

Einsteinovy gravitační vlny

Jiří Podolský

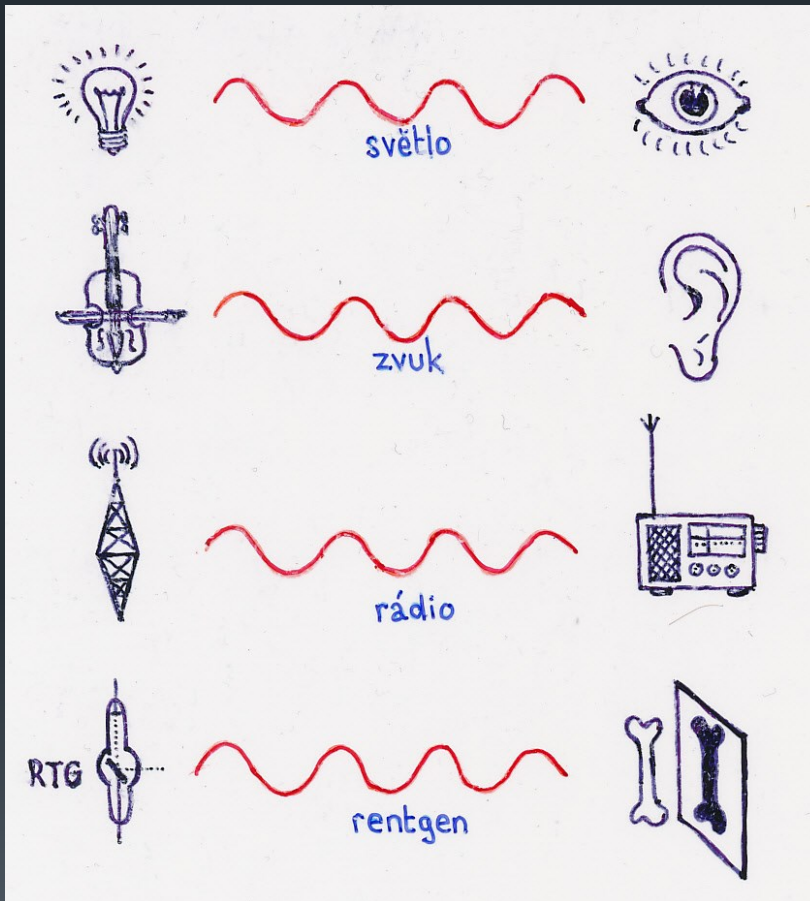
Ústav teoretické fyziky

Matematicko-fyzikální fakulta

Univerzita Karlova v Praze

chvála vln

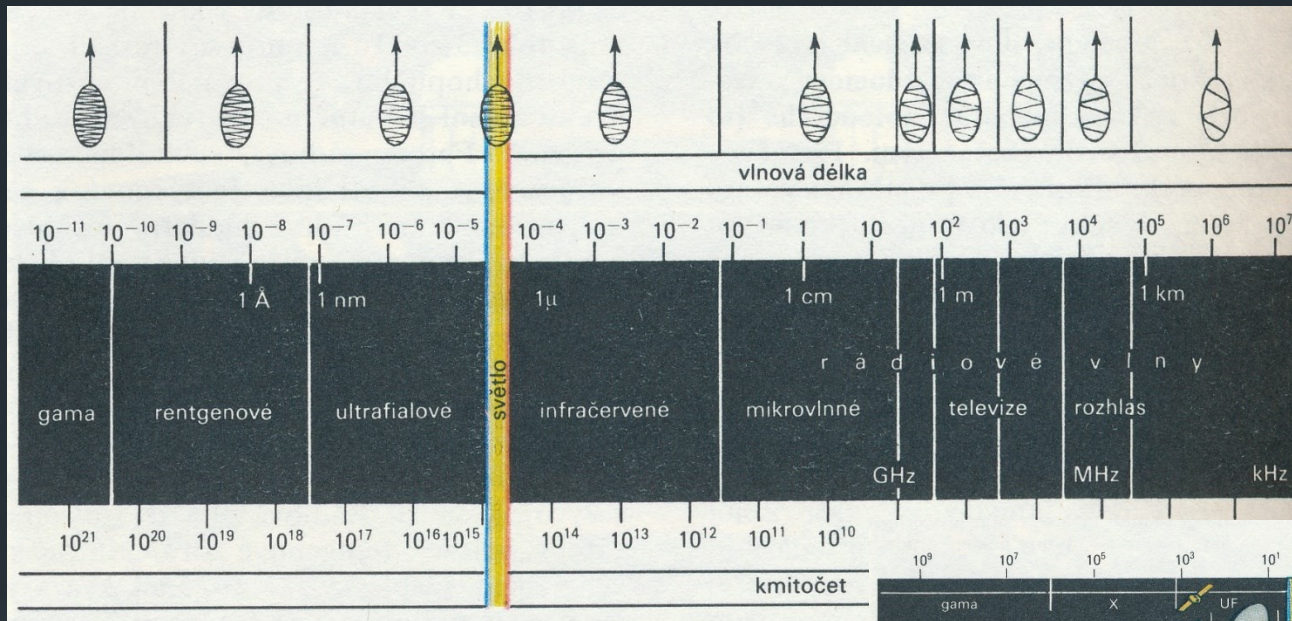
hrají hlavní roli při poznávání světa



- bez vln bychom byli slepí a hluchoněmí
- neměli bychom rádio, televizi, radary, rentgen, CT, Internet, web, mobily, ...
- neměli bychom dnešní vědu a rozhodně ne astronomii

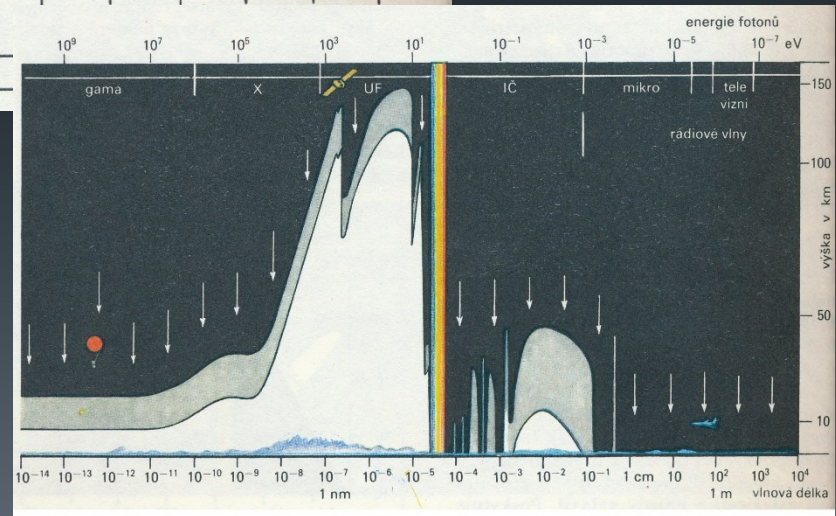
chvála elektromagnetických vln

hrají hlavní roli při poznávání vesmíru



Josip Kleczek, *Vesmír kolem nás*, Albatros, 1986

dnes celé spektrum: skoro 100 oktáv

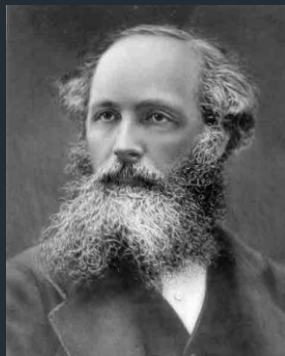


vlny elektromagnetické a gravitační

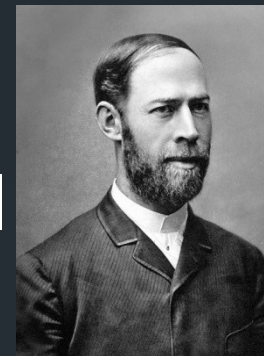
teorie

experiment

emag



24 let



telekomunikační
revoluce

James Clerk Maxwell (1831–1879)
1864 dynamická teorie elektromagnetického pole
současně předpověď elektromagnetických vln

Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894)
1887–8 ověření

gravitace



100 let



nové možnosti
studia vesmíru

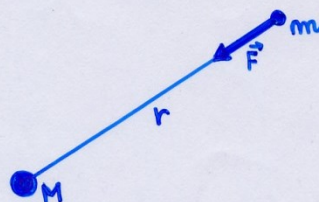
Albert Einstein (1879–1955)
1915 dynamická teorie gravitačního pole
1916 předpověď gravitačních vln

**LIGO Scientific Collaboration
& Virgo Collaboration**
2016 ověření

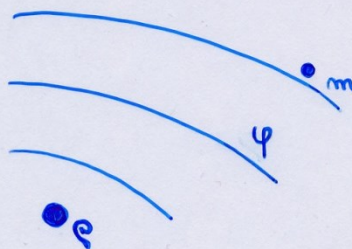
teorie gravitace: od Newtona k Einsteinovi



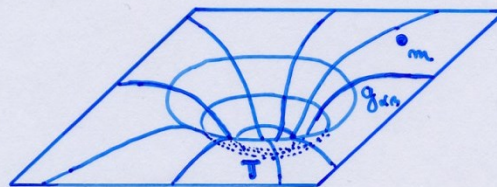
- Newton gravitační síla \vec{F} $F = G \frac{mM}{r^2}$



- Poisson pole potenciálu ψ $\Delta\psi = 4\pi G \rho$



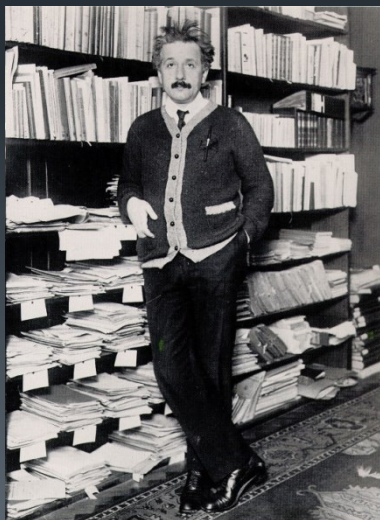
- Einstein pole metriky $g_{\alpha\beta}$ $G_{\mu\nu}(g_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$



1687

1812

1915



Einsteinovy rovnice gravitačního pole v jeho obecné teorii relativity

* 25. 11. 1915, Berlín

tenzor
metriky

kosmologická
konstanta

tenzor
energie-hybnosti

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

geometrie

hmota

- hmota říká prostoročasu, jak přesně se má zakřivit
- prostoročas naopak říká hmotě, jak se má pohybovat

Einsteinův článek z roku 1916

„Základy obecné teorie relativity“

vyšlo 11. 5. 1916

10

Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.

A. Prinzipielle Überlegungen zum Postulat der Relativität.

§1. Die spezielle Relativitätstheorie.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als Relativitätstheorie bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Diese Verallgemeinerung wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen und der zeitkoordinaten für absolute und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, von Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und bereits für auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, beiden Physikern nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel entwickelt in einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, sodass ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des deutschen Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

A. Prinzipielle Überlegungen zum Postulat der Relativität.

§1. Die spezielle Relativitätstheorie.

Die spezielle Relativitätstheorie liegt dem folgenden Postulat zugrunde, welches auch durch die „Galilei-Newton'sche Mechanik“ gezeigt wird: Was ein Beobachter in einem Inertialsystem K so beobachtet, das sich auf derselben des physikalischen Gesetze in einem anderen Inertialsystem K' , das relativ zu K in gleichförmiger Translationsbewegung begriffen ist. Das Postulat nennen wir die „spezielle Relativitätstheorie“ durch die Wortspielerei „will sagen, dass das Prinzip auf dem

Albert Einstein Archives
120-788

11

Fall beschränkt ist, dass K' eine gleichförmige Translationsbewegung gegen K ausführt, dass sich aber die Gleichwertigkeit von K gegen K' erweist. Fall K und K' ungleichförmige Bewegung von K gegen K' erweist.

Die spezielle Relativitätstheorie unterscheidet sich also von klassischer Mechanik nicht durch die Relativitätsgleichung, sondern durch das Postulat über die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit aus welchem im Verein mit dem speziellen Relativitätstheoriepostulat der Gleichwertigkeit sowie gewöhnliche Lorentztransformation die mit dieser entsprechenden Gesetze über die Relativität bewegter Körper und Materie in bekannter Weise folgen.

Die Modifikation, welche der Theorie von Raum und die spezielle Relativitätstheorie erfahren hat, ist zwar eine tiefere, aber ein wichtiger Punkt bleibt unangestastet. Auch gemäss der speziellen Relativitätstheorie sind nämlich die Gesetze der Physik in allen Inertialsystemen dieselben, also die Gesetze über die Bewegung der Körper sind zu denken, allgemein die Gesetze der Kinematik als Gesetze, welche Verhalten von Messkörpern und Materie beschreiben. Zwei homologe metrische Punkte eines ruhenden (starr-) Körper bestimmen hier eine Strecke von ganz bestimmter Länge, unabhängig von Ort, Orientierung des Körpers, sowie von der Zeit; zwei homologe Stellenstellungen eines relativ zum Bezugssystem ruhenden Materie stellen stets eine bestimmte Länge, unabhängig von Ort und Zeit. Es wird sich bald zeigen, dass die allgemeine Relativitätstheorie im ersten einfachen physikalischen Sinn von Raum und Zeit nicht festhalten kann.

§2. Über die Gründe, welche eine Erweiterung Relativitätstheories nahelegen.

Der klassischen Mechanik und nicht minder der Relativitätstheorie haftet ein substantielles Mangel an, nämlich die Unmöglichkeit von Masse über Bewegung der Körper zu erklären. Was erklären sie an folgenden Beispiel: Zwei Körper M und M' von gleicher Masse und mit schweben frei im Raum in gleicher Entfernung voneinander (und von allen übrigen Massen) bewegen sich gegenseitig um einander (und von allen übrigen Massen) in der Weise, welche die beiden Massen aufeinander anziehen. Die beiden Körper voneinander sei unendlich weit, das heißt, dass sie sich nie berühren können. Die beiden Körper M und M' bewegen sich in der Weise, welche die beiden Massen aufeinander anzieht. Was jede Masse soll als Körper - von einem der anderen Masse ruhenden Beobachter aus betrachtet - und die Linie der Masse mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω ist dies eine kreisförmige Relativbewegung (beide Massen) ohne

Albert Einstein Archives
120-788

1916. №. 7.

ANNALEN DER PHYSIK
VIERTE FOLGE. BAND 49.

**I. Die Grundlage
der allgemeinen Relativitätstheorie;
von A. Einstein.**

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitcoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

rukopis a výtisk (46 stran)

zdroj: Albert Einstein Archives, The Hebrew University, Jerusalem

Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik* 49 (1916) 769-822

Einstein a gravitační vlny: 1916

predloženo 22. června

Aproximativní integrace rovnic gravitačního pole

688 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter „erster Näherung“ ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des

[1] Astronomen DE SITTER, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

[2] ¹ Sitzungsber. XLVII, 1915, S. 833.

Einstrich: Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation 689

§ 1. Integration der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes.

Die Feldgleichungen lauten in ihrer kovarianten Form [3]

$$\left. \begin{aligned} R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} &= -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \\ R_{\mu\nu} &= -\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} + \sum_{\beta} \left\{ \begin{matrix} \mu\alpha \\ \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \nu\beta \\ \alpha \end{matrix} \right\} \\ S_{\mu\nu} &= \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_{\mu}} \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_{\nu}} - \sum_{\alpha} \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_{\alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten die geschweiften Klammern die bekannten CHRISTOFFEL'schen Symbole, $T_{\mu\nu}$ den kovarianten Energietensor der Materie, T den zugehörigen Skalar. Die Gleichungen (1) liefern in der uns interessierenden Näherung die durch Entwickeln unmittelbar folgenden Gleichungen

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} + \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} - \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\nu}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} \left(\sum_{\alpha} \gamma_{\alpha\alpha} \right) = -2\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum T_{\alpha\alpha} \right). \quad (2)$$

Das letzte Glied der linken Seite stammt von der Größe $S_{\mu\nu}$, die bei der von mir bevorzugten Koordinatenwahl verschwindet. Die Gleichungen (2) lassen sich durch den Ansatz

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma'_{\mu\nu} + \psi \delta_{\mu\nu} \quad (3)$$

lösen, wobei die $\gamma'_{\mu\nu}$ der zusätzlichen Bedingung

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial \gamma'_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha}} = 0 \quad (4)$$

genügen. Durch Einsetzen von (3) in (2) erhält man an Stelle der linken Seite

$$-\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} \left(\sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} \right) + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} - \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} - 4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}}. \quad (4)$$

Der Beitrag des zweiten, dritten und fünften Gliedes verschwindet, wenn ψ gemäß der Gleichung

$$\sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} + 2\psi = 0 \quad (5)$$

gewählt wird, was wir festsetzen. Mit Rücksicht hierauf erhält man an Stelle von (2)

vlnová rovnice pro slabé perturbace

detail třetí strany 690:

690 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha}^2} \left(\gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} \right) = 2 \times \left(T'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} T'_{\alpha\alpha} \right)$$

oder

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha}^2} \gamma'_{\mu\nu} = 2 \times T'_{\mu\nu}. \quad (6)$$

Es ist hierzu zu bemerken, daß Gleichung (6) mit der Gleichung (4) im Einklang ist. Denn es ist zunächst leicht zu zeigen, daß bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Impulsenergiesatz für die Materie durch die Gleichung

dnešní zápis:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \Rightarrow \text{pro } \gamma_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \text{ platí } \square \gamma_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
$$|h_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|, \quad \gamma_{\mu\nu}{}^{,\nu} = 0$$

nejjednodušší
v TT kalibraci:

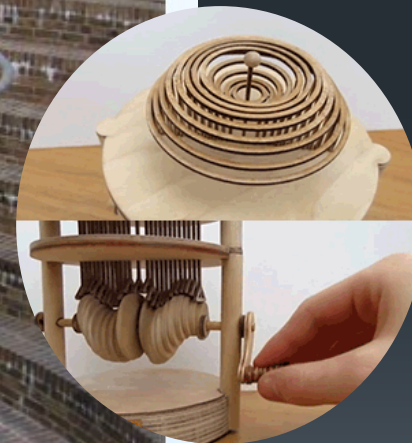
$$ds^2 = -dt^2 + (1 - h(t - z))dx^2 + (1 + h(t - z))dy^2 + dz^2$$

Einsteinovy gravitační vlny

periodické změny křivosti prostoročasu
šíří se rychlostí světla, jsou příčné, mají 2 polarizace



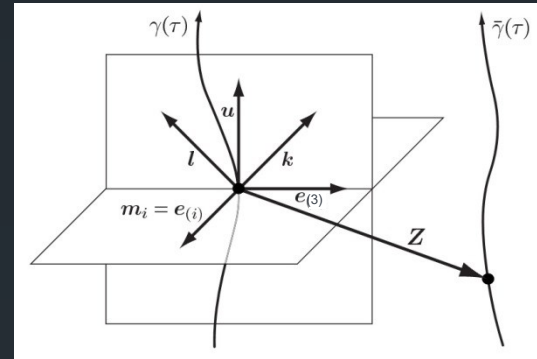
co to znamená ?
jak se projevují ?



vlnostroj Concentric Wave, Martin Smith, 2007 (Harley Gallery, Welbeck, Anglie)

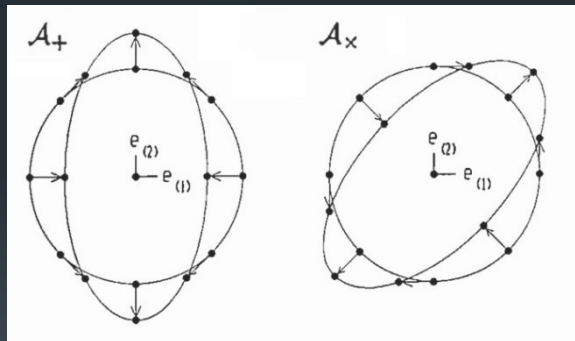
geodetická deviace

$$\frac{D^2 Z^\mu}{d\tau^2} = R^\mu_{\alpha\beta\nu} u^\alpha u^\beta Z^\nu$$



určuje **relativní pohyb** volných částic dle lokální hodnoty **Riemannova tenzoru křivosti** Levi-Civita (1926), Synge (1926,1934), Pirani (1956) ...

- **příčný** efekt vlny
- **2 polarizační módy** + a X



matice amplitud je **symetrická** a **bezstopá**

- **helicita je 2** neboť při rotaci v příčné rovině se amplitudy mixují „dvakrát rychleji“

$$\begin{aligned} \ddot{Z}^{(1)} &= -\mathcal{A}_+ Z^{(1)} + \mathcal{A}_\times Z^{(2)} \\ \ddot{Z}^{(2)} &= \mathcal{A}_\times Z^{(1)} + \mathcal{A}_+ Z^{(2)} \\ \ddot{Z}^{(3)} &= 0 \quad \leftarrow \text{směr šíření} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{(1')} &= \cos \vartheta \mathbf{e}_{(1)} + \sin \vartheta \mathbf{e}_{(2)} \\ \mathbf{e}_{(2')} &= -\sin \vartheta \mathbf{e}_{(1)} + \cos \vartheta \mathbf{e}_{(2)} \end{aligned}$$

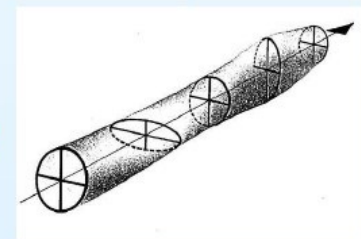
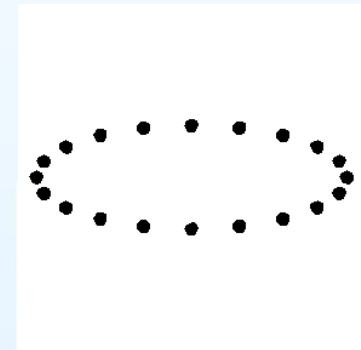
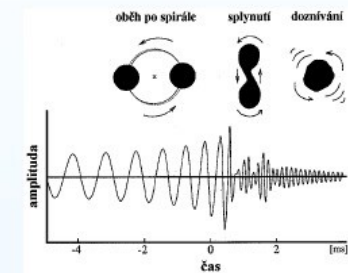
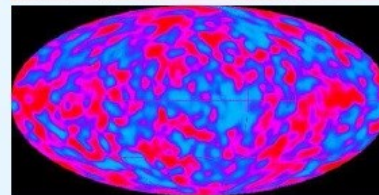
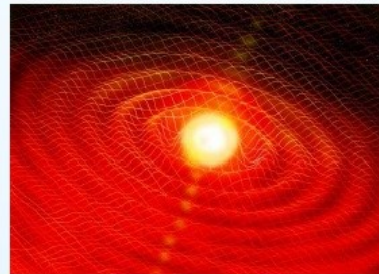
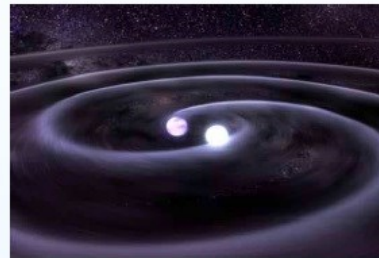


$$\begin{aligned} \mathcal{A}'_+ &= \cos 2\vartheta \mathcal{A}_+ - \sin 2\vartheta \mathcal{A}_\times \\ \mathcal{A}'_\times &= \sin 2\vartheta \mathcal{A}_+ + \cos 2\vartheta \mathcal{A}_\times \end{aligned}$$

zdroje gravitačních vln

každý zrychlený nesférický pohyb hmoty, zejména:

- kompaktní dvojhvězdy
- supernovy
- velký třesk



gravitační vlny jsou nesmírně slabé:

$$h = \frac{\Delta L}{L} < 10^{-23}$$

historie snah o pozemskou detekci >50 let

60. – 80. léta: rezonanční mechanické detektory Josepha Webera a jejich četní potomci

cíl: přímo změřit vlnky křivosti generované vzdálenými vesmírnými objekty



- po roce 1960
- tunové hliníkové válce
- vibrace snímány piezoelektricky

(ultra)kryogenní potomci:

EXPLORER (CERN), ALLEGRO (Louisiana), NIOBE (Perth)

NAUTILUS (Frascati, Řím), AURIGA (Legnaro, Padova)

$T < 0.1$ K, SQUID

nevýhoda: naladěny jen na úzké rezonanční frekvence (kolem 900 Hz)

Detekce a generování gravitačních vln

PHYSICAL REVIEW VOLUME 117, NUMBER 1 JANUARY 1, 1969

Detection and Generation of Gravitational Waves*

J. WEBER
University of Maryland, College Park, Maryland
(Received February 9, 1959; revised manuscript received July 20, 1959)

Methods are proposed for measurement of the Riemann tensor and detection of gravitational waves. These make use of the fact that relative motion of mass points, or strains in a crystal, can be produced by second derivatives of the gravitational fields. The strains in a crystal may result in electric polarization in consequence of the piezoelectric effect. Measurement of voltages then enables certain components of the Riemann tensor to be determined. Mathematical analysis of the limitations is given. Arrangements are presented for search for gravitational radiation.

The generation of gravitational waves in the laboratory is discussed. New methods are proposed which employ electrically induced stresses in crystals. These give approximately a seventeen-order increase in radiation over a spinning rod of the same length as the crystal. At the same frequency the crystal gives radiation which is about thirty-nine orders greater than that of a spinning rod.

INTRODUCTION

THE question of gravitational radiation has always been a central issue in the General Theory of Relativity. Long ago, Einstein¹ and Eddington² studied the problem and predicted that very small amounts of energy would be radiated by a spinning rod or a double star. A great deal of theoretical work on the radiation problem has appeared, during the past four decades. Experimental work along these lines now appears possible. Two avenues of approach will be considered.³ First we should like to detect the presence of gravitational radiation incident on earth from either the sun or outside the solar system. Secondly it would be highly desirable to be able to generate and detect this radiation in a small laboratory.

Devices for detection of the radiation operate essentially by measuring the Fourier transform of the

Riemann tensor. These will be discussed first. This will then be followed by proposals for generation of gravitational radiation which may give an increase of many orders over the gravitational radiation from a spinning rod.

DETECTION OF GRAVITATIONAL RADIATION

Suppose we have a system of masses which may interact with each other. We start with the action principle

$$\delta I = \delta \left[-cm \int ds + W \right] = 0. \quad (1)$$

In (1) m is the rest mass and W is the part of the action function associated with forces arising from the motion of the mass relative to other masses with which it interacts. The line element ds is given by

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2)$$

For δW we assume a function given by

$$-\delta W = \int P_{,\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta; \quad (3)$$

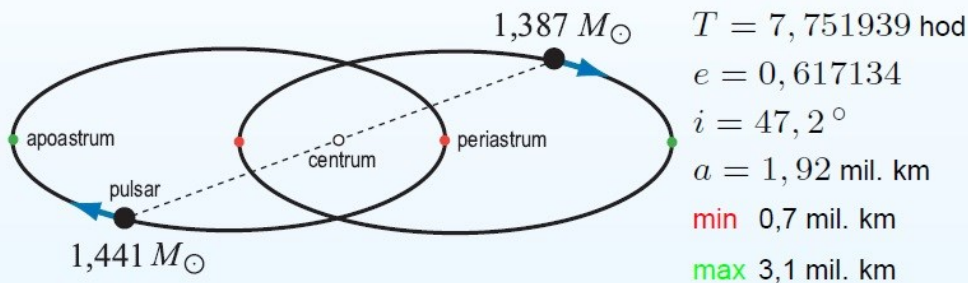
(3) identifies $F_{,\alpha}$ as the four-force. The Euler-Lagrange

* Supported by the National Science Foundation.
¹ A. Einstein, *Sitzber. deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Physik u. Tech.* (1916), p. 688; (1918), p. 154.
² A. S. Eddington, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A102**, 268 (1923).
³ A number of the results discussed here were given without proof in the author's Gravity Research Foundation Prize Essays, April 1958 and April 1959, and at the Royaumont Conference on the Relativistic Theories of Gravitation, Royaumont, France, June, 1959 (unpublished).

důkaz existence gravitačních vln

pulsar v těsném dvojném systému, sledovaný od roku 1974:

binární systém s PSR B1913+16 vyzařuje gravitační vlny



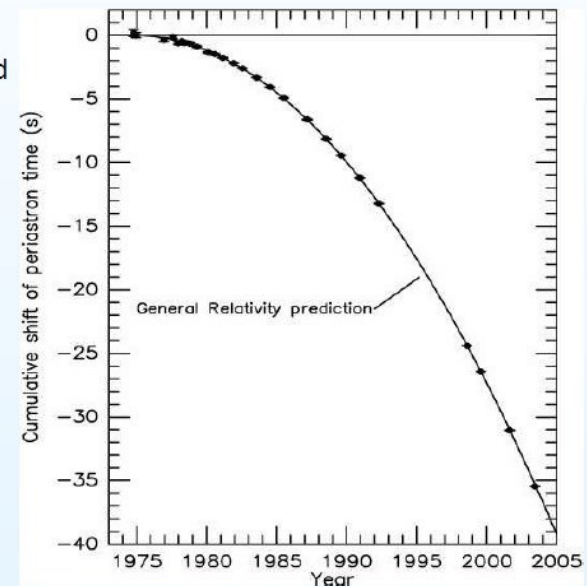
obě neutronové hvězdy se spirálovitě přibližují o 3,1 mm při každém oběhu
→ zkracování T o 76 μs /rok, protože gravitační vlny odnášejí energii

pozorování zcela souhlasí s předpovědí teorie relativity:

(chyba menší než 0,2%)

Hulse a Taylor: Nobelova cena 1993

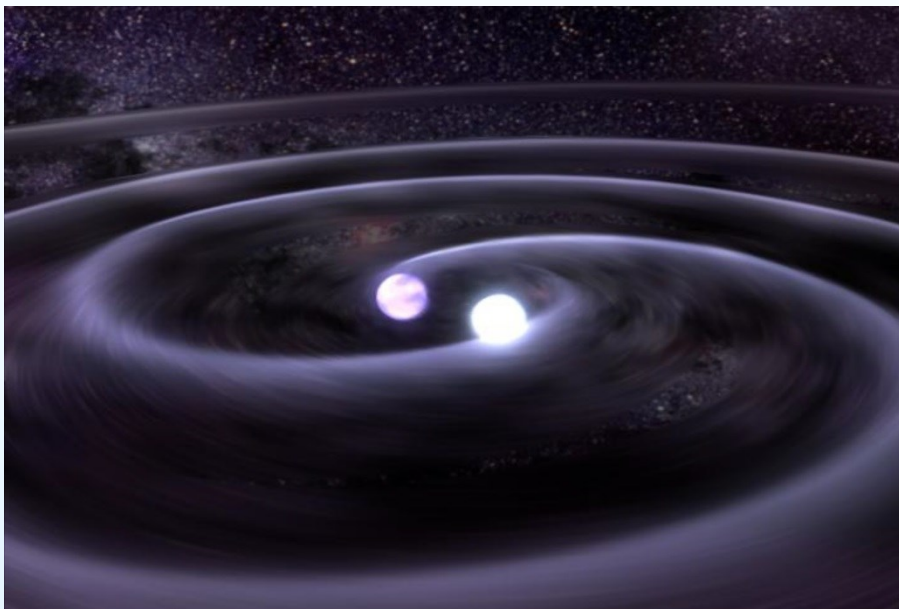
potvrzeno i dvojitým pulsarem PSR J0737+3039 objeveným roku 2003



zdroj: Weisberg J. M. a Taylor J. H.,
ASP Conf. Ser., 328 (2005) 25

binární pulsary a dvojité pulsary

významné testy obecné relativity v silných gravitačních polích:
systém dvou neutronových hvězd obíhajících velmi blízko sebe



dvojitý pulsar PSR J0737+3039



PSR B1913+16	(1974)
PSR J0737+3039	(2003)

stáčení dráhy:

4,2° za rok
16,9° za rok

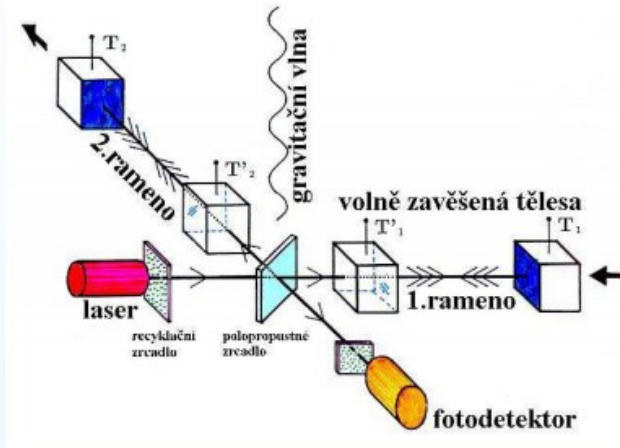
přibližování po spirále:

3,5 m za rok
2,6 m za rok

- Einsteinova obecná relativita je i po 100 letech výtečnou teorií
- astrofyzikální pozorování prokazují existenci gravitačních vln

nástup interferometrických detektorů

začátek 90. let: **MARK 2** ramena 40 m, konec 90. let: **TAMA** 300 m resp. **GEO** 600 m



MARK 2



TAMA 300 (Tokyo, Japonsko)



GEO 600 (Hannover, Německo)



významný
technologický
průkopník

LIGO a Virgo

2002 – 2010

americké **LIGO**: ramena 4 kilometry **Hanford** a **Livingston** (a 2 kilometry Hanford)
evropské **Virgo**: ramena 3 milometry **Cascina** u Pisy



LIGO (Hanford, USA)



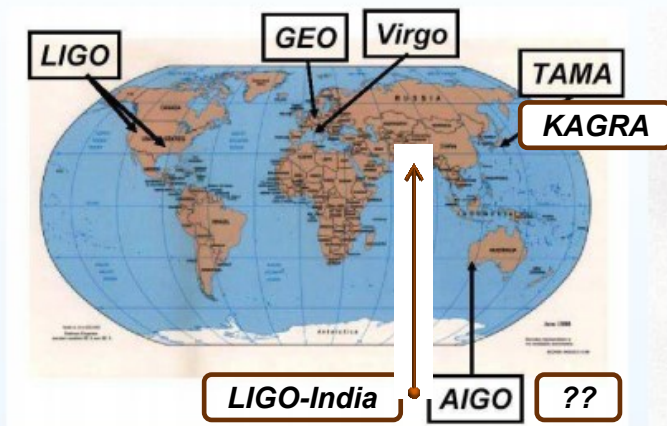
Virgo (Pisa, Itálie)

dohromady:
koincidenční
měření



celosvětová síť detektorů gravitačních vln

velká mezinárodní spolupráce: stovka institucí a tisícovka lidí
LIGO Scientific Collaboration, Virgo Collaboration



název	umístění	země	rozměry	rok	adresa
MARK 2	Pasadena	USA	40 m	1991	www.ligo.caltech.edu
TAMA 300	Tokyo	Japon.	300 m	1999	tamago.mtk.nao.ac.jp
GEO 600	Hannover	SRN GB	600 m	2000	www.geo600.uni-hannover.de
LIGO	Hanford Livingston	USA	4 km	2001	www.ligo.caltech.edu
VIRGO	Pisa	Itálie Francie	3 km	2002	virgo4p.pg.infn.it/virgo
LISA	vesmír	ESA NASA	5×10^6 km	2010	lisa.jpl.nasa.gov

Hanford
Observatory

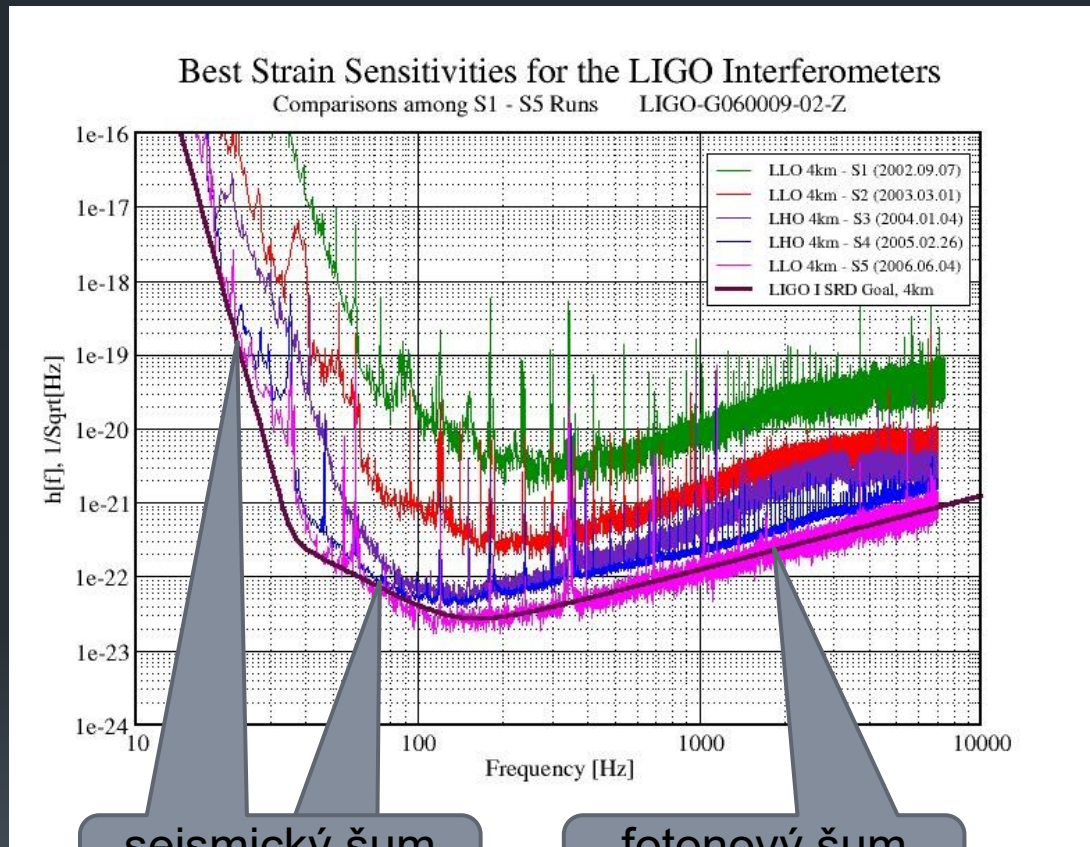


Livingston
Observatory

dvě observatoře LIGO

narůstající citlivost LIGO

2002 – 2010



seismický šum
lepší izolace

fotonový šum
více fotonů

tepelný šum
lepší materiály, teplota

vědecká měření, tzv.
Science Runs:

S1 8/2002 – 9/2002

S2 2/2003 – 4/2003

S3 10/2003 – 1/2004

S4 2/2005 – 3/2005

S5 11/2005 – 9/2007

S6 7/2009 – 10/2010

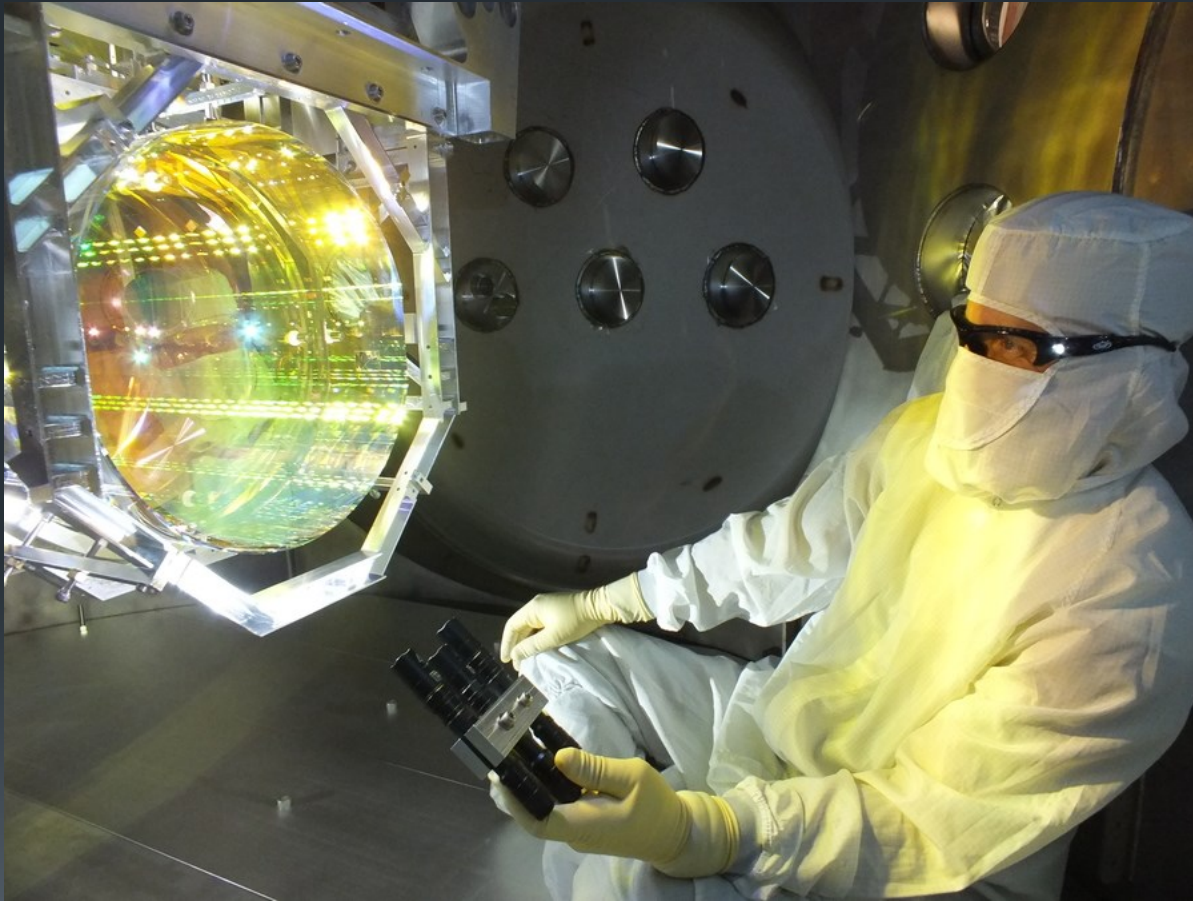
max citlivost byla až 10^{-22}

ale žádný signál...

hlavní zdroje šumu
jejich možné řešení

Advanced LIGO: 2015

stejně dlouhá ramena 4 km, ale **řádové** vylepšení citlivosti:



seismický šum:

- platforma s aktivní seismickou izolací
- čtyřkyvadlo

tepelný šum:

- závěsy zrcadel z křemenných vláken
- křemenná zrcadla hmotnosti 40 kg
- dielektrické vrstvy s nízkými ztrátami

ultravysoké vakuum:

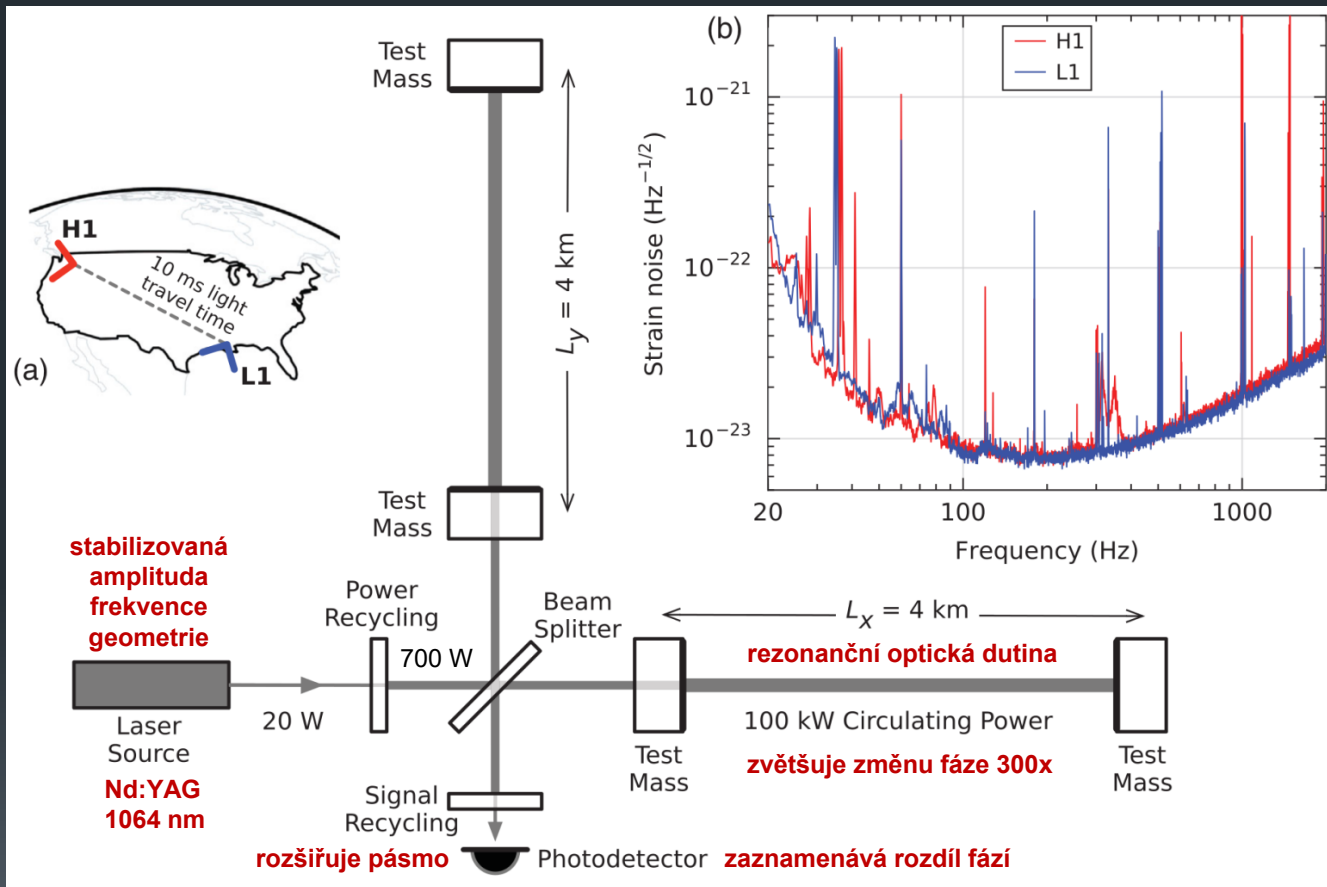
- tlak v trubicích menší než $1 \mu\text{Pa}$

Credit : Caltech/MIT/LIGO Lab

Advanced LIGO

zjednodušené schéma
Fabryho-Perotova interferometru:

citlivost koncem roku 2015
v době detekce gravitačních vln:



Credit : Caltech/MIT/LIGO Lab

úzké čáry ve spektru jsou
technické povahy:

- 33-8 Hz: kalibrace
- 60 Hz: elektrická síť
- 330 Hz: kalibrace
- 500 Hz: vibrační mód vláken závěsů
- 1000 Hz: harmonická
- 1080 Hz: kalibrace

kalibrační laserové
svazky stále monitorují
odezvu systému
< 10% v amplitudě
< 10° ve fázi

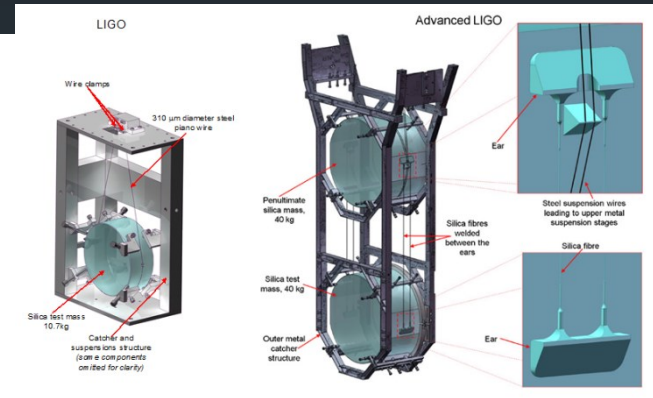
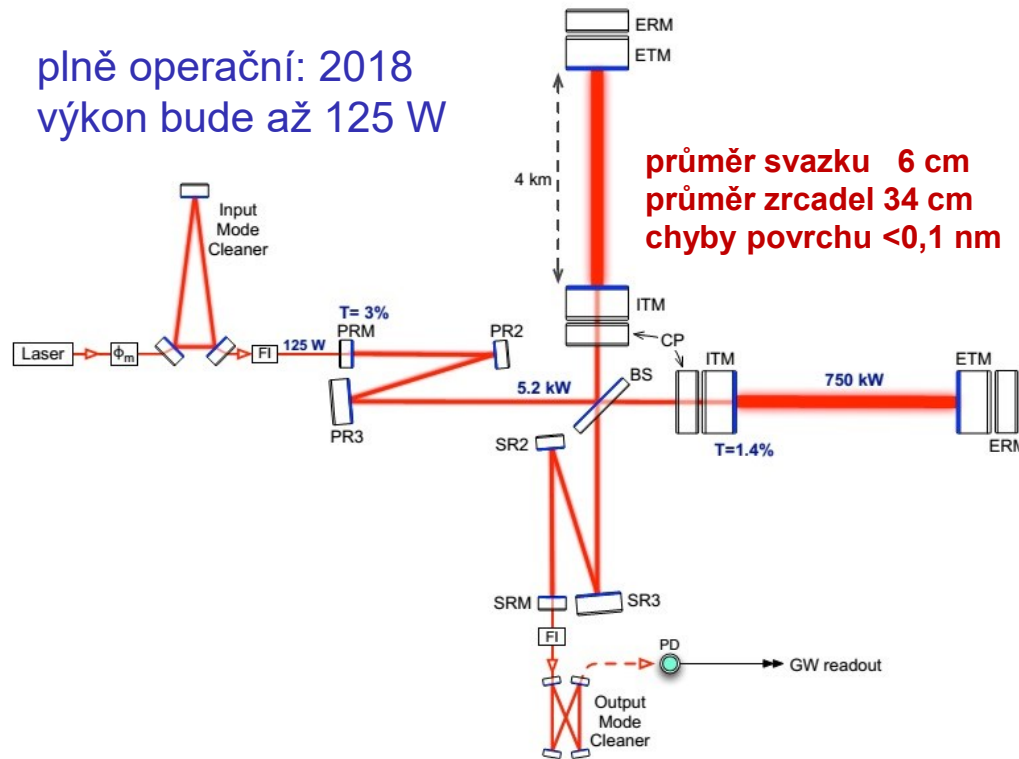
poruchy prostředí
sledovány senzory:

- seismometry
 - akcelerometry
 - mikrofony
 - magnetometry
 - radiopřijímači
 - senzory počasí
 - kosmického záření atd.
- synchronizace GPS
a atomové hodiny

během 1 – 2 let má být až **8x citlivější** než původní LIGO: 10⁻²³

optická konfigurace Advanced LIGO

plně operační: 2018
výkon bude až 125 W



Credit : Caltech/MIT/LIGO Lab

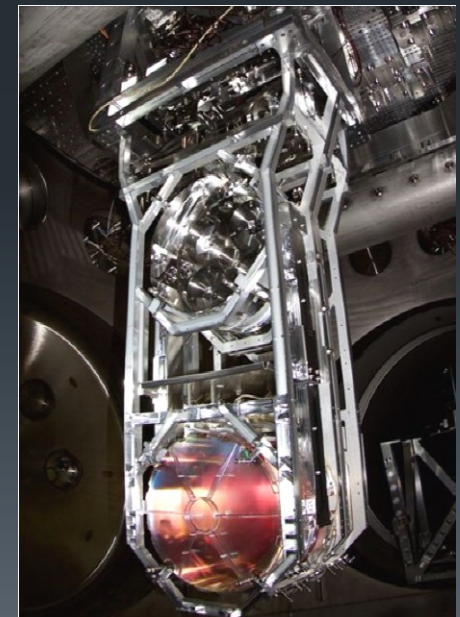
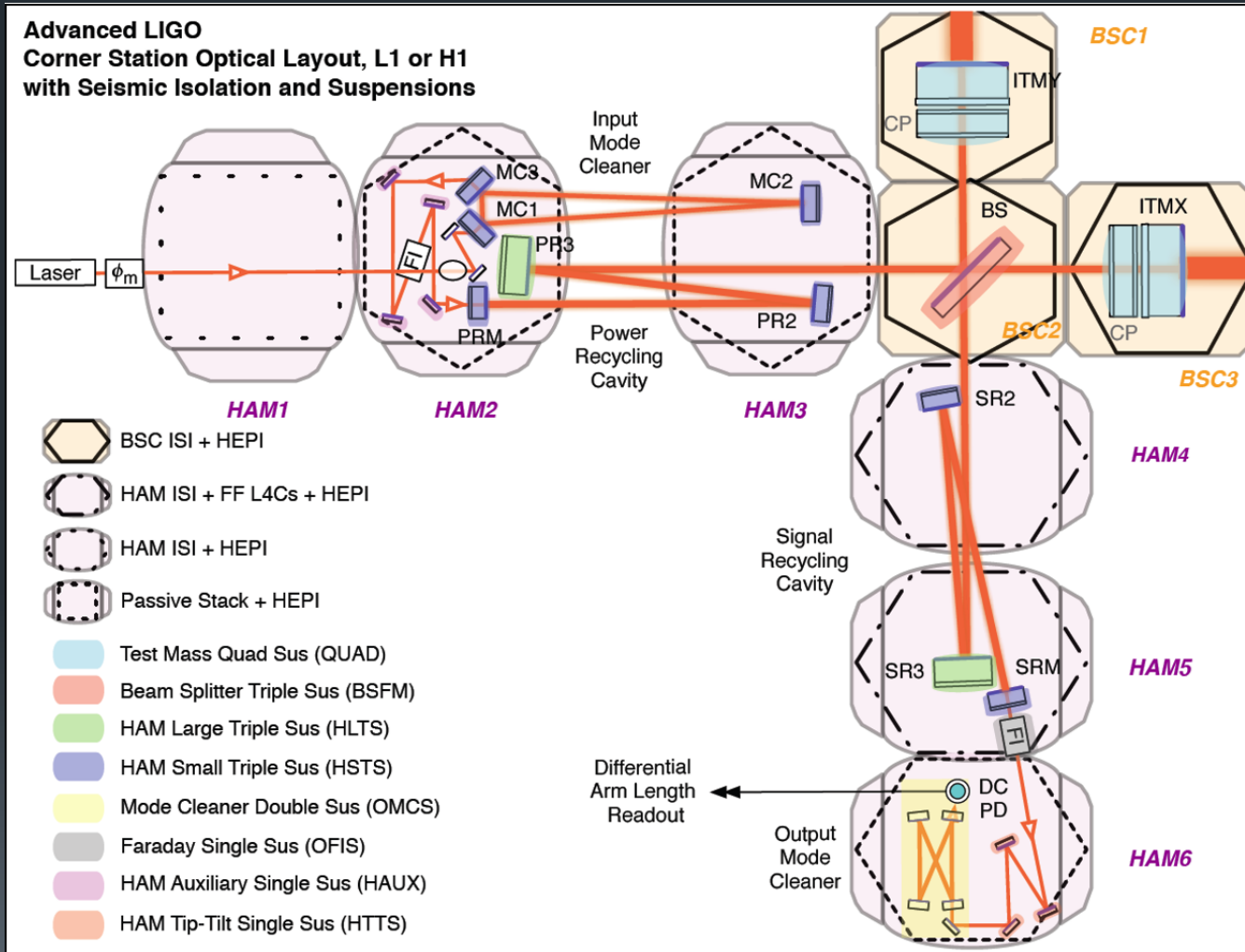


Figure 1. Advanced LIGO optical configuration. ITM: input test mass; ETM: end test mass; ERM: end reaction mass; CP: compensation plate; PRM: power recycling mirror; PR2/PR3: power recycling mirror 2/3; BS: 50/50 beam splitter; SRM: signal recycling mirror; SR2/SR3: signal recycling mirror 2/3; FI: Faraday isolator; ϕ_m : phase modulator; PD: photodetector. The laser power numbers correspond to full-power operation. All of the components shown, except the laser and phase modulator, are mounted in the LIGO ultra-high vacuum system on seismically isolated platforms.

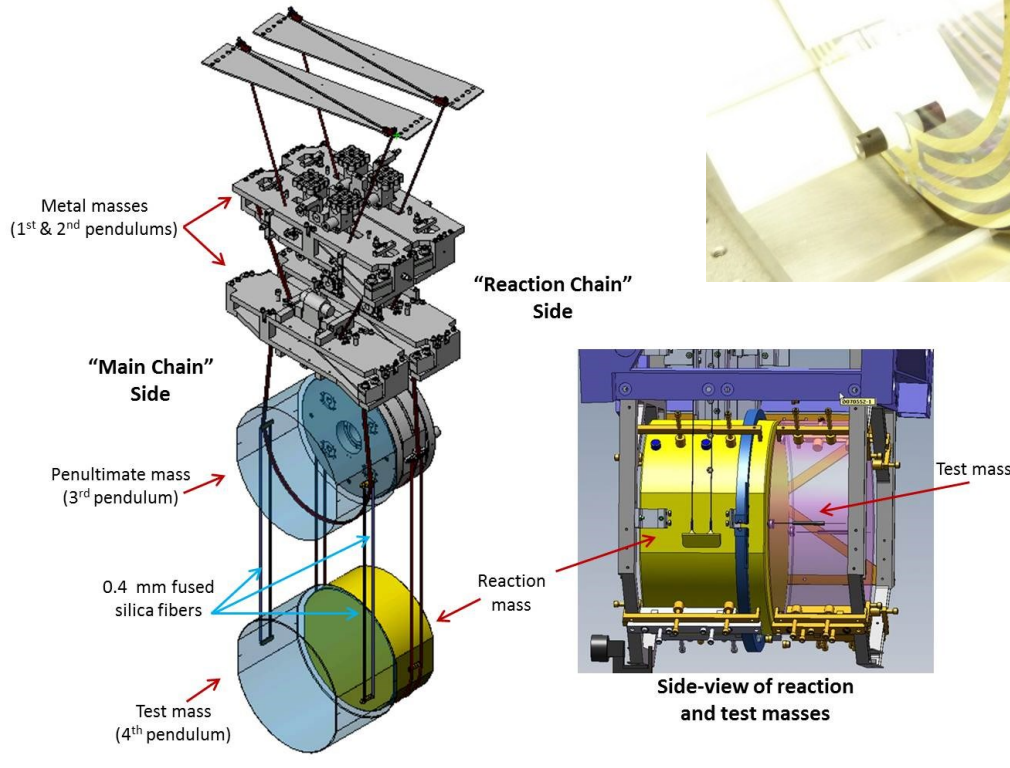
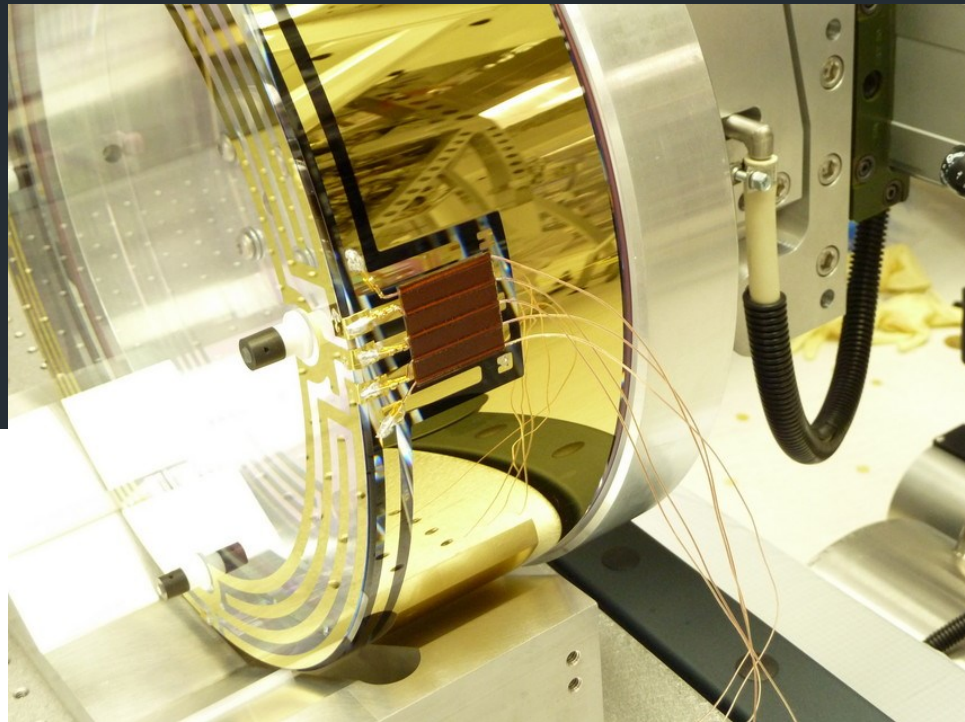
schéma rohové stanice



hlavní zrcadla

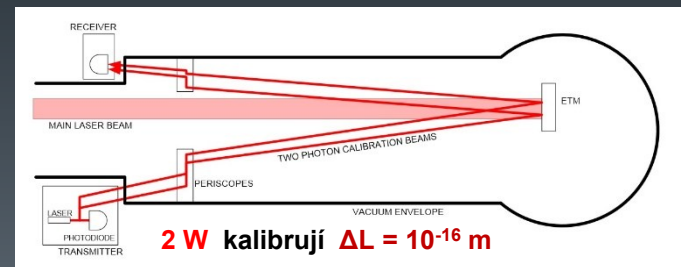
- na závěsu čtyřkyvadla
- manipulace polohou zrcadla

elektrostatické působení mezi reakčním tělesem a křemenným dielektrikem zrcadla
ESD electrostatic drive $U = \pm 400 \text{ V}$, $F = 100 \mu\text{N}$



reakční těleso se zlatými elektrodami

schéma fotonového kalibračního systému



Credit : Caltech/MIT/LIGO Lab



Advanced LIGO

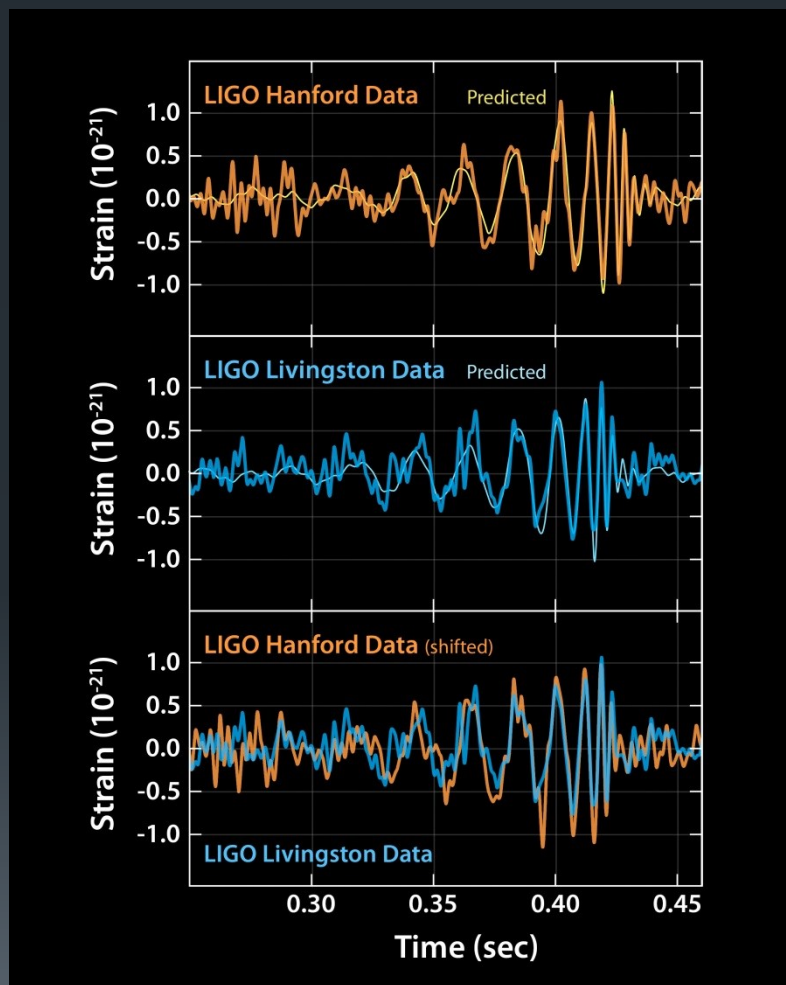
v Hanfordu (Washington)
i Livingstonu (Louisiana)

spuštěn v září 2015

a ...

hned detekce gravitační vlny !

oznámena 11. 2. 2016 na tiskové konferenci ve Washingtonu, D.C.



Credit : LIGO

událost **GW150914** zaznamenána v pondělí 14. září 2015 v 09:50:45 UTC oběma americkými observatořemi LIGO v Hanfordu i Livingstonu

- signál byl identický
- trval asi 150 ms
- byl zpožděn o 7 ms : L a pak H



první přímá detekce gravitačních vln

pozorování a vědecký rozbor shrnut v článku

PRL **116**, 061102 (2016)

 Selected for a *Viewpoint* in *Physics*
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
12 FEBRUARY 2016



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

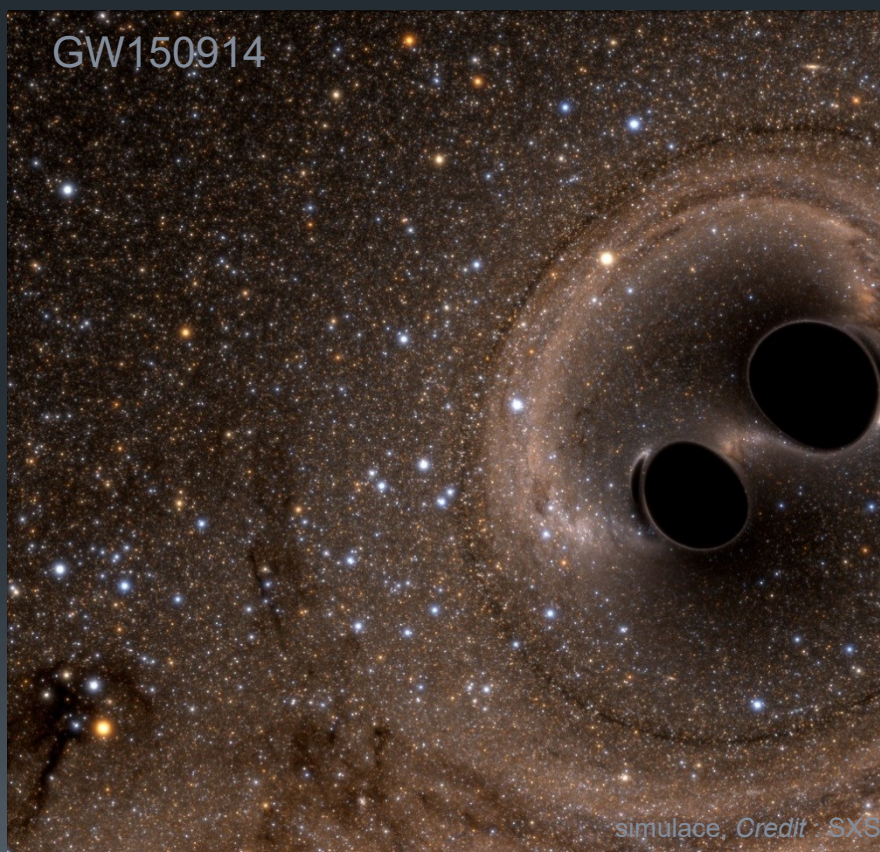
On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410_{-180}^{+160} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36_{-4}^{+5}M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4}M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62_{-4}^{+4}M_{\odot}$, with $3.0_{-0.5}^{+0.5}M_{\odot}c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.061102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102)

1010 autorů, 133 vědeckých institucí

zdrojem byla srážka velkých černých děr

tedy 2 zásadní objevy: první přímá detekce gravitačních vln a první pozorované splynutí černých děr
závěrečné 4 oběhy = 8 cyklů vln spirálového přibližování černých děr a jejich splynutí



hmotnosti černých děr

$$m_1 = 36 M_{\odot} \quad \pm 5$$

$$m_2 = 29 M_{\odot} \quad \pm 4$$

hmotnost výsledné černé díry

$$M = 62 M_{\odot} \quad \pm 4$$

její rotace

$$a = 0,67 \quad \pm 0,05$$

rozdíl hmoty-energie

$$E = 3 M_{\odot} c^2 \quad \pm 0,5$$

vyzářen gravitačními vlnami

maximální amplituda

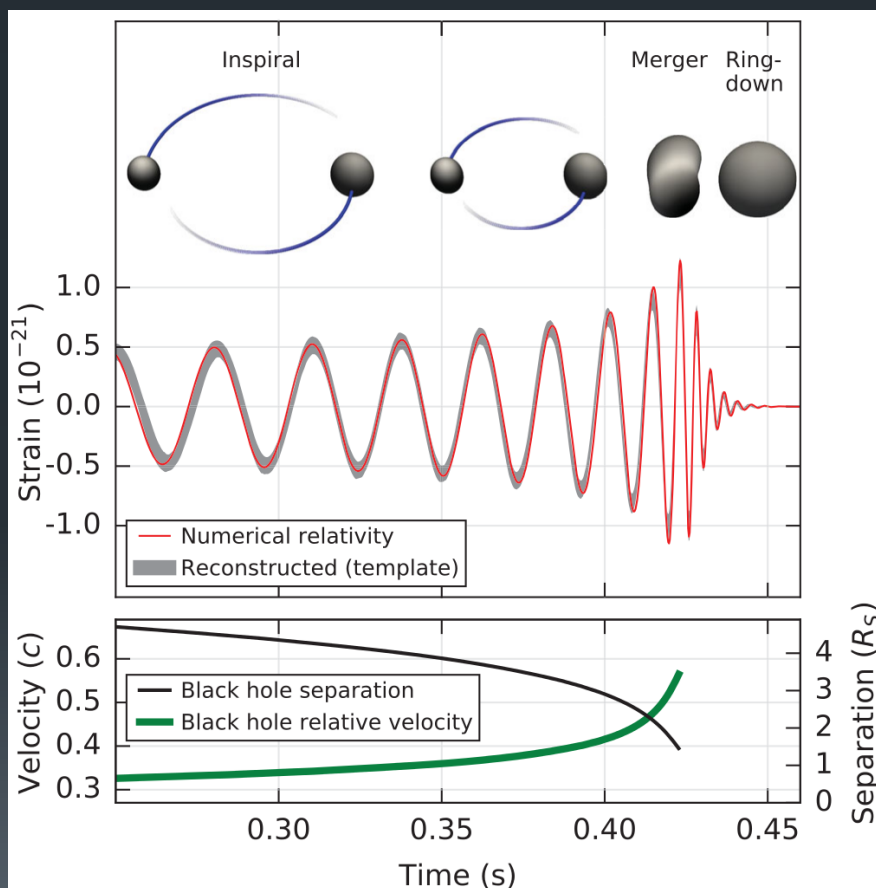
$$h_{\max} = 10^{-21}$$

vzdálenost zhruba

1,3 miliardy světelných let
tedy kosmologická ($z=0,1$)

jak to víme?

časový průběh amplitudy a frekvence souhlasí s předpovědí obecné relativity



Převzato z Phys. Rev. Lett. 116 (2016) 061102

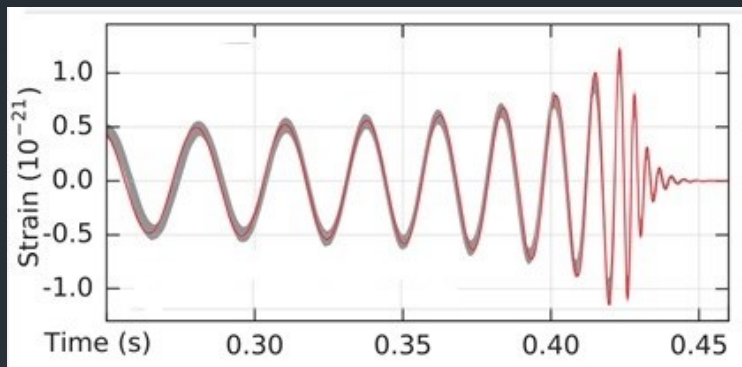
kosmická daktyloskopie:
unikátní „otisk prstů“ má 3 fáze:
spirálování – splynutí – doznívání

do okamžiky srážky
narůstá frekvence i amplituda vlny
po srážce je frekvence stejná a
amplituda exponenciálně klesá

vzájemná vzdálenost černých děr
v násobcích velikosti horizontu
vzájemná rychlost černých děr
v násobcích rychlosti světla

určení fyzikálních parametrů zdroje

porovnání signálu s databází 250 000 „modelových šablon“
systémů dvou černých děr s různými fyzikálními parametry:
hledání největší shody pomocí různých statistických metod



šablony získány předem pomocí
numerických simulací a tzv. EOB
„effective-one-body formalismus“
(analytická perturbační metoda)

systém dvou černých děr
popsán 17 fyzikálními parametry:

8 popisuje vlastní zdroj

2 hmotnosti

2 vektory rotačních momentů hybnosti

9 popisuje vztah zdroje a detektoru

luminozitní vzdálenost

rektascenze

deklinace

sklon oběžné dráhy

2 parametry pro excentricitu

polarizace

čas srážky

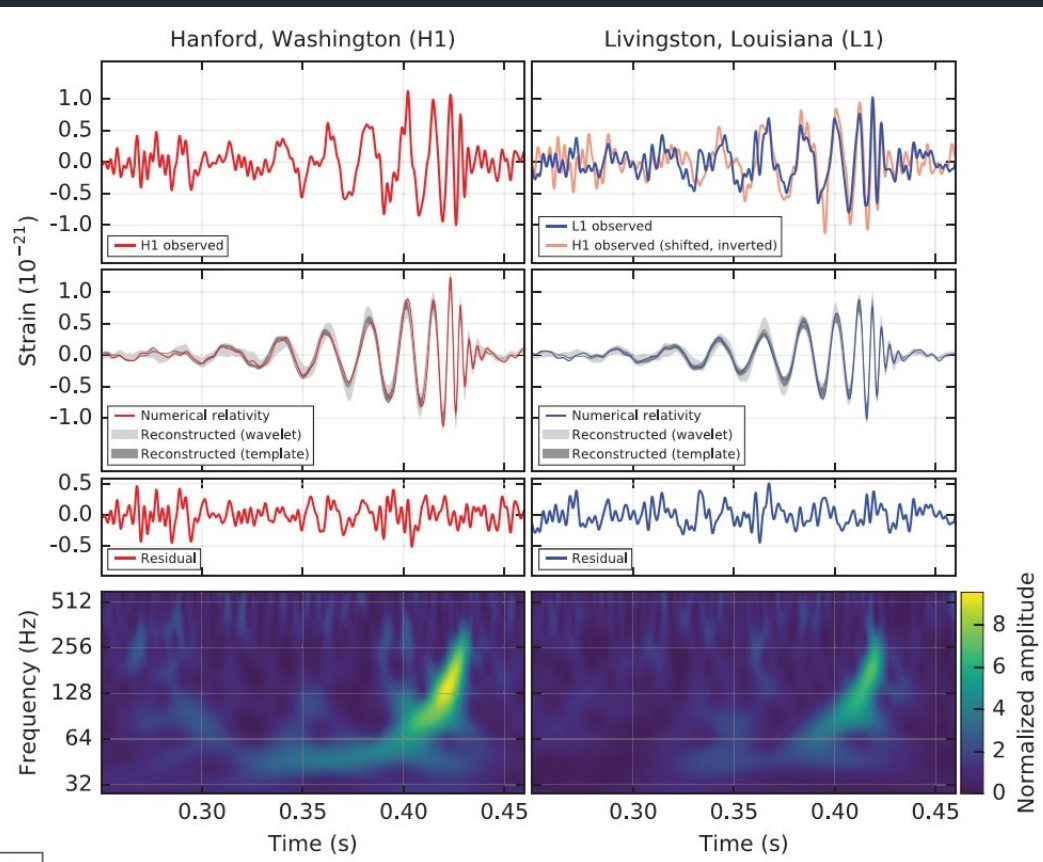
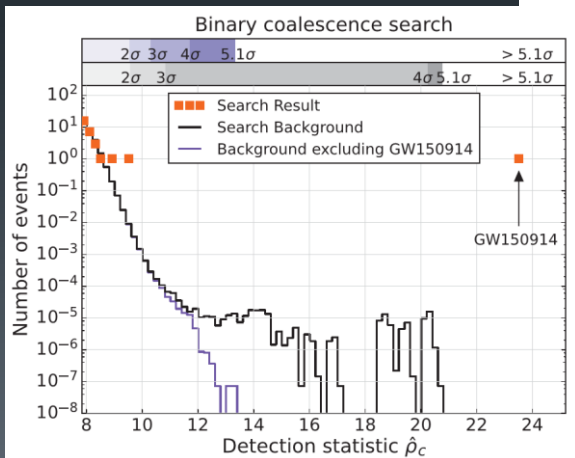
fáze srážky

věrohodnost

události GW150914
pozorované LIGO

signál vyfiltrován: odstraněny
přístrojové spektrální čáry a
vybráno pásmo 35 – 350 Hz

spektrogram:
jasný čírp
nikoli gaussovský blip



Převzato z Phys. Rev. Lett. 116 (2016) 061102

výtečná shoda mezi vzorem a signálem (SNR 24):
pravděpodobnost falešného poplachu je $< 2 \times 10^{-7}$
neboli < 1 událost za 200 000 let,
což odpovídá statistické významnosti 5.1σ

zpracování dat: 50 milionů CPU hodin (20 000 PC po 100 dní)

řádový odhad vzdálenosti zdroje

změřena maximální amplituda vlny $h_{\max} = 1,0 \times 10^{-21}$
neboli deformace prostoročasu o $\Delta L_{\max} = 2 \times 10^{-18} \text{ m}$
umožňuje určit vzdálenost pomocí (přibližného) vzorce

$$h_{\max} \sim 10^{-17} \frac{E}{r}$$

E je energie vyzářená vlnami v násobcích $M_{\odot} c^2$ zde $E = 3$
 r je vzdálenost zdroje v násobcích 30 000 světelných let

dosazením dostaneme: $r \sim 3 \times 10^4 \sim 1$ miliarda světelných let

výkon v maximu byl $200 M_{\odot} c^2$ za sekundu

což je 10 krát víc než svítily všechny hvězdy a galaxie ve vesmíru !!!

druhá přímá detekce gravitačních vln

událost **GW151226** v pondělí **26. prosince 2015** v **03:38:53 UTC**

oznámeno **15. 6. 2016** v článku

PRL **116**, 241103 (2016)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
17 JUNE 2016



GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 31 May 2016; published 15 June 2016)

We report the observation of a gravitational-wave signal produced by the coalescence of two stellar-mass black holes. The signal, GW151226, was observed by the twin detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) on December 26, 2015 at 03:38:53 UTC. The signal was initially identified within 70 s by an online matched-filter search targeting binary coalescences. Subsequent off-line analyses recovered GW151226 with a network signal-to-noise ratio of 13 and a significance greater than 5σ . The signal persisted in the LIGO frequency band for approximately 1 s, increasing in frequency and amplitude over about 55 cycles from 35 to 450 Hz, and reached a peak gravitational strain of $3.4_{-0.9}^{+0.7} \times 10^{-22}$. The inferred source-frame initial black hole masses are $14.2_{-3.7}^{+8.3} M_{\odot}$ and $7.5_{-2.3}^{+2.3} M_{\odot}$, and the final black hole mass is $20.8_{-1.7}^{+6.1} M_{\odot}$. We find that at least one of the component black holes has spin greater than 0.2. This source is located at a luminosity distance of 440_{-190}^{+180} Mpc corresponding to a redshift of $0.09_{-0.04}^{+0.03}$. All uncertainties define a 90% credible interval. This second gravitational-wave observation provides improved constraints on stellar populations and on deviations from general relativity.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.241103

zdrojem opět srážka černých děr

ale ne tak hmotných

1. vlna GW150914

hmotnosti černých děr

$$m_1 = 36 M_{\odot} \pm 5$$

$$m_2 = 29 M_{\odot} \pm 4$$

hmotnost výsledné černé díry

$$M = 62 M_{\odot} \pm 4$$

její rotace

$$a = 0,67 \pm 0,05$$

pozorováno 8 cyklů vlny

maximální amplituda

$$h_{\max} = 10^{-21}$$

vzdálenost zhruba

1,3 miliardy světelných let

$$(z = 0,1)$$



2. vlna GW151226

hmotnosti černých děr

$$m_1 = 14 M_{\odot} \pm 6$$

$$m_2 = 8 M_{\odot} \pm 2$$

hmotnost výsledné černé díry

$$M = 21 M_{\odot} \pm 4$$

její rotace

$$a = 0,74 \pm 0,06$$

pozorováno 55 cyklů vlny

maximální amplituda

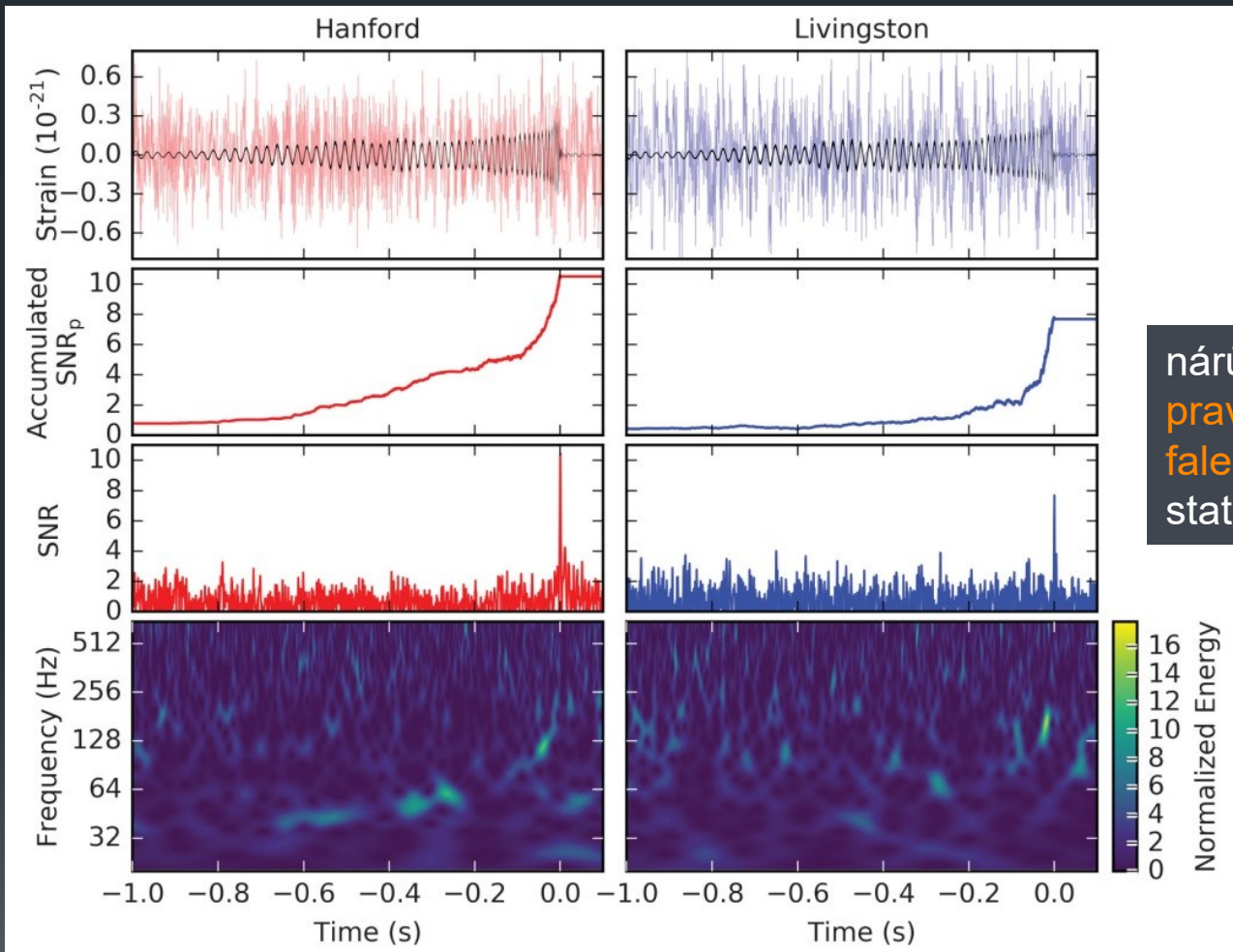
$$h_{\max} = 3 \times 10^{-22}$$

vzdálenost zhruba

1,4 miliardy světelných let

$$(z = 0,1)$$

signál GW150914 byl jiný: slabší a delší



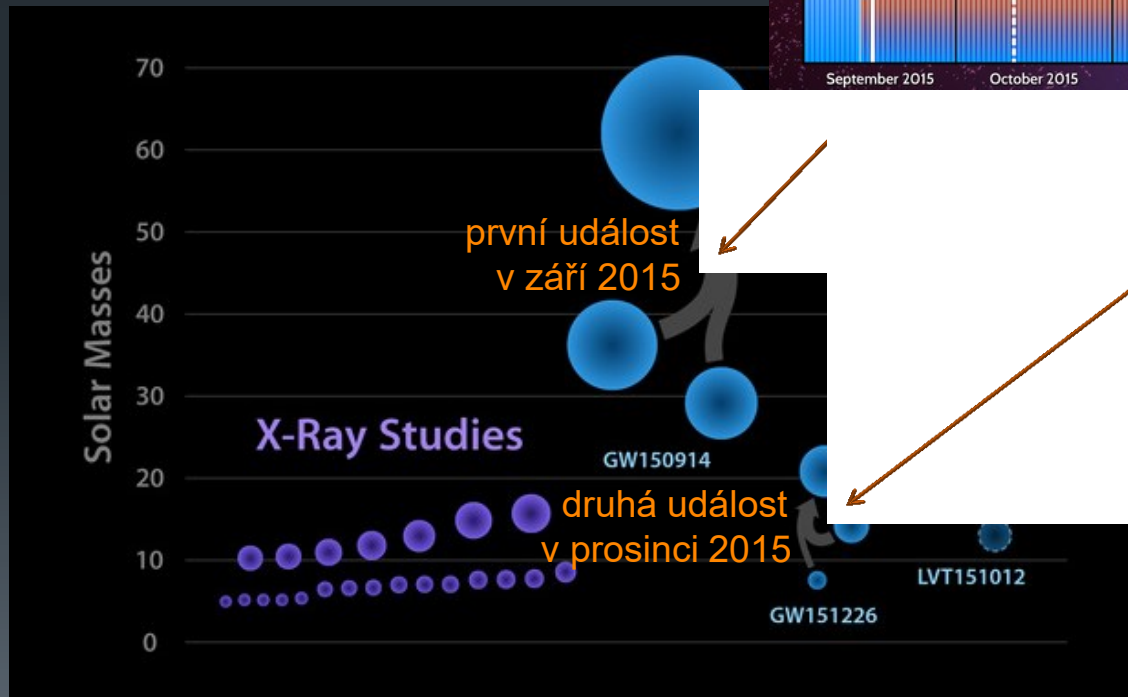
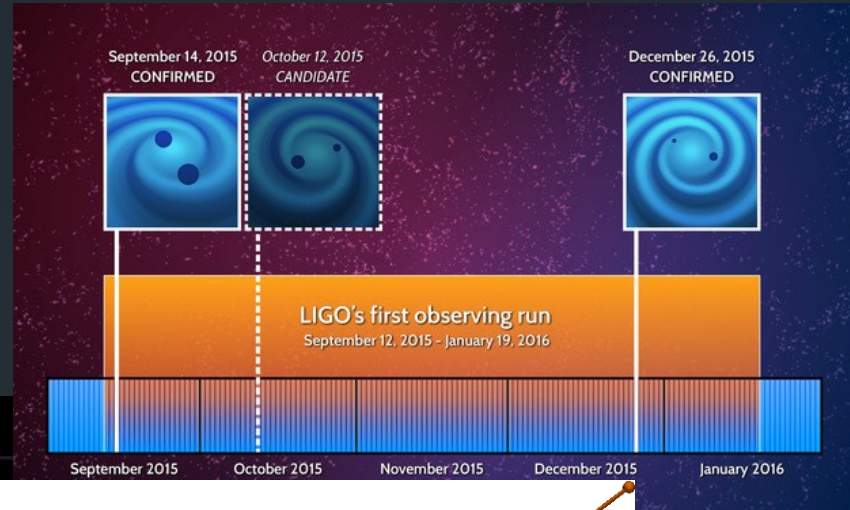
nárůst SNR na 13:
pravděpodobnost
falešného poplachu $< 10^{-7}$
statistická významnost 5σ

shrnutí výsledků

12.9.2015 - 19.1.2016

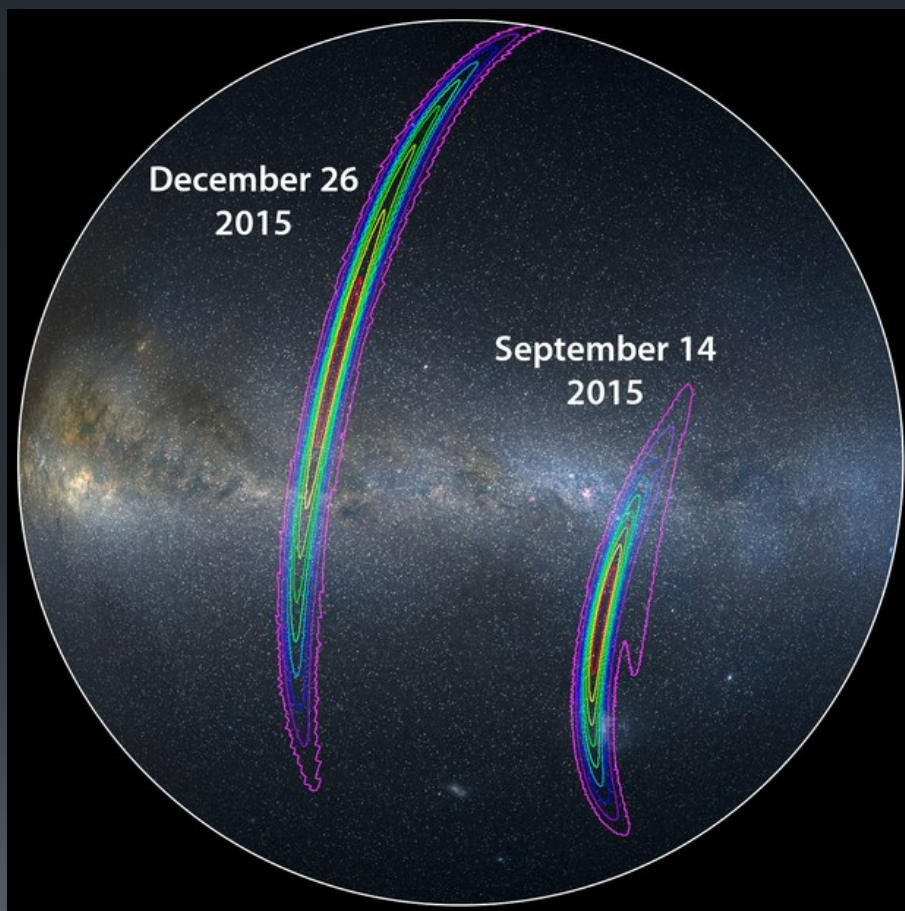
první běh O1 Advanced LIGO

hmotnosti známých černých děr:



lokalizace zdrojů gravitačních vln

z časového zpoždění mezi dvěma stanicemi LIGO
a následně nalezené nejlepší shody s „šablonou“



Credit : LIGO/Axel Mellinger

klíčové je mít více detektorů
rozmístěných po celé zeměkouli

druhý běh měření O2 od 12/2016
po 6 měsíců, citlivost o 15% lepší

Advanced Virgo v roce 2017
umožní triangulaci s LIGO
lokalizovat zdroje s přesností
zhruba úhlového stupně

schváleno LIGO-India rok 2023 ?

to otevře cestu možné identifikaci
elmag observatořemi
gama, RTG, radio ...

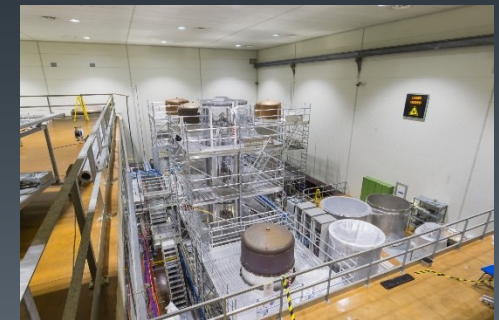
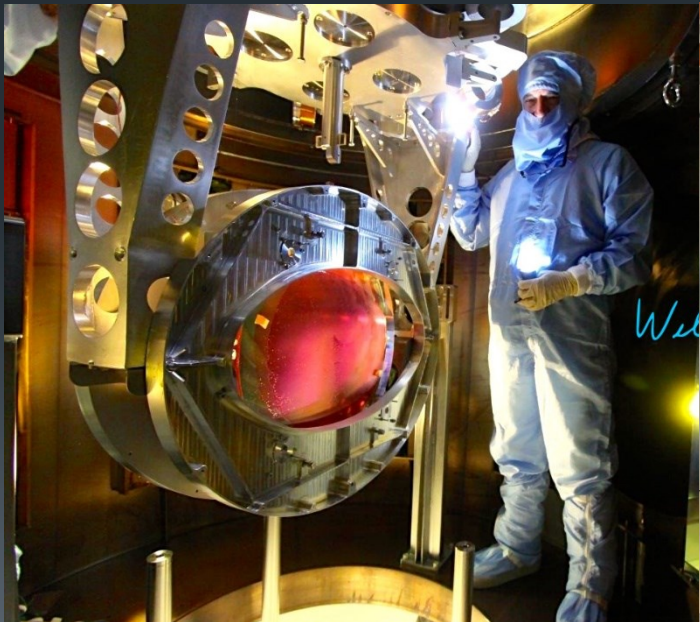
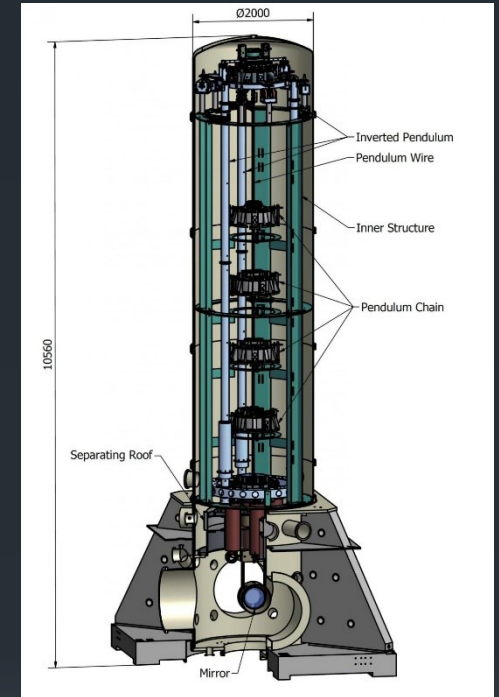
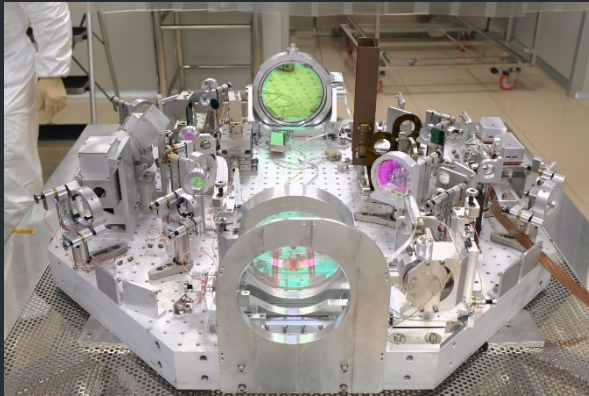
Advanced Virgo: 2017



Credit : Virgo Collaboration



optický a mechanický systém Advanced Virgo

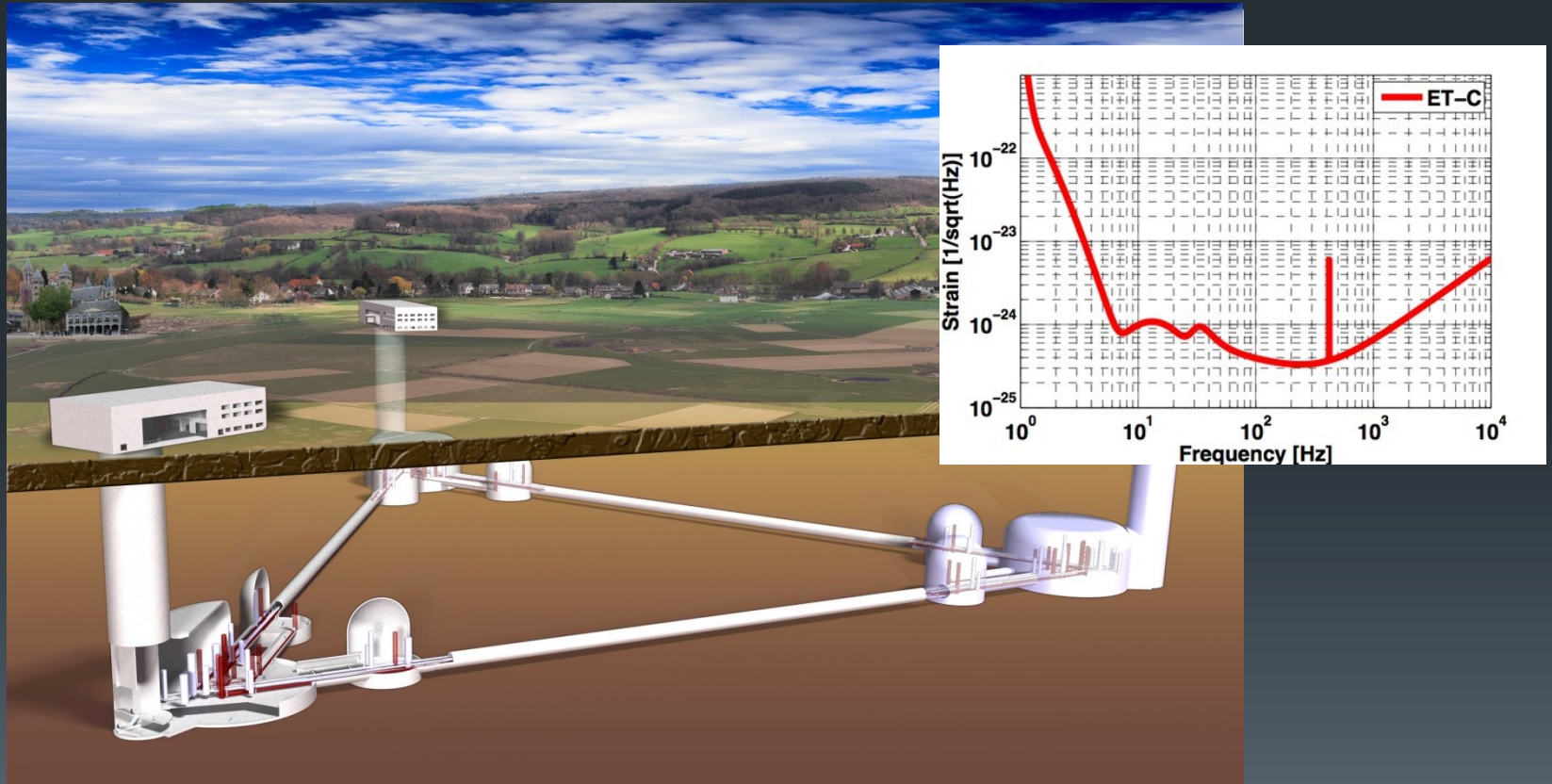


Credit : Virgo Collaboration

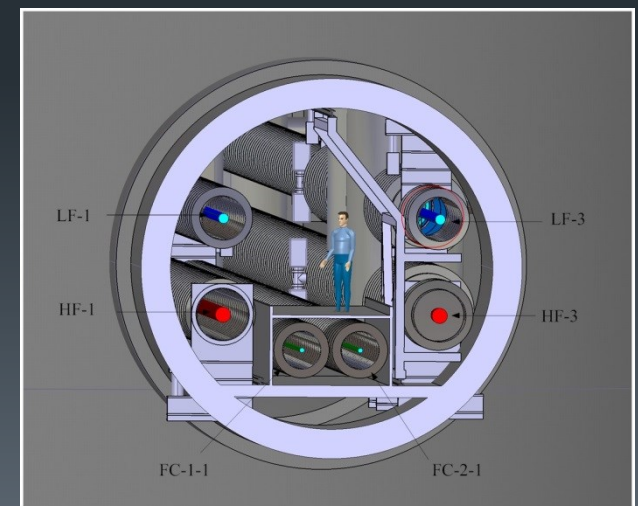
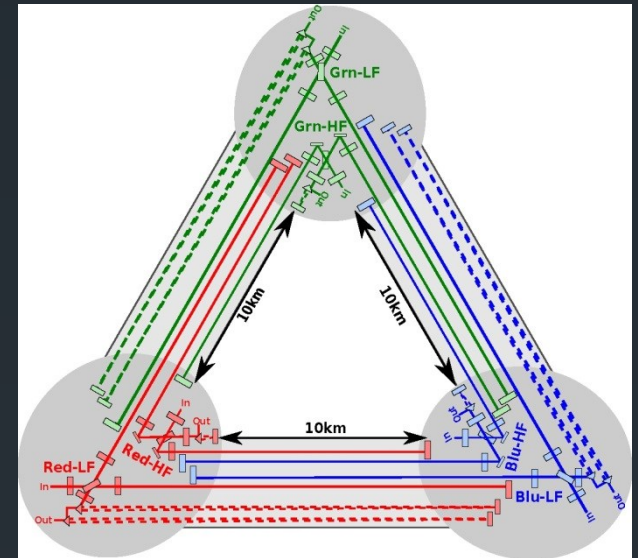
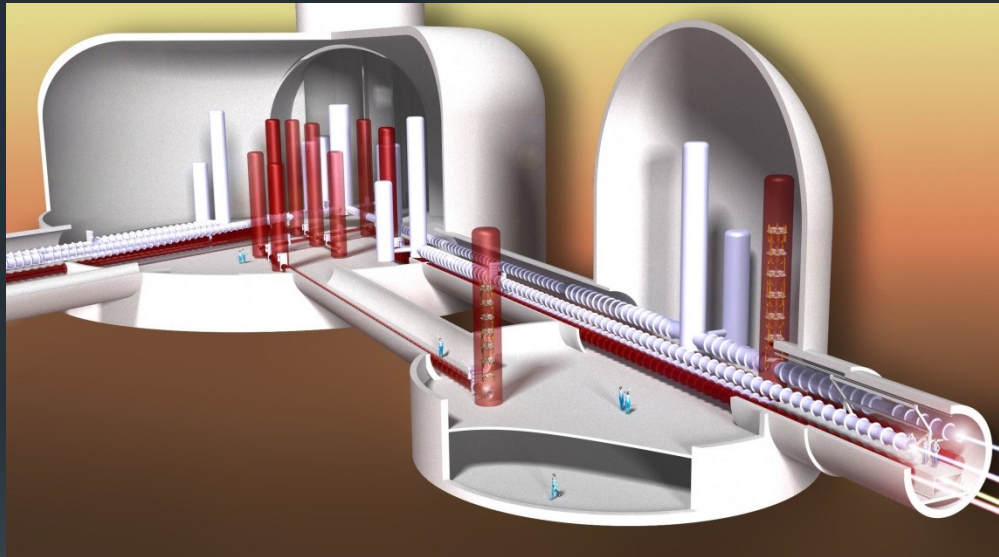
vize třetí generace detektorů

kryogenní kilometrové safírové interferometry pod zemí

- **KAGRA** (KAmioka GRAvitational wave detector) 3 km, citlivost 10^{-23} Japonsko
- **ET** (Einstein gravitational-wave Telescope) 10 km, citlivost 10^{-24} Evropa

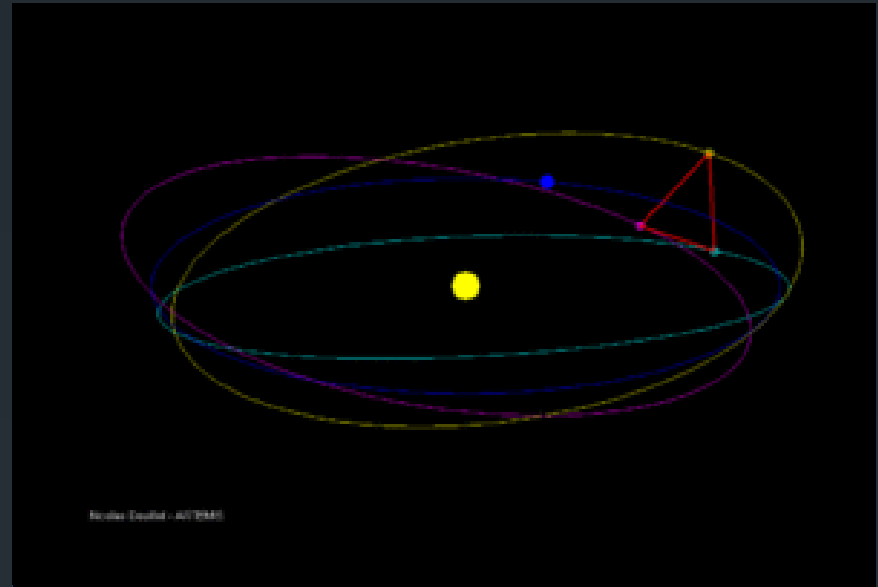
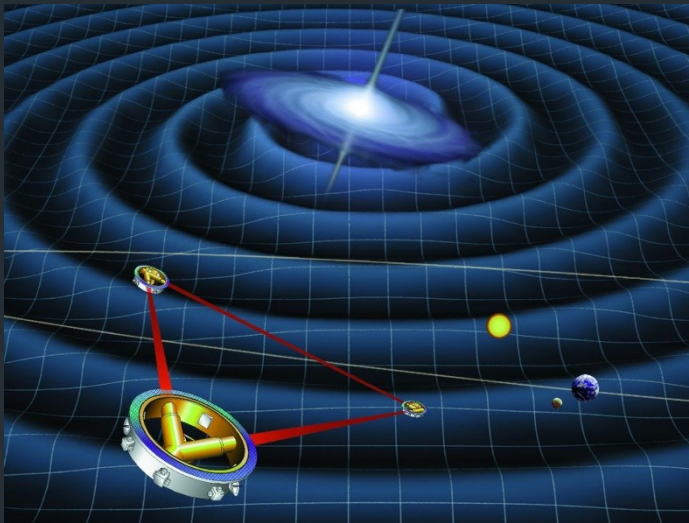


evropský projekt ET snad po roce 2020

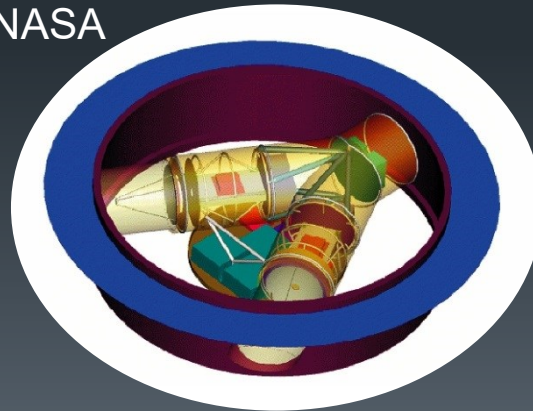


další naděje: LISA v kosmickém prostoru

Laser Interferometer Space Antena



- obří interferometr ESA a NASA
- 3 družice
- ve vrcholech trojúhelníka
- strany 5 milionů km
- oběh kolem Slunce 1 AU
- za Zemí 20°
- sklon roviny 60°



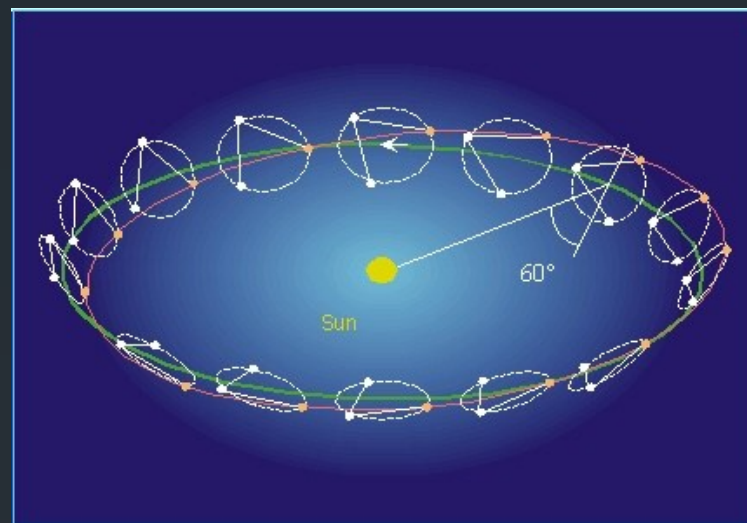
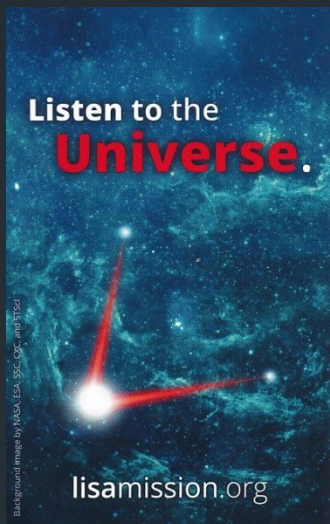
- bezsilová trajektorie
- testovací krychle 46 mm
 $\frac{1}{4}$ Pt + $\frac{3}{4}$ Au, 2 kg
- korekční trysky o tahu μ N
- lasery 2W
- teleskopy \varnothing 40 cm
- 1,5 miliardy EUR

extrémně nízké frekvence gravitačních vln 0,1 mHz – 0,1 Hz : jiné zdroje!

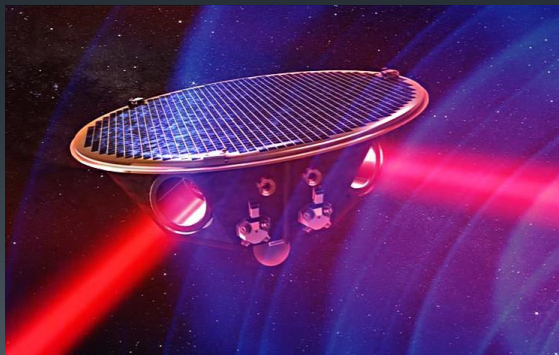
ale místo LISY bude evropská eLISA

v roce 2010 NASA
od projektu odstoupila

musel se předělat:



- jeden interferometr **ESA**
- 3 družice, **jen 2 ramena**
- ve vrcholech trojúhelníka
- strany **jen 1 milion km**
- oběh kolem Slunce 1 AU
- za Zemí 20°
- sklon roviny 60°

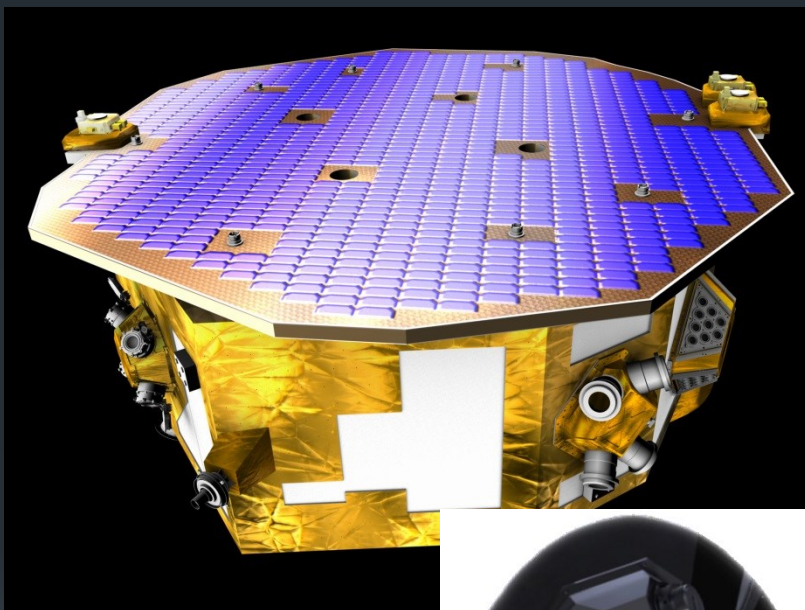


- bezsilová trajektorie
- testovací krychle 46 mm
1/4 Pt + 3/4 Au, 2 kg
- korekční trysky o tahu μN
- lasery 2W
- teleskopy \varnothing **20 cm**
- rok 2035 ?

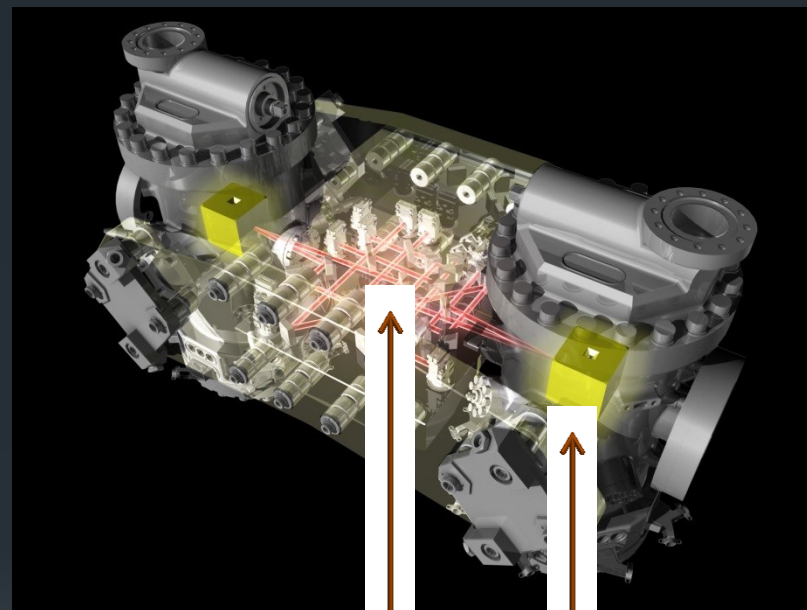
již vybráno jako **mise L3** programu **ESA Cosmic Vision**

LISA Pathfinder

technologický průkopník ESA: Předvoj eLISY



Credit : ESA/ATG medialab



- optická lavice
- testovací krychle
- korekční mikrotrysky



start družice LISA Pathfinder

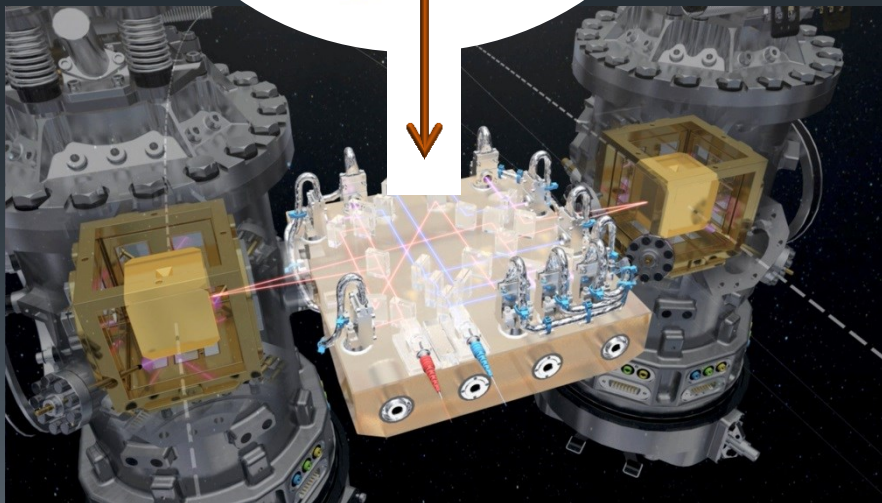
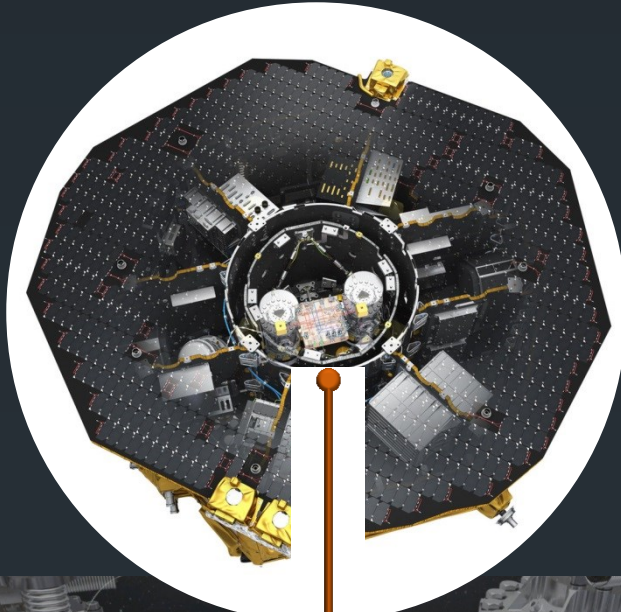
z Kourou 3. 12. 2015 nosnou raketou Vega



Credit : ESA

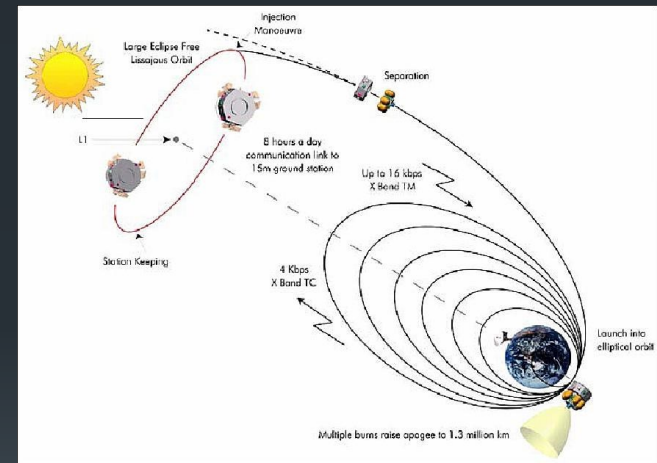


výsledky mise LISA Pathfinder



Credit : ESA/ATG medialab

- 22. 1. 2016 dosáhla okolí libračního bodu L1 1,5 milionu km od Země
- 16. 2. 2016 byly uvolněny testovací krychle



- cíl: **ověřit pikometrovou přesnost měření vzdáleností krychlí**
- technologická mise **má trvat rok** zatím vše probíhá skvěle ...

schopnosti LISA Pathfinder předčily očekávání

první výsledky oznámeny 10. 6. 2016 v článku

PRL 116, 231101 (2016)

Selected for a Viewpoint in *Physics*
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
10 JUNE 2016



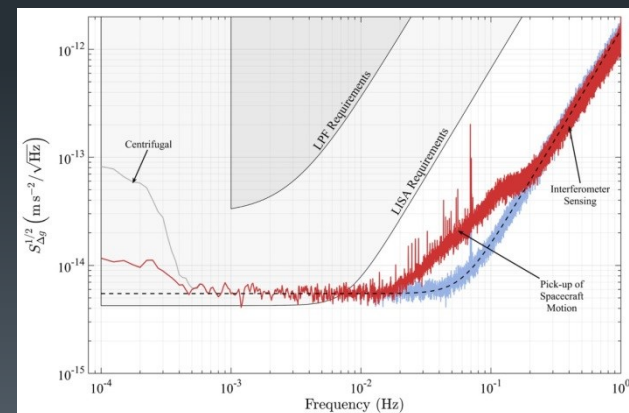
Sub-Femto-g Free Fall for Space-Based Gravitational Wave Observatories: LISA Pathfinder Results

relativní zrychlení obou volných těles (šum)
je $< 5 \text{ fm s}^{-2} / \sqrt{\text{Hz}}$ neboli $0,5 \times 10^{-15} \text{ g} / \sqrt{\text{Hz}}$

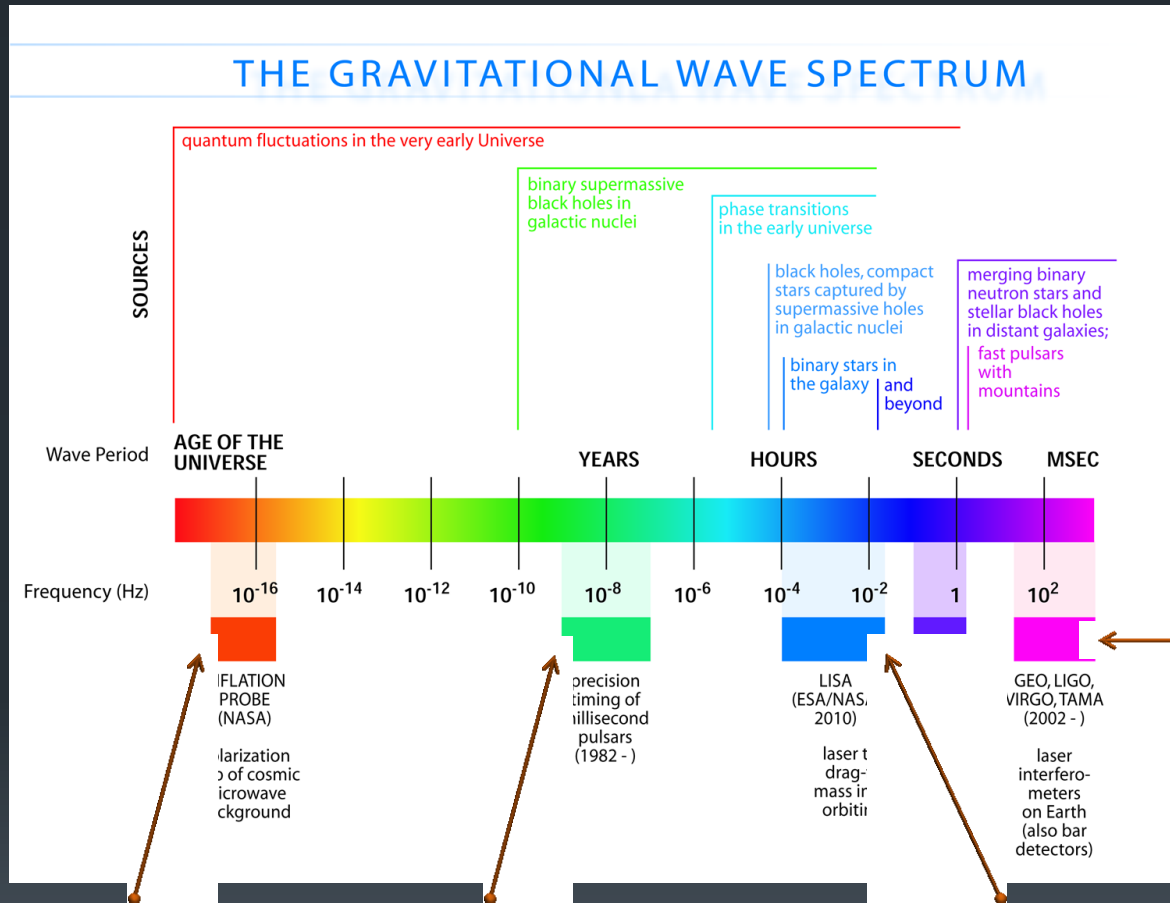
to je 5 krát lepší výsledek, než se plánovalo
odpovídá požadavkům na finální misi LISA

technologicky je LISA už dnes proveditelná!
nyní tedy jde jenom o vůli a finance ESA ...

pro frekvence 1 - 20 mHz



kompletní spektrum gravitačních vln



zcela odlišná
gravitační okna
do vesmíru

LIGO a Virgo na Zemi:

- srážky černých děr hvězdných hmotností
- neutronových hvězd
- výbuchy supernov

polarizace reliktního mikrovlnného záření

- kvantové fluktuační raného vesmíru

přesné časování pulsarů

- srážky galaktických černých děr

LISA ve vesmíru:

- srážky supermasivních černých děr
- běžné binární systémy bílých trpaslíků

zdroje a doporučená literatura

- **Kip S. Thorne:** *Černé díry a zborcený čas*
(Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha, 2004)
- **Abraham Pais:** *Subtle is the Lord*
(Oxford University Press, 1982)
- **Pedro G. Ferreira:** *Nádherná teorie: Sto let obecné teorie relativity*
(Vyšehrad, edice Spektrum, Praha, 2015)
- **Abbott B.P. et al.:** *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*
Phys. Rev. Lett. **116** (2016) 061102
- **Jiří Podolský:** *Gravitační vlny poprvé zachyceny: GW150914 ze srážky černých děr*
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie **61** (2016) č. 2, 89