Cvičení 2: Ještě jednou stacionární poruchová teorie.

Motivace: Další procvičení poruchové teorie - degenerované stavy.

Úloha 1 - Izotropní LHO ve dvou dimenzích a kvadrupólová porucha

Uvažujme částici ve dvourozměrném potenciálu $V(x,y) = \frac{1}{2}k(x^2+y^2)$, tj. dvourozměrný lineární harmonický oscilátor s s vlastní frekvencí $\omega = \sqrt{k/m}$.

a) Zopakujte si, jak vypadá energetické spektrum takového oscilátoru a jak se konstruují stacionární stavy pomocí kreačních operátorů $\hat{a}_x^\dagger$, $\hat{a}_y^\dagger$.

b) Zjistěte, jak se v prvním řádu poruchové teorie změní energie prvních dvou energetických hladin pod vlivem poruchy $\hat{H}_I = \lambda m\omega xy$.

c) Najděte přesné energie porušeného systému a přesvědčte se, že poruchový výpočet byl správný.

Poznámka: Pro přesné řešení proveďte otočení souřadného systému do nových souřadnic $q_{1,2} = (x \pm y)/\sqrt{2}$ a separujte systém na dva jednorozměrné LHO.

Úloha 2 - třístavový systém dle (Sakurai)

Uvažujte hamiltonián

$$H = \begin{pmatrix} e_1 & 0 & a \\ 0 & e_1 & b \\ a^* & b^* & e_2 \end{pmatrix},$$

kde a, b jsou malá reálná čísla, $E_2 > E_1$ a $|a|, |b| \ll E_2 - E_1$. Pokuste se zahrnout členy úměrné a, b pomocí poruchové teorie do druhého řádu (oproti přednášce nedojde k sejmutí degenerace v prvním řádu, musíte vymyslet jak použít druhý řád). Zkontrolujte výsledek srovnáním s přesným řešením.