

Reálný vekt. bundle
s SO-symetrií

A H_{AB}
nedegezer. \Rightarrow exist H^{-1AB}
symetrické $H_{AB} = H_{BA}$
křivkán a směr indexů
 $H^{AB} = H^{-1AB}$

transpozice
 $\phi^A \rightarrow \phi^T_A = H_{AB} \phi^B$
 $\phi_A \rightarrow \phi^{TA} = H^{AB} \phi_B$
 $\chi^A_B \rightarrow \chi^{TA}_B = H^{AM} H_{BN} \chi^N_M$

$$(\phi, \psi) = \phi^A \psi^B H_{AB}$$

$$= \phi^T \cdot \psi = \phi \cdot \psi^T$$

$$(\phi, \chi \cdot \psi) = (\chi^T \cdot \phi, \psi)$$

signatura metriky
($\underbrace{- \dots -}_m \underbrace{+ \dots +}_p$)

AM
hladké metriky $H \in \text{Sect } A^0_2 M$
lokálně (ultralokálně)
isomorfní metr. na A
vektorový SO-bundle
metrický bundle

Def ^{lokální} kalibrační SO-transformace

R ultralokálně křivka na Sect AM
 $R \in \text{Sect } A^1_1 M$
 $\phi \rightarrow \tilde{\phi} = R \cdot \phi$
 $(\tilde{\phi}, \tilde{\psi}) = (\phi, \psi)$
zachování orientaci

rozšíření na $A^2_2 M$
 $\chi^A_B \rightarrow \tilde{\chi}^A_B = R^A_C \dots R^N_B \chi^N_M$
 $(\tilde{\phi} \otimes \tilde{\psi}) = \tilde{\phi} \otimes \tilde{\psi} \quad \tilde{C} \tilde{\chi} = \tilde{C} \chi$
 $\tilde{H}_{AB} = H_{AB} \quad H_{AB} = R^C_A R^D_B H_{CD} \quad R^T \cdot R = \mathbb{1}$
 $\tilde{E}_{A_1 \dots A_n} = E_{A_1 \dots A_n} \quad \det R = 1$

Reálný vekt. bundle s SO-symetrií

A H_{AB}

nedegezer. \Rightarrow exist H^{AB}
symetrické $H_{AB} = H_{BA}$

zvětán a smič. indexů

$$H^{AB} = H^{-1AB}$$

transpozice

$$\phi^A \rightarrow \phi^T_A = H_{AB} \phi^B$$

$$\phi_A \rightarrow \phi^{TA} = H^{AB} \phi_B$$

$$\chi^A_B \rightarrow \chi^{TA}_B = H^{AM} H_{BN} \chi^N_M$$

$$(\phi, \psi) = \phi^{\text{A}} \psi^{\text{B}} H_{\text{AB}}$$

$$= \phi^{\text{T}} \cdot \psi = \phi \cdot \psi^{\text{T}}$$

$$(\phi, \mathcal{X} \cdot \psi) = (\mathcal{X}^{\text{T}} \cdot \phi, \psi)$$

signature metriky

$$\underbrace{(- \dots -)}_m \underbrace{(+ \dots +)}_p$$

AM

hladké metrické $H \in \text{Vect } A_2^0 M$

lokálně (ultralokálně)

isomorfní metr. na A

vektorový SO -bundle

metrický bundle

Def Kalibrační SO-transformace

R ultralokální izometrie na $\text{Sect } \mathbb{A}M$

$R \in \text{Sect } \mathbb{A}'_1 M$

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = R \cdot \phi$$

$$\Rightarrow (\tilde{\phi}, \tilde{\psi}) = (\phi, \psi)$$

\Rightarrow zachování orientaci

Def ^{lokální} kalibrační SO-transformace

R ultralokálně na $\text{Sect } AM$

$$R \in \text{Sect } A_1^1 M$$

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = R \cdot \phi$$

$$\bullet (\tilde{\phi}, \tilde{\psi}) = (\phi, \psi)$$

= zachování orientaci

pozitivní na $A_1^2 M$

$$\chi_{\underline{B}}^{\underline{A}} \longrightarrow \tilde{\chi}_{\underline{B}}^{\underline{A}} = R_{\underline{B}}^{\underline{A}} \cdots R_{\underline{B}}^{-1 \underline{N}} \cdots \chi_{\underline{N}}^{\underline{M}}$$

$$(\tilde{\phi} \otimes \tilde{\psi}) = \tilde{\phi} \otimes \tilde{\psi} \quad \mathcal{C} \tilde{\chi} = \mathcal{C} \chi$$

$$\tilde{H}_{AB} = H_{AB} \quad H_{AB} = R_A^U R_B^V H_{UV} \quad R^T \cdot R = \mathbb{1}$$

$$\tilde{\epsilon}_{A_1 \dots A_D} = \epsilon_{A_1 \dots A_D} \quad \det R = 1$$

Def ^{lokalni} kalibracni SO-transformace

R ultralokálně na zobrazení na Sect AM

$$R \in \text{Sect } A'_1 M$$

$$\phi \rightarrow \tilde{\phi} = R \cdot \phi$$

$$\langle \tilde{\phi}, \tilde{\psi} \rangle = \langle \phi, \psi \rangle$$

- zachování orientaci

rozšíření na $A^2_x M$

$$\chi^A_B \rightarrow \tilde{\chi}^A_B = R^A_C \cdot R^C_B \cdot \chi^A_B$$

$$\langle \tilde{\phi} \otimes \tilde{\psi} \rangle = \langle \phi \otimes \psi \rangle \quad \tilde{C} \tilde{\chi} = C \chi$$

$$\tilde{H}_{AB} = H_{AB} \quad H_{AB} = R^C_A R^D_B H_{CD} \quad R^T \cdot R = \mathbb{1}$$

$$\tilde{e}_{A_1 \dots A_p} = e_{B_1 \dots B_p} \quad \det R = 1$$

Lokalni kalibr. grupa

Lokalni kalibr. Lieova alg

$$R_\alpha = \mathbb{1} + \alpha \Omega + O(\alpha^2)$$

$\Omega \in \text{Sect } A'_1 M$

$$[\Omega, \Delta] = \Omega \cdot \Delta - \Delta \cdot \Omega$$

$$\Omega^M_B H_{MB} + \Omega^M_B H_{AM} = 0$$

$$\Omega_{BA} + \Omega_{AB} = 0 \quad \Omega + \Omega^T = 0$$

$$\Omega^T = -\Omega$$

$$R_\alpha = \exp(\alpha \Omega)$$

Trivializace SO-bundlu

Def triv E_A je konst. Δ s mlt. strukturou je-l.:

$$H_{AB} = (E_A, E_B) = \text{konst} \quad (\text{na } M)$$

$P_{\tilde{R}}$: volba ortogonální báze

$$H_{AB} = \begin{bmatrix} -1 & & 0 \\ & -1 & \\ 0 & & +1 \dots +1 \end{bmatrix}$$

$P_{\tilde{R}}$: signature $(- \dots - + \dots +)$ $m=p$

$$H_{AB} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & & \\ 1 & 0 & & \\ & & 0 & -1 \\ & & & \dots \end{bmatrix}$$

reměna trivializace

$$E_A \rightarrow \tilde{E}_A = R \cdot E_A$$

$$H_{\tilde{A}\tilde{B}} = (\tilde{E}_A, \tilde{E}_B) = (E_A, E_B) = H_{AB}$$

$$\phi \in AM \quad \phi = \phi^A E_A = \tilde{\phi}^{\tilde{A}} \tilde{E}_A$$

ϕ^A $\tilde{\phi}^{\tilde{A}}$ pasivní kalibr. transf

$$\phi^A = R^A_{\tilde{A}} \tilde{\phi}^{\tilde{A}} \quad \tilde{E}_{\tilde{A}} = E_A R^A_{\tilde{A}}$$

$$H_{\tilde{A}\tilde{B}} = R^N_{\tilde{A}} R^M_{\tilde{B}} H_{MN} = H_{AB}$$

Lorentz kalibr. grupa

Lorentz kalibr. Lieova alga

$$R_\alpha = \underline{1} + \alpha \Omega + O(\alpha^2)$$

$$\Omega \in \text{Vect } A^1_1 M$$

$$[\Omega, A] = \Omega \cdot A - A \cdot \Omega$$

$$\Omega^M_A H_{MB} + \Omega^M_B H_{AM} = 0$$

$$\Omega_{BA} + \Omega_{AB} = 0 \quad \Omega + \Omega^T = 0$$

$$\Omega^T = -\Omega$$

$$R_\alpha = \exp(\alpha \Omega)$$

Trivializace SO-bundlu

Def. triv. E_A je konv. D
metr. strukturou $g \cdot l$:

$$H_{AB} = (E_A, E_B) = \text{konst} \\ (\text{na } M)$$

$P_{\mathbb{R}}$: volba ortonormální báze

$$H_{AB} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & +1 \\ & & & & +1 \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$P_{\mathbb{C}}$: signature $(- \dots - + \dots +)$ $m = p$

$$H_{AB} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

Γεμενα trivializace

$$E_A \rightarrow \tilde{E}_A = R \cdot E_A$$

$$H_{\tilde{A}\tilde{B}} = (\tilde{E}_A, \tilde{E}_B) = (E_A, E_B) = H_{AB}$$

$$\phi \in \mathcal{AM} \quad \phi = \phi^A E_A = \phi^{\tilde{A}} \tilde{E}_A$$

$$\phi^A \quad \phi^{\tilde{A}}$$

pasivni kalibra. transf.

$$\phi^A = R^A_{\tilde{A}} \phi^{\tilde{A}} \quad \tilde{E}_{\tilde{A}} = E_A R^A_{\tilde{A}}$$

$$H_{\tilde{A}\tilde{B}} = R^M_{\tilde{A}} R^N_{\tilde{B}} H_{MN} = H_{AB}$$