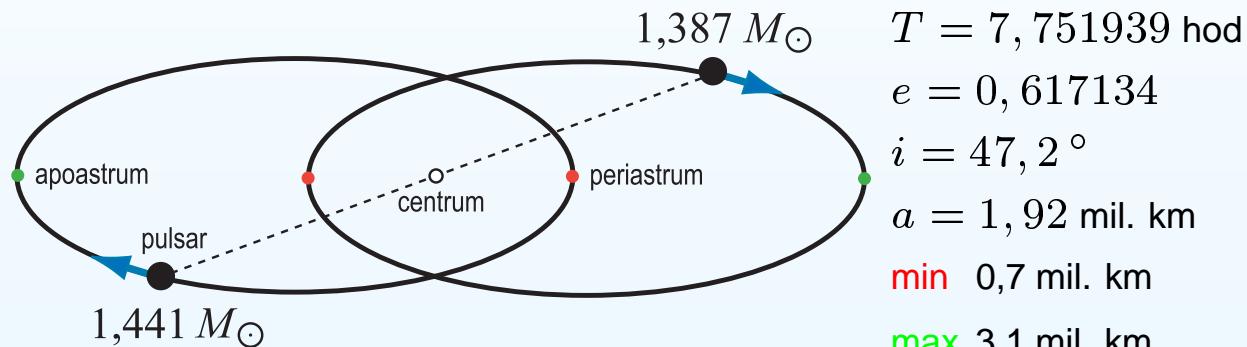
$$h = \frac{\Delta L}{L} < 10^{-22}$$

pozorování PSR B1913+16: důkaz gravitačních vln



pulsar v těsném dvojném systému, sledovaný od roku 1974:

binární systém s PSR B1913+16 vyzařuje gravitační vlny

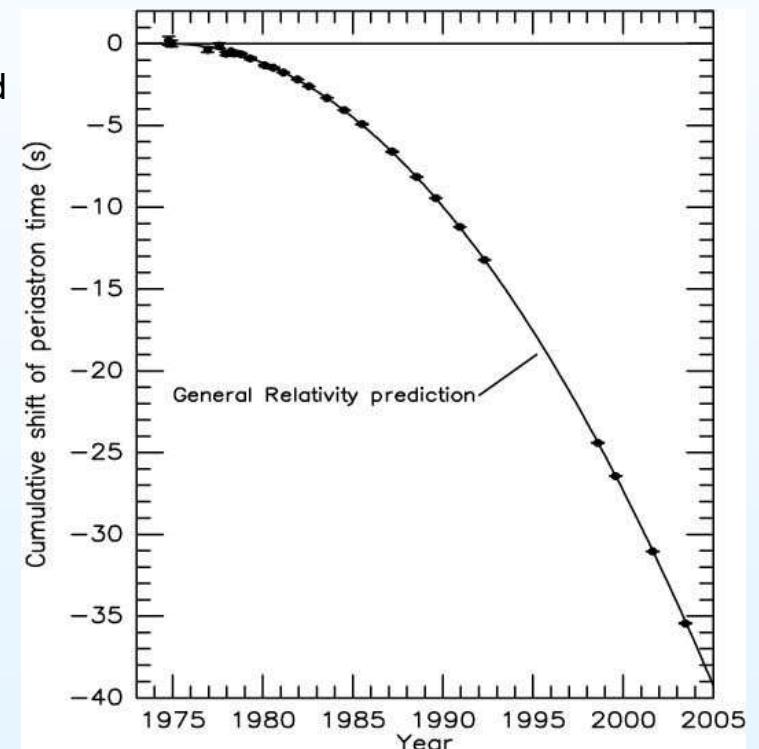


obě neutronové hvězdy se spirálovitě přibližují o 3,1 mm při každém oběhu
→ zkracování T o $76 \mu\text{s}/\text{rok}$, protože gravitační vlny odnášejí energii

pozorování zcela souhlasí s předpovědí teorie relativity:

chyba menší než 0,2%

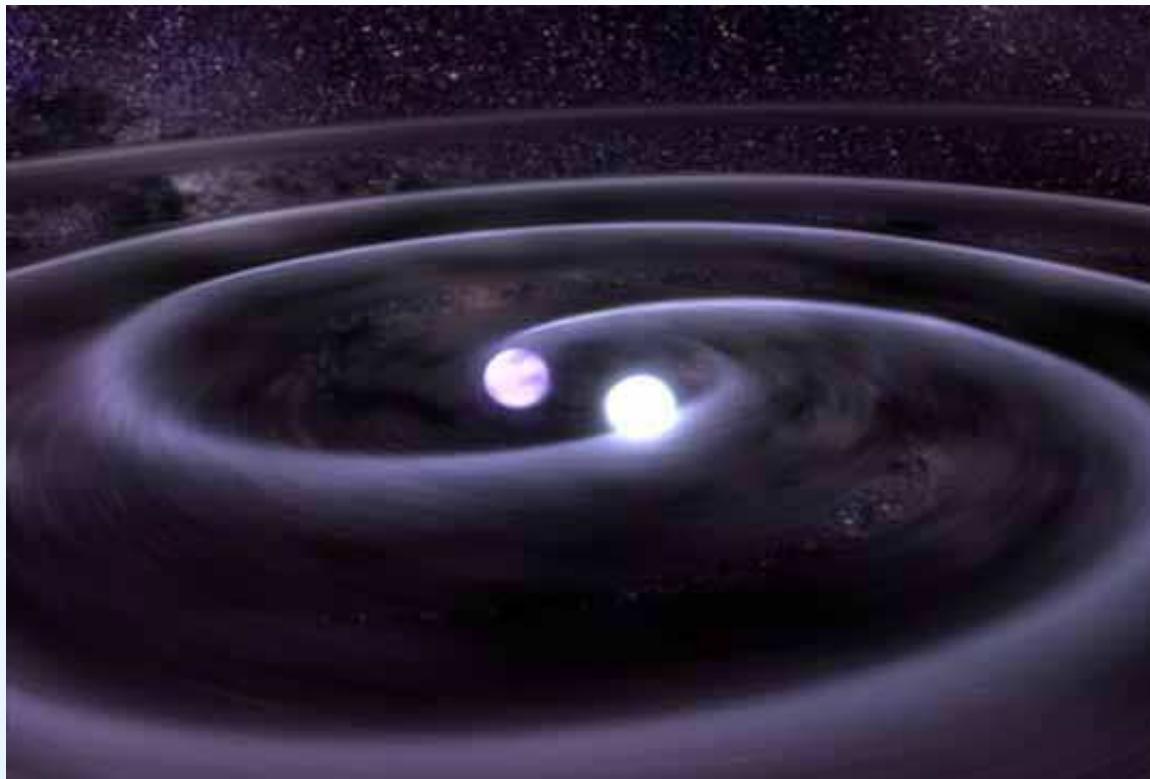
Hulse a Taylor: Nobelova cena za fyziku, 1993



zdroj: Weisberg J. M. a Taylor J. H.,
ASP Conf. Ser., **328** (2005) 25

binární pulsary jsou relativistické laboratoře

systém dvou neutronových hvězd obíhajících velmi blízko sebe
významné testy obecné relativity v silných gravitačních polích:



PSR B1913+16 (1974)
PSR J0737+3039 (2003)

stáčení dráhy:

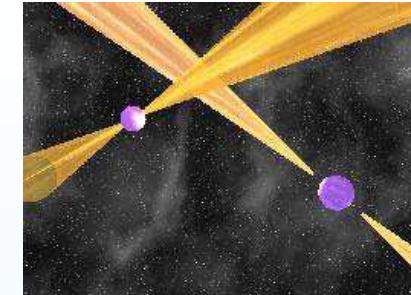
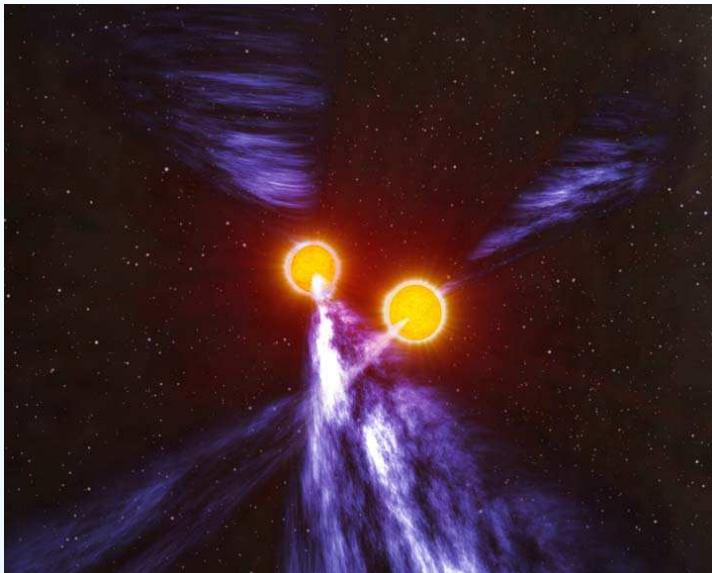
4,2 ° za rok
16,9 ° za rok

přibližování po spirále:

3,5 m za rok
2,6 m za rok

dvojitý pulsar PSR J0737+3039

obě složky pozorujeme jako pulsary, navíc dochází k zákrytům!



$$m_A = 1,337 M_{\odot} \quad P_A = 0,023 \text{ s}$$

$$m_B = 1,250 M_{\odot} \quad P_B = 2,773 \text{ s}$$

$$T = 2,454 \text{ hod}$$

$$e = 0,087779$$

$$i = 88^\circ$$

$$a = 878 \text{ tis. km}$$

zákryt 30 s když A prochází za B

⇒ mapování magnetosféry

unikátní relativistická laboratoř:

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| ● stáčení dráhy | 16,9° za rok |
| ● přibližování po spirále | 2,6 m za rok |
| ● rudý posuv rotační periody | 0,38 ms |
| ● časové zpoždění | 90 μs |
| ● geodetická precese rotačních os: | perioda 75 let (A) a 71 let (B) |

závěr: Einsteinově teorii můžeme zatím opravdu důvěrovat

rezonanční detektory Josepha Webera



cíl: přímo změřit vlnky křivosti generované vzdálenými vesmírnými objekty



- po roce 1960
- tunové hliníkové válce
- vibrace snímány piezoelektricky

(ultra)kryogenní potomci:

EXPLORER (CERN), ALLEGRO (Louisiana), NIOBE (Perth)

NAUTILUS (Frascati, Řím), AURIGA (Legnaro, Padova)

$T < 0.1$ K, SQUID

nevýhoda: naladěny jen na úzké rezonanční frekvence (kolem 900 Hz)

Detekce a generování gravitačních vln

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 117, NUMBER 1

JANUARY 1, 1960

Detection and Generation of Gravitational Waves*

J. WEBER

University of Maryland, College Park, Maryland

(Received February 9, 1959; revised manuscript received July 20, 1959)

Methods are proposed for measurement of the Riemann tensor and detection of gravitational waves. These make use of the fact that relative motion of mass points, or strains in a crystal, can be produced by second derivatives of the gravitational fields. The strains in a crystal may result in electric polarization in consequence of the piezoelectric effect. Measurement of voltages then enables certain components of the Riemann tensor to be determined. Mathematical analysis of the limitations is given. Arrangements are presented for search for gravitational radiation.

The generation of gravitational waves in the laboratory is discussed. New methods are proposed which employ electrically induced stresses in crystals. These give approximately a seventeen-order increase in radiation over a spinning rod of the same length as the crystal. At the same frequency the crystal gives radiation which is about thirty-nine orders greater than that of a spinning rod.

INTRODUCTION

THE question of gravitational radiation has always been a central issue in the General Theory of Relativity. Long ago, Einstein¹ and Eddington² studied the problem and predicted that very small amounts of energy would be radiated by a spinning rod or a double star. A great deal of theoretical work on the radiation problem has appeared, during the past four decades.

Experimental work along these lines now appears possible. Two avenues of approach will be considered.³ First we should like to detect the presence of gravitational radiation incident on earth from either the sun or outside the solar system. Secondly it would be highly desirable to be able to generate and detect this radiation in a small laboratory.

Devices for detection of the radiation operate essentially by measuring the Fourier transform of the

Riemann tensor. These will be discussed first. This will then be followed by proposals for generation of gravitational radiation which may give an increase of many orders over the gravitational radiation from a spinning rod.

DETECTION OF GRAVITATIONAL RADIATION

Suppose we have a system of masses which may interact with each other. We start with the action principle

$$\delta I = \delta \left[-cm \int ds + W \right] = 0. \quad (1)$$

In (1) m is the rest mass and W is the part of the action function associated with forces arising from the motion of the mass relative to other masses with which it interacts. The line element ds is given by

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2)$$

For δW we assume a function given by

$$-c\delta W = \int F_\mu \delta x^\mu ds; \quad (3)$$

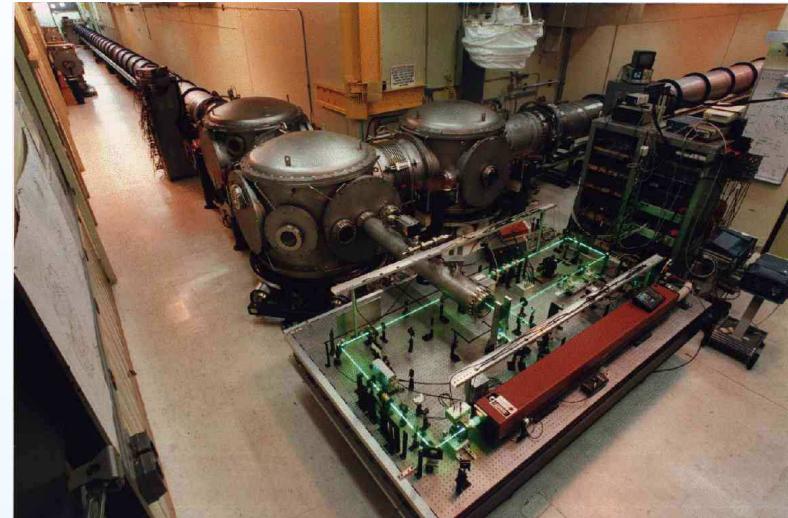
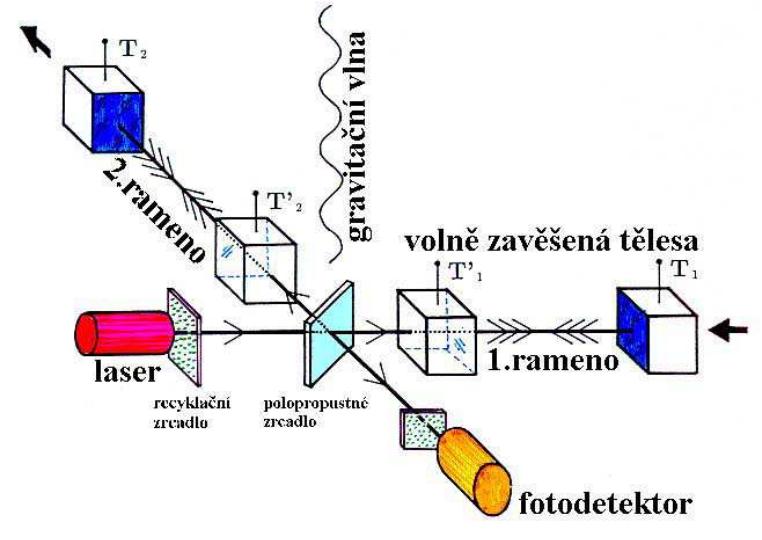
(3) identifies F_μ as the four-force. The Euler-Lagrange

* Supported by the National Science Foundation.
¹ A. Einstein, Sitzber. deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Physik u. Tech. (1916), p. 688; (1918), p. 154.

² A. S. Eddington, Proc. Roy. Soc. (London) A102, 268 (1923).

³ A number of the results discussed here were given without proof in the author's Gravity Research Foundation Prize Essays, April 1958 and April 1959, and at the Royaumont Conference on the Relativistic Theories of Gravitation, Royaumont, France, June, 1959 (unpublished).

interferometrické detektory gravitačních vln



MARK 2 (Caltech, USA)



TAMA 300 (Tokyo, Japonsko)



GEO 600 (Hannover, Německo)

LIGO a Virgo



interferometry kilometrových rozměrů



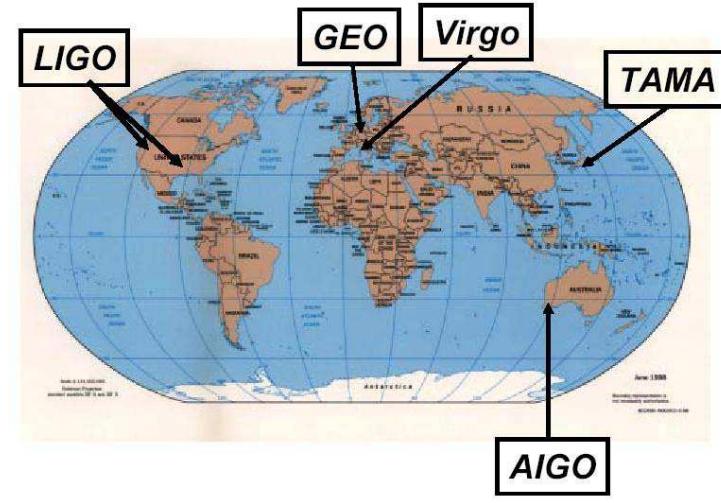
LIGO (Hanford, USA)



Virgo (Pisa, Itálie)



celosvětová síť detektorů gravitačních vln



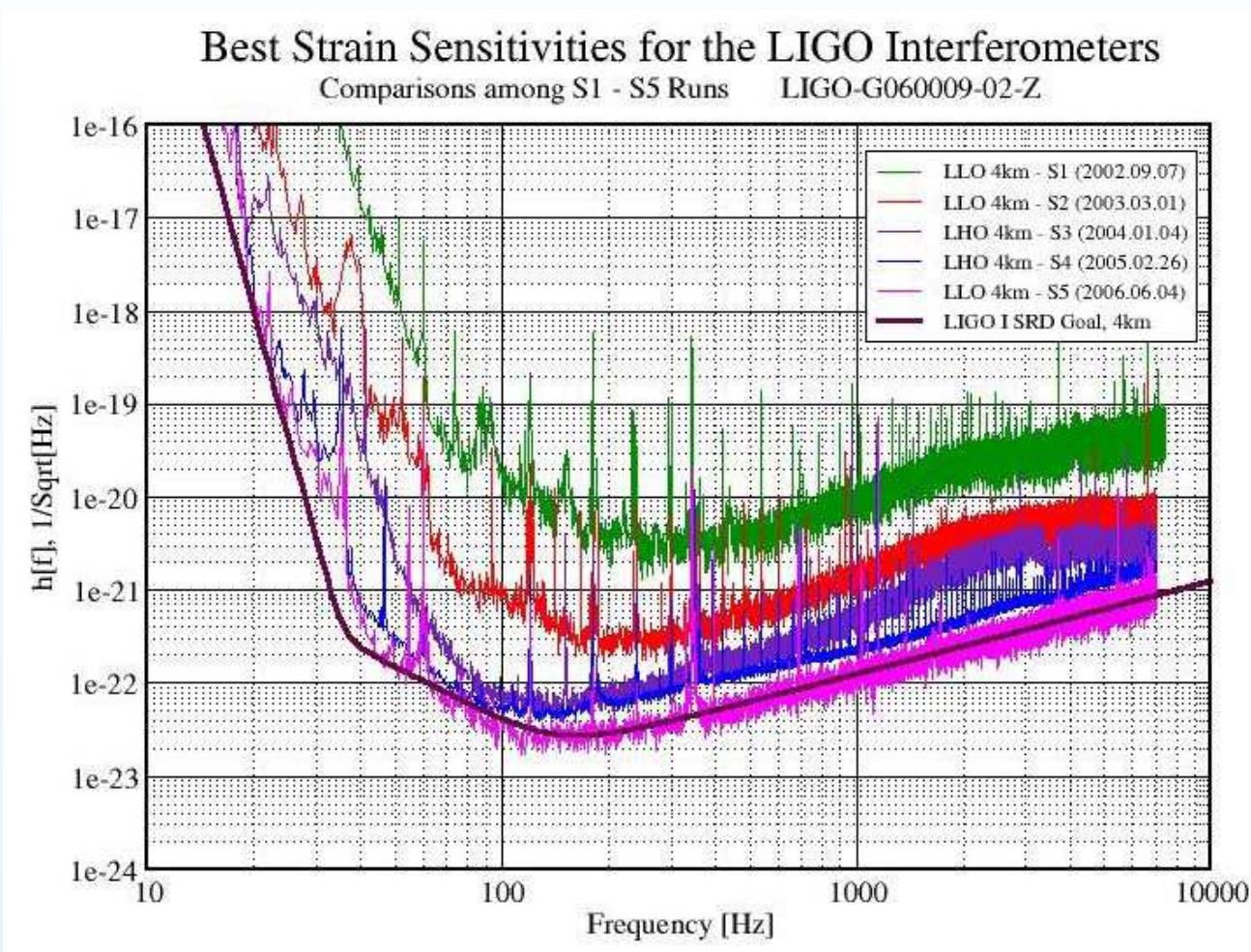
dvě observatoře LIGO

název	umístění	země	rozměry	rok	adresa
MARK 2	Pasadena	USA	40 m	1991	www.ligo.caltech.edu
TAMA 300	Tokyo	Japon.	300 m	1999	tamago.mtk.nao.ac.jp
GEO 600	Hannover	SRN GB	600 m	2000	www.geo600.uni-hannover.de
LIGO	Hanford Livingston	USA	4 km	2001	www.ligo.caltech.edu
VIRGO	Pisa	Itálie Francie	3 km	2002	virgo4p.pg.infn.it/virgo
LISA	vesmír	ESA NASA	5×10^6 km	2010 > 2025?	lisa.jpl.nasa.gov



detekce gravitačních vln: příběh s otevřeným koncem

citlivost detektorů stále roste, již je lepší než 10^{-22} :



gravitační vlny přesto zatím detekovány nebyly ...

současný stav a výhledy



od r. 2002 uskutečnil LIGO, Virgo a další detektory 6 cyklů vědeckých měření S1-S6

měření S5 (11/2005-9/2007) laser 10W, zrcadla 11 kg

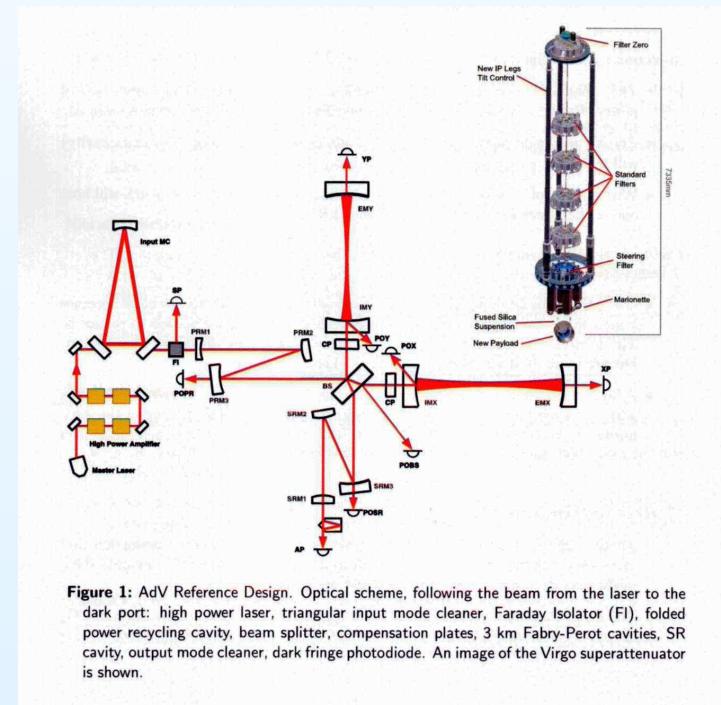
↓ 2008: Enhanced LIGO laser 35W 2x citlivější

měření S6 (7/2009-10/2010)

↓ 2015: Advanced LIGO laser 180W, zrcadla 40 kg 8x citlivější
 $h \sim 10^{-23}$

spolu s Advanced Virgo 165W, 42 kg

AdLIGO v Indii nebo Austrálii ?

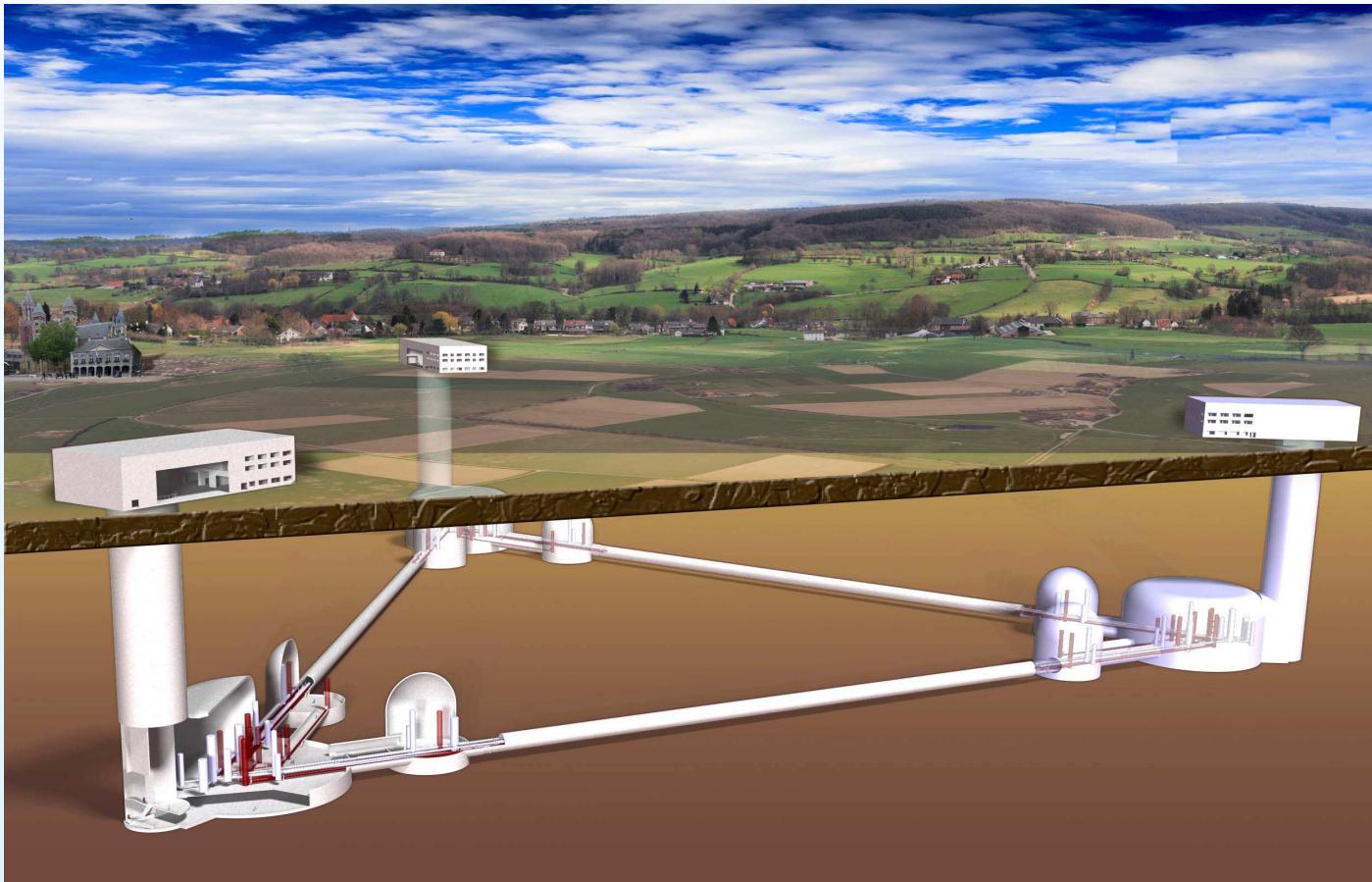


vize třetí generace detektorů

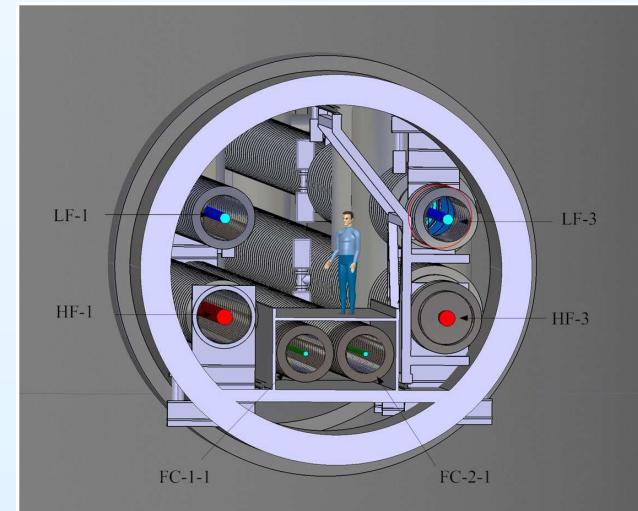
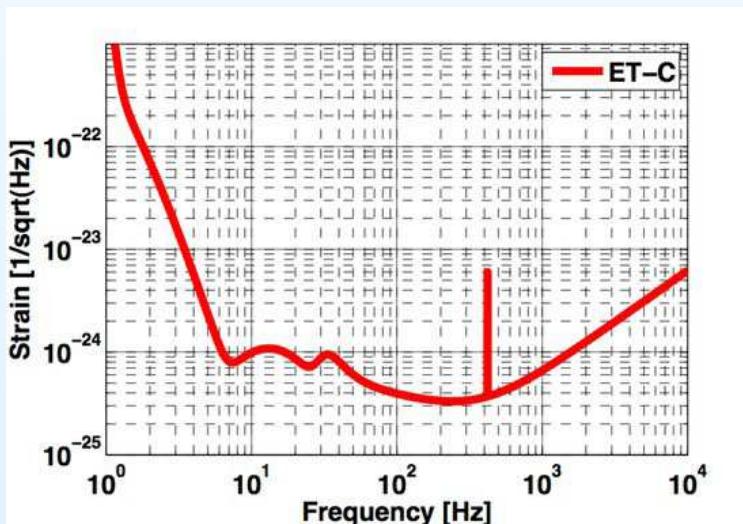
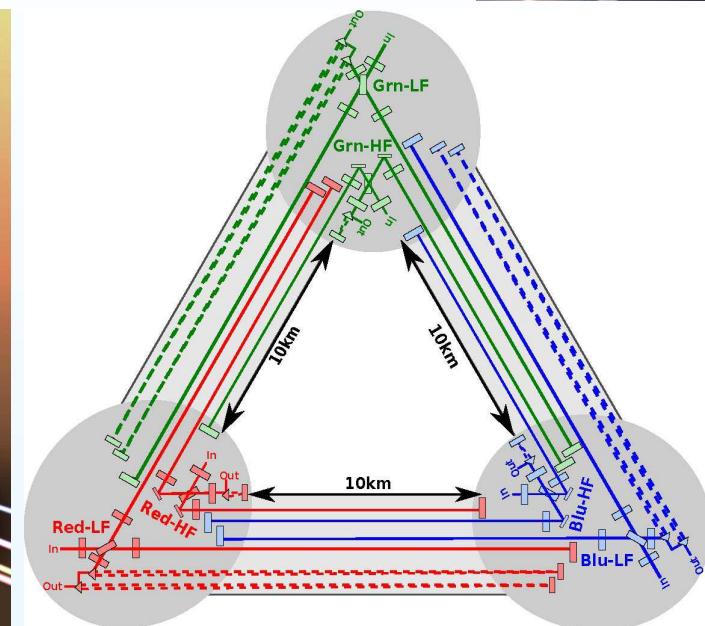
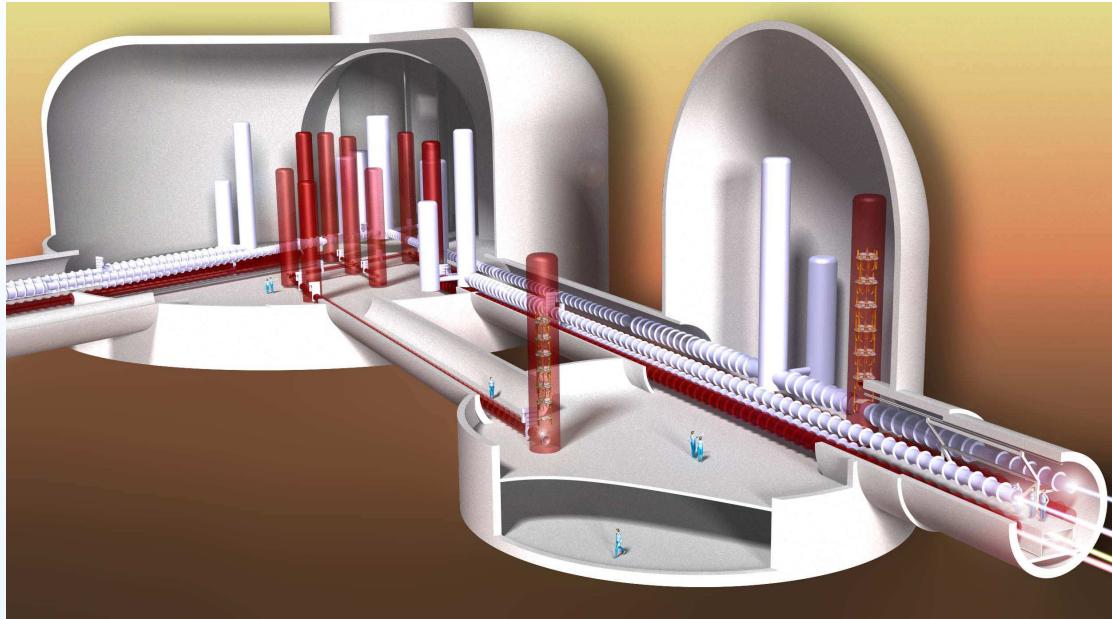


kryogenní kilometrové safírové interferometry pod zemí

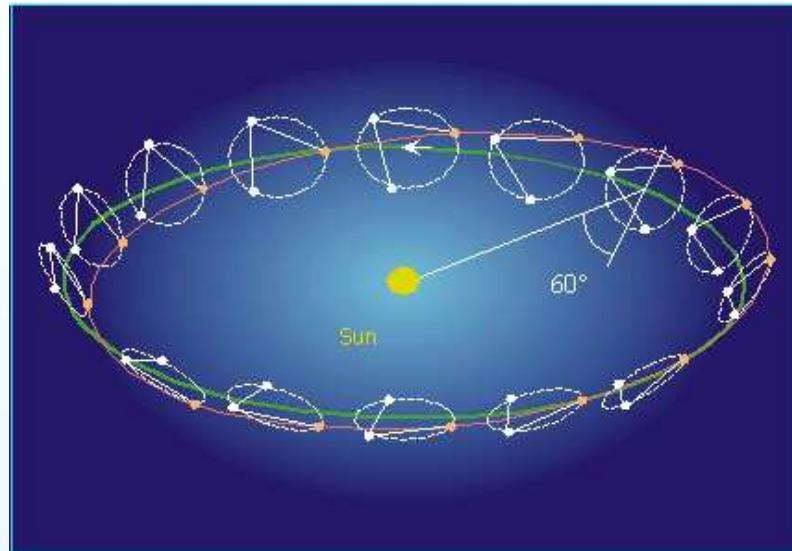
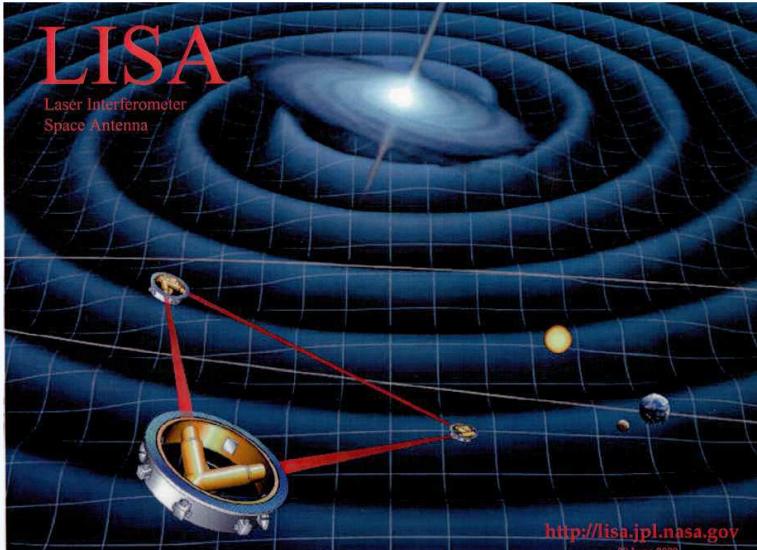
- KAGRA (KAMioka GRAvitational wave detector, 3 km, $h \sim 10^{-23}$) Japonsko
- ET (Einstein gravitational-wave Telescope, 10 km, $h \sim 10^{-24}$) Evropa



evropský projekt ET po roce 2020



další naděje: LISA v kosmickém prostoru



- obří interferometr ESA a NASA
- 3 družice
- ve vrcholech trojúhelníka
- strany 5 milionů km
- oběh kolem Slunce 1 AU
- za Zemí 20°
- sklon 60°

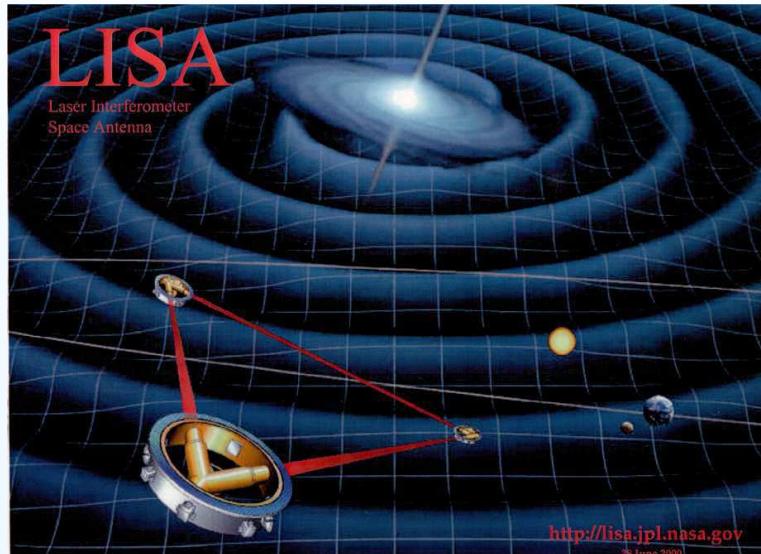


- bezsilová trajektorie
- testovací tělesa: krychle 46 mm
 $\frac{1}{4}$ Pt + $\frac{3}{4}$ Au, 2 kg
- korekční trysky o tahu μN
- lasery 2 W
- Cassegrainovy teleskopy \varnothing 40 cm
- frekvenční rozsah 0,1 mHz–0,1 Hz
- 1,5 miliardy eur

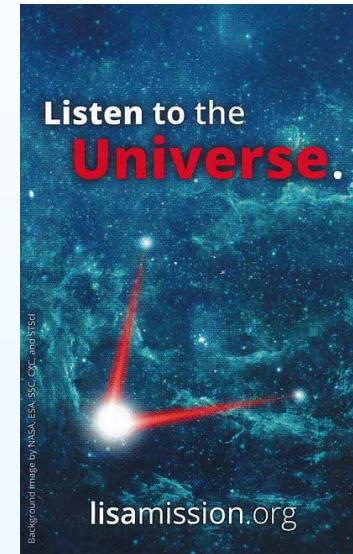
místo LISY bude evropská eLISA



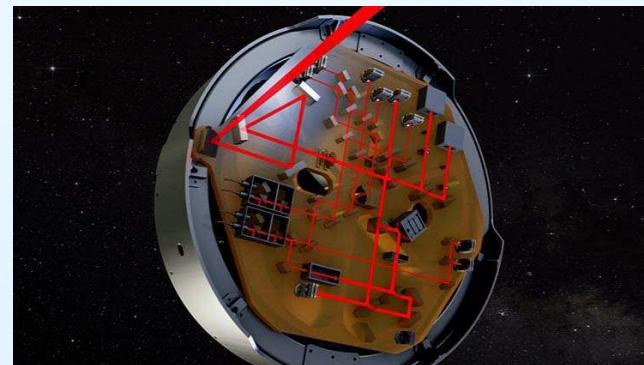
v roce 2010 americká NASA od projektu LISA odstoupila



projekt se musel
zcela předělat:



- jeden interferometr ESA
- 3 družice, ale jen 2 ramena
- ve vrcholech trojúhelníka
- strany jen 1 milionů km
- oběh kolem Slunce 1 AU
- za Zemí 20°
- sklon 60°

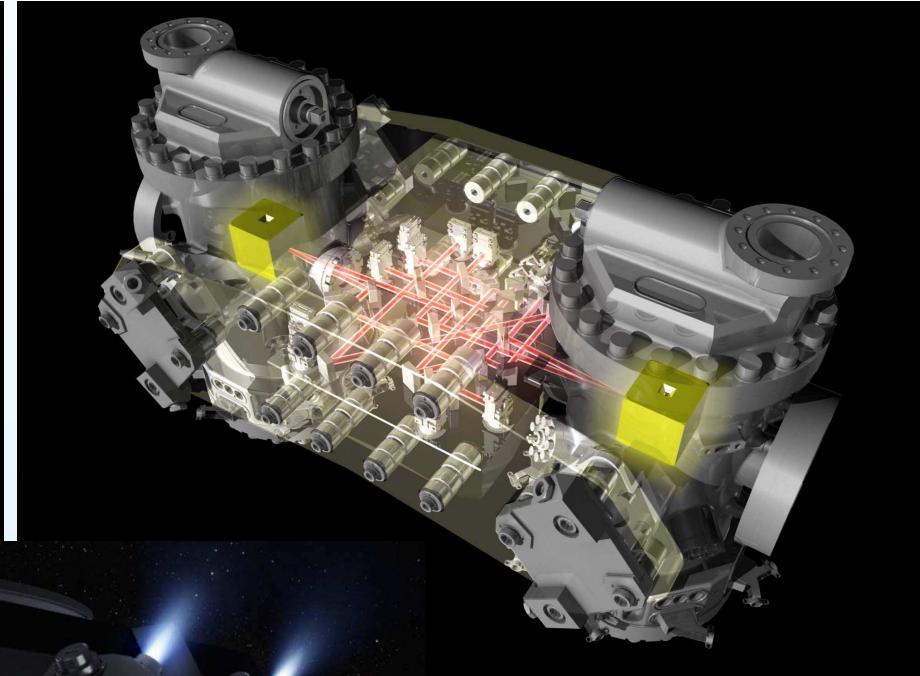
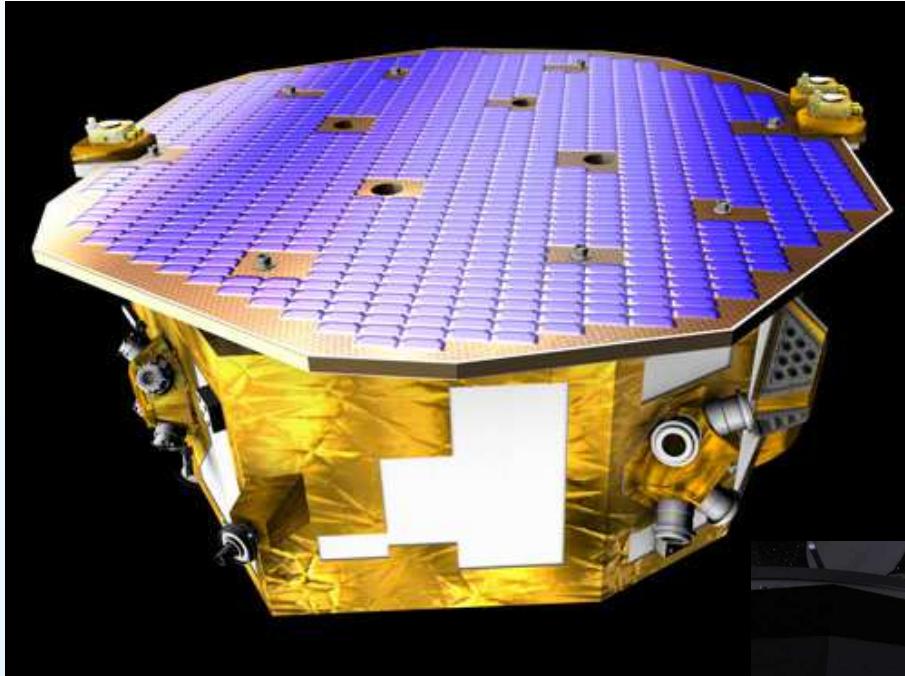


- testovací tělesa: krychle 46 mm $\frac{1}{4}$ Pt + $\frac{3}{4}$ Au, 2 kg
- korekční trysky o tahu μN
- lasery 2 W
- Cassegrainovy teleskopy \varnothing 20 cm
- frekvenční rozsah 0,1 mHz–1 Hz
- rok 2025 ?

LISA Pathfinder



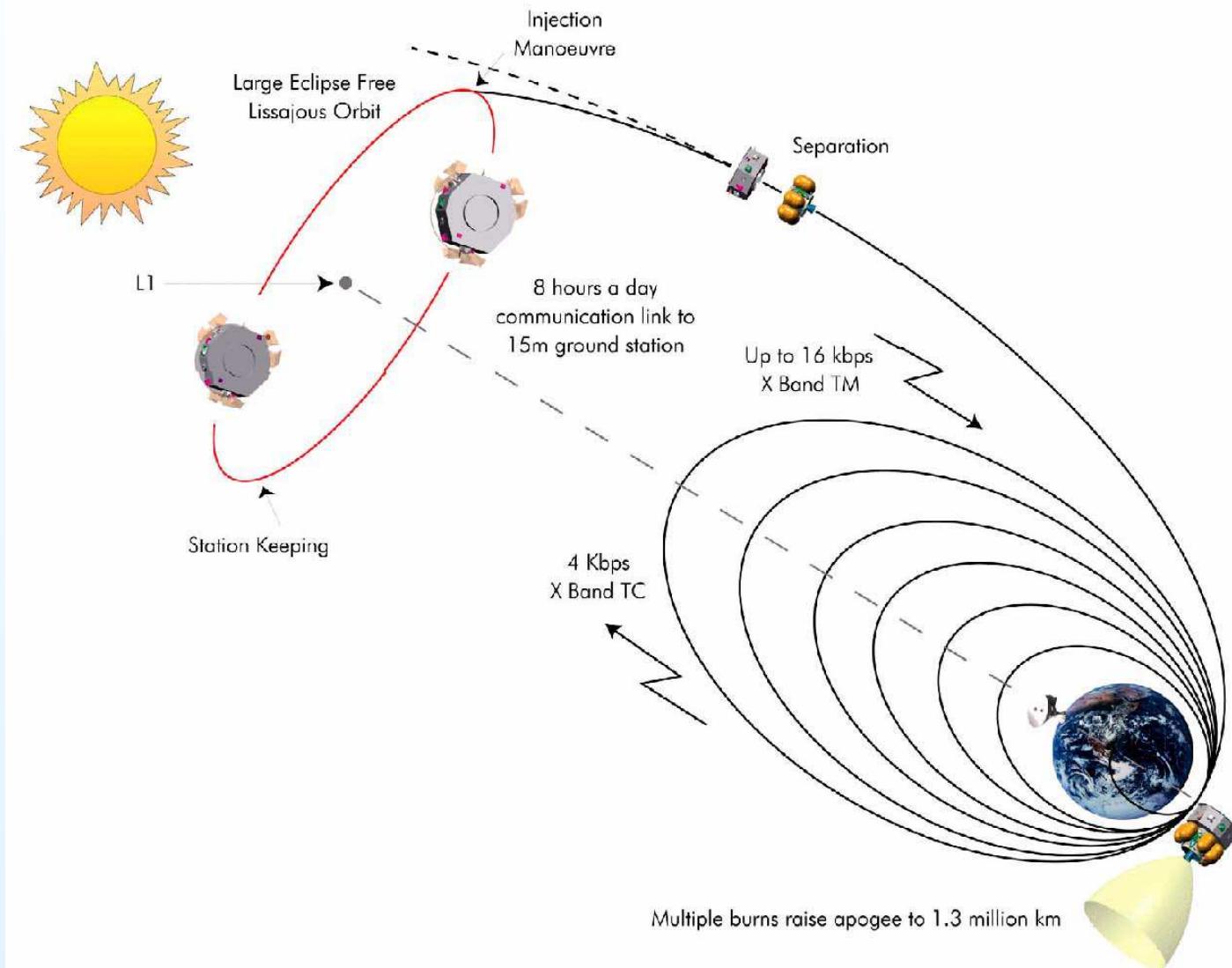
technologický průkopník ESA:
Předvoj eLISY (2015)



start LISY Pathfinder: Kourou, dne 3.12. 2015



dráha LISY Pathfinder



- okolí libračního bodu L1
- 1,5 mil km od Země
- Lissajousova orbita
 500×800 tisíc km
- roční mise
- pikometrová přesnost

držte palce ...

připojte se!



Background image by NASA, ESA, SSC, CXC, and STScI

**Listen to the
Universe.**

lisamission.org

A large advertisement for the LISA mission. It features a central image of a star with a red beam of light extending from it, set against a dark blue, star-filled background. The text "Listen to the Universe." is displayed in white and red. The website "lisamission.org" is at the bottom. A vertical credit line on the left reads "Background image by NASA, ESA, SSC, CXC, and STScI".

Do you us?

facebook.com/LISAc...

A promotional graphic for the LISA community. It features a QR code in the center, with the text "Do you us?" above it and the URL "facebook.com/LISAc..." below it. The background is a solid blue color.