Budování geometrie prostoročasu

Kauzální struktura.
Kauzální ovlivnitelnost, fyzikální signál, kauzální vztah dvou událostí. Světelný kužel. Kauzální klasifikace světočar. Neexistence kanonické současnosti.

Inerciální struktura.
Přímky jako světočáry volných pozorovatelů. Podprostory v prostoročase. Rovnoběžnost. Tuhá soustava pozorovatelů. Afinní struktura prostoročasu. Prostoročasové diagramy.

Metrická struktura.
Měření času, vzdáleností, úhlů a rychlostí. Minkowského geometrie - geometrie prostoročasu. Analogoie mezi euklidovskou a Minkowského geometrií.

Současnost a synchronizace hodin.
Současnost vzhledem k soustavě, světelná synchronizace hodin. Nadroviny současnosti, kolmost na světočáry klidných pozorovatelů. Neekvivalence současnosti vzájemně pohybujících se soustav. Prostoročasové diagramy přizpůsobené různým soustavám. Relativita časové následnosti.

Prostorové vzdálenosti a prostorová geometrie.
Světelné měření prostorových vzdáleností. Homogenita v čase. Prostorová geometrie je euklidovská. Kartézské soustavy v prostoru.

Inerciální soustavy.
Definice inerciální soustavy. Inerciální souřadnice. Vztah dvou inerciálních soustav.

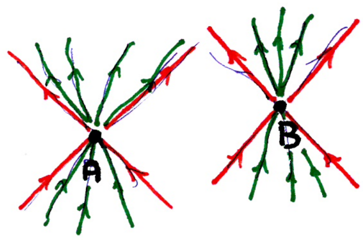
Poznámka o jednotkách času a vzdálenosti.
Metr a sekunda jako jednotky pro stejnou veličinu. Konvenčnost rychlosti světla v inerciální soustavě. Rozdílné škály pro prostorové a časové směry. Prostorová analogie.

Prostoročasový interval.
Rovnice pro světelný signál v inerciálních souřadnicích. Linearita transformačních vztahů a její důsledky. Prostoročasový interval, stejnost jeho tvaru ve všech inerciálních soustavách. Význam prostoročasového intervalu. Prostoročasová geometrie.

Kauzální struktura

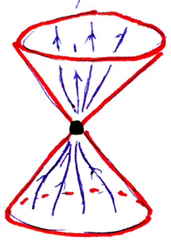
- umožňuje určit, zda události se mohly ovlivnit
- události se mohly ovlivnit pokud mezi nimi mohlo proběhnout jakékoli fyz. působení, proběhnout jakýkoli "signál"
- co je a není fyz. signál
  - musí přenášet informaci z počátku na konec
  - realizován nějakým fyzik. "agentem" šířícím se z místa na místo
  - signálem není předem stanovená posloupnost událostí
    např. průmět sv. paprsku na stínítko
    řetězec načasovaných žárovek rozsvícených se nadsv. rychl.
- vztah dvou událostí

časupodobný
B v budoucnu A
A v minulosti B



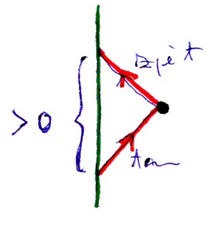
prostorupodobné

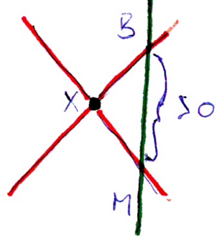
- světelný kužel události



všechny fyz. sig. vyplňují světelný kužel
hranice je tvořena maximálně rychlými signály
příklad max. rychl. sig. – světlo

- max. rychlý signál je "konečný"
  - čas pro přenos "tam" a "zpět" nelze redukovat na nulu
  - čas mezi minulostí a budoucností události je v tom vzd. konečný

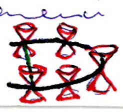




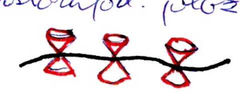
- klasifikace světočar
  - časupodobné
    - každé dvě blízké události na svět. jsou časupod.
    ⇒ každé dvě události světoč. jsou časupod. polož.

  - světelné (nulové)
    - každé dvě blízké události na světoč. jsou spojeny max. signálem
    (neznamená, že každé dvě události na světoč. jsou nulově položené)
    př. helikální světelné světočáry

  - prostorové
    - každé dvě blízké události na světoč. jsou prostorupodobně polož.
    (neznamená, že každé dvě události světočáry jsou prostorupod. položené)



    př. helikální prostorupodobné světoč.



neexistence kanonické současnosti

nelze jednoznačně vybrat "současné" události

lze zavést pouze konvenční současnost vůči soustavě

- viz příště

takovýchto současností existuje mnoho

příklad s kauzalitou v posluchárně

Metrické struktura

měření času, vzdáleností, úhlů, rychlostí
vše založeno na měření vl. času podél světočáry

vlastní čas
- ideální čas měřený podél světočáry
- určuje čas jednoduchých fyz. jevů odehrávajících se podél světočáry.
- čas ideálních hodin (odstíněných od rušivých jevů)
- čas, ve kt. vnímá pozorovatel
- biologický čas pozorovatele

t.č. geometrie
- kvantit. měření časů, vzdál., úhlů, rychl., současnosti
  lze převést na měření vl. času podél světočáry
- prakticky si předdefinujeme IS a pomocí měříme jednotlivé vl.

Inerciální struktura

časupodobné a svět. světočáry
- historie (trajektorie) fyz. objektů - máme "pod kontrolou"

volní pozorovatelé (signály, tělesa)
- na pohyb. objekt nepůsobí žádné vnější vlivy - vnější působení buď odstíněné nebo kompenzované

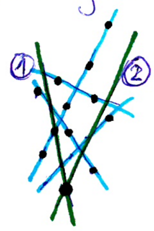
volný pohyb reprezentován "přímou" světočárou (geodetikou)
STR: přímka

volný pohyb je rovnoměrný vůči jiným volným pozorovatelům -
⇒ afinní struktura
- globální vektory
- globální rovnoběžnost
- přímky

rozdíly

poznámka o p.č. diagramech
zobrazujeme p.č. v euklid. prostoru - nutné deformace
snaha zachytit co nejvíce rysů
lze zachytit afinní strukturu p.č.
přímky v p.č → přímky v eukl. diagr.
rovnoběžnost → rovnoběžnost

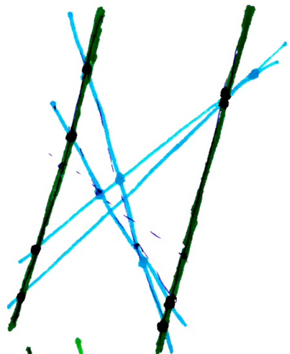
podprostory p.č.
přirozená struktura (lineárních) podprostorů p.č., kt. jsou též p.č.
1D = 1+0D volná světočára
2D = 1+1D p.č. napnutý na 2 volných pozorovat. se společným počátkem (události volných světočar spojující 2 zvolené volné pozorovatele)



pohyb "jedním" směrem

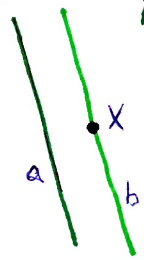
3D = 1+2D p.č. napnutý na 3 volných pozorov. se společným počátkem

rovnoběžnost



2 časupod. sv. volných poz. jsou rovnoběžné pokud se pohybují jedním směrem (patří do stejného 2D podprostoru) a nikdy se neprotnou

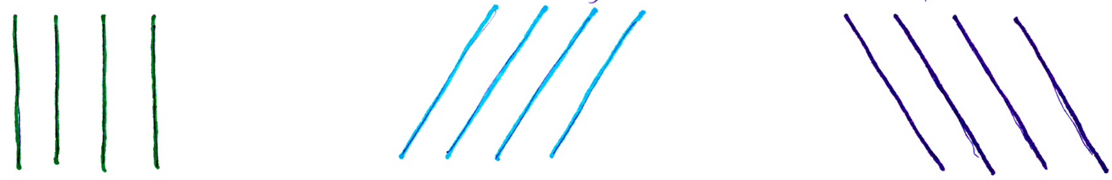
"5. postulát" pro p.č.
existuje právě jedna volná časupod. sv. b pohybující se skrze událost X, kt. nikdy neprotne zvolenou volnou časupod. sv. a



a,b jsou rovnoběžky v p.č. a říkáme že reprezentují pohyb stejným směrem stejnou rychlostí

lze zobecnit na světelné přímky

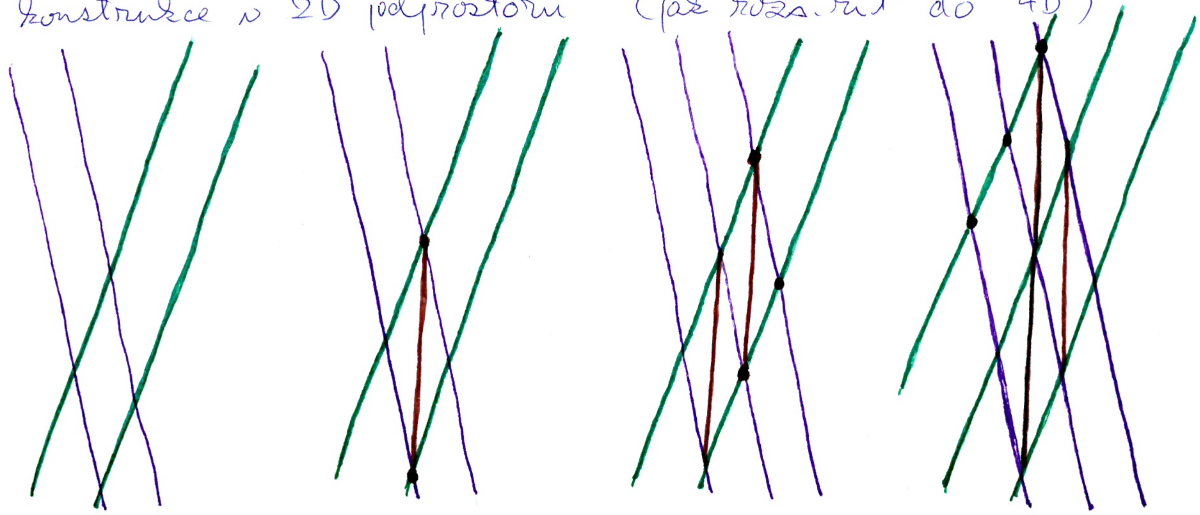
tuhá soustava volných pozorovatelů
- soustava volných pozor., kt. se vůči sobě nepohybují
- soustava tvořená rovnoběžnými časupodob. přímkami



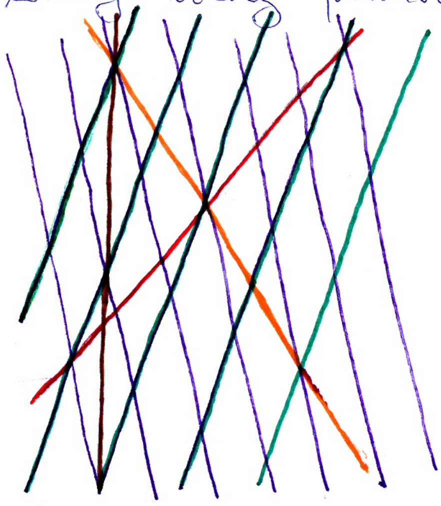
- základ pro inerc. soust. (IS)
- ještě nedefinuje souřadnice - pro ty je potřeba
  - zavést čas. souřadnici - synchronizace hodin
  - zavést prost. souřadnice - potřeba měřit vzdálenosti

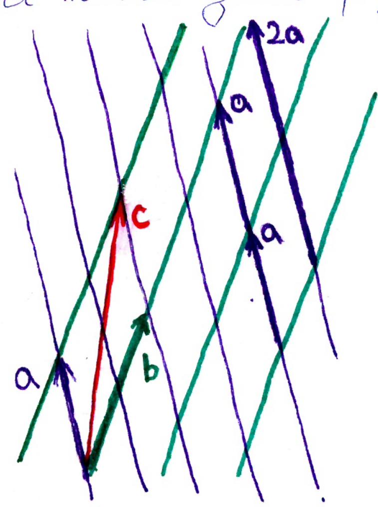
konstrukce afinní struktury
- vystihuje "rovnoměrnost" vzájemného pohybu volných pozorov.

konstrukce v 2D podprostoru (pak rozšířit do 4D)



vytvoří pravidelný grid v prostoročasu
každý volný pozorovatel se vůči tomuto gridu pohybuje rovnoměrně



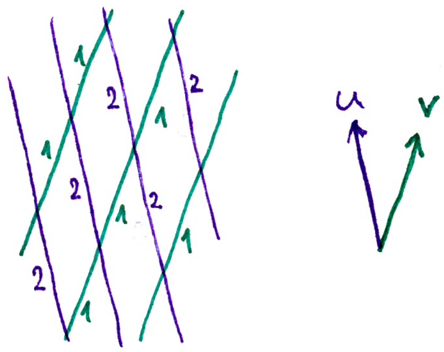


$c = a + b$

grid definuje afinní strukturu
- globální vektory a rovnoběžnost → 4-vektory
- sčítání 4-vektorů
- přímky

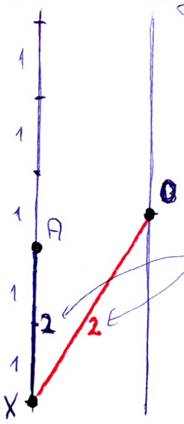
Konzistence afinní struktury s vlastním časem

afinní grid zachovává vlastní čas
umožňuje zavést souřadnice u,v
měřitelné pomocí ideálních hodin
špatné synchronizace
žádná ze souřadnic neudává
rozumnou "současnost"



synchronizace hodin = definice současnosti

• naivní synchronizace "stejným" časem — špatně!

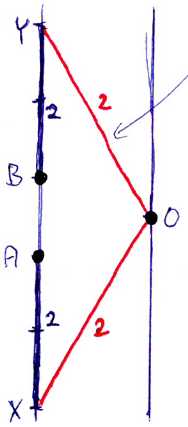


stejný čas

OT: je rozumné považovat A a O za současné? (synchronizované)

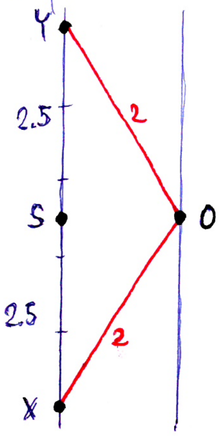
B je stejně dobrý kandidát na současnost s O jako A
ale A ≠ B
⇑
závislost času na trajektorii

ODP: není!

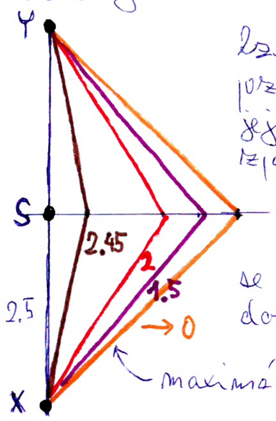


signál opačným směrem stejně rychlý = trvá mu to stejný čas

• půlení intervalu
lepší kandidát pro synchronizaci je událost v polovině mezi X a Y



signál letí stejnou dobu tam i zpět
proto i stojící pozorovatel rozdělí X a Y na polovinu ⇒ S



lze provést s různě rychlými pozorovateli
jejich vlastní čas pro zpáteční cestu se zkracuje s rychlostí
při signálech blížících se k maximálnímu se doba cesty zmenšuje k 0

maximální signál

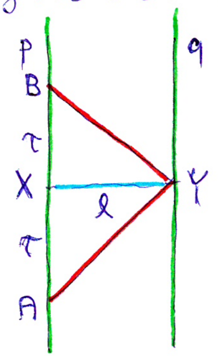
maximální signál je univerzální
⇒ výhodné pro synchronizaci a definici současnosti
budeme využívat světelný signál!

Současnost a synchronizace hodin

mějme tuhou soustavu volných pozorovatelů
provedeme "světelnou synchronizaci hodin"

- chceme synchr. hodiny mezi vzájemně nepohyb. se volnými pozorov.
  ale nemáme okamžitý signál
- oprava na konečnou rychlost šíření signálu
- využití výjimečnosti maximálního volného signálu

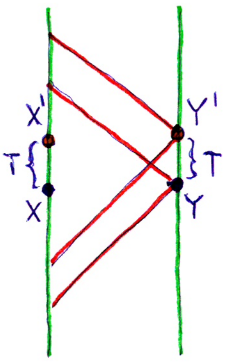
synchronizace:



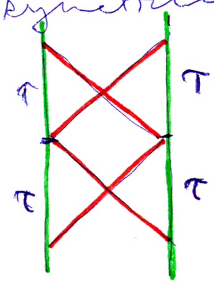
p, q rovnoběžní volní pozorov. (vzáj. se nepohyb.)
maxim. volný signál od p do q a zpět
zaslán. A → Y → B
doba letu 2τ (vlastní čas mezi A, B)
událost X v polovině mezi A a B je
současná s událostí Y ve kt. byl signál odražen
na světočáře q
říkáme, že X, Y jsou současné vzhledem
k soustavě pozorovat. p a q

vlastnosti:

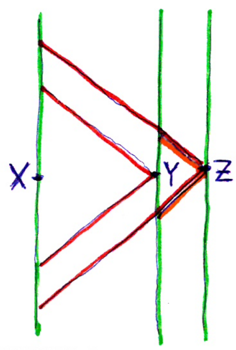
homogenita v čase – je jedno kdy synchronizuje –
čas T mezi X, X' a Y, Y' je stejný
→ konzistence synchr. v různých časech



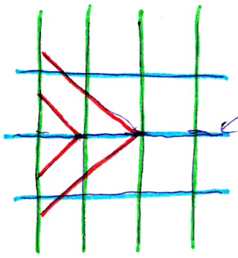
symetrie – nezávisí, kdo z tuhé soustavy synchron.



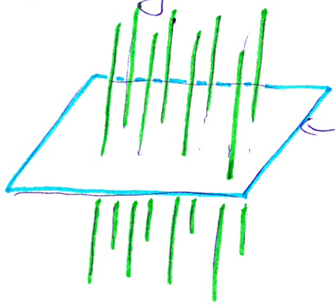
tranzitivita – synchr. je konzistentní pro celou tuhou soust.
X, Y souč. X, Z souč. ⇒ Y, Z souč.



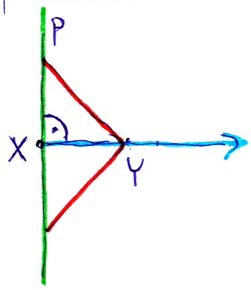
soužad. současnost – relace ekvivalence
možeme zavést třídy ekviv. = (nad)roviny současnosti



4D:



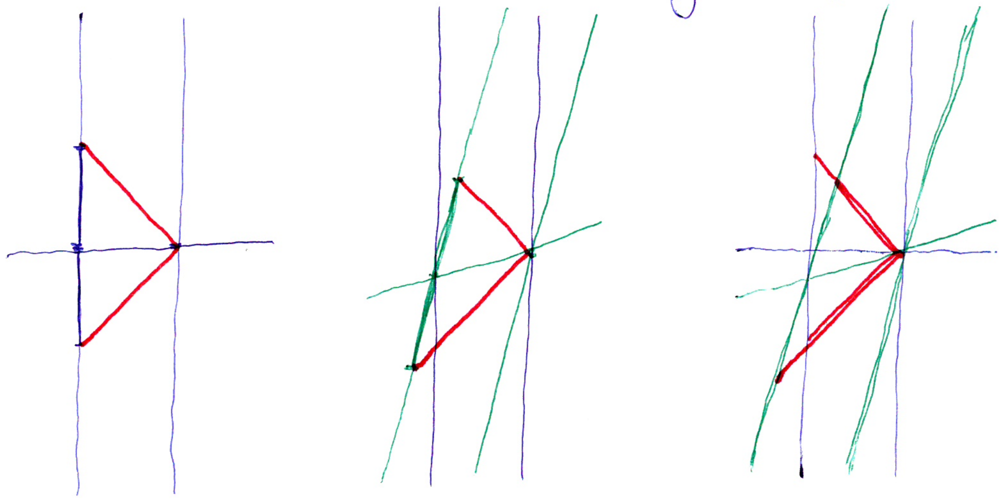
nadrovina souč. (hyperplane) – D-1 dimenz. prostor událostí, kt. vzájemně současné
každá soustava definuje foliaci nadrovinami současnosti
při vícedimenz. konstrukci musíme použivat volný max. signál – signál nesmí "zatáčet"
nadrov. souč. lze chápat jako podprostor kolmý na přímky pozorovatelů každé soustavy



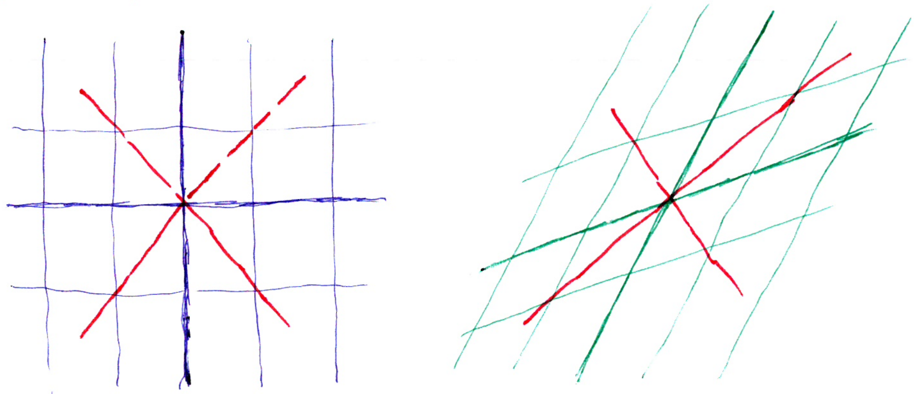
směr $\vec{XY}$ kolmý na P

neekvivalence rovin současnosti různých IS

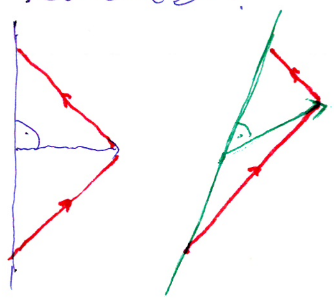
mějme dvě tuhé soustavy volných pozorov.
v obou provedeme synchr. hodin
dostaneme různé nadroviny současnosti!



současnost 2 IS

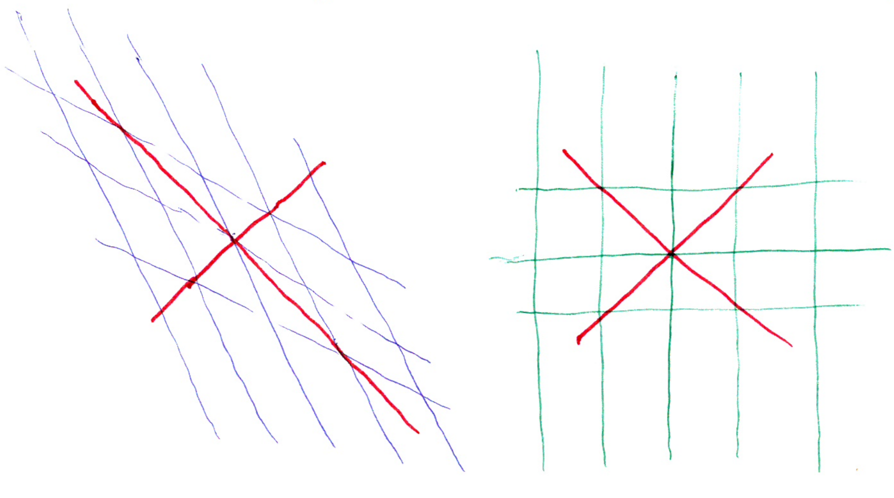


kolmost.



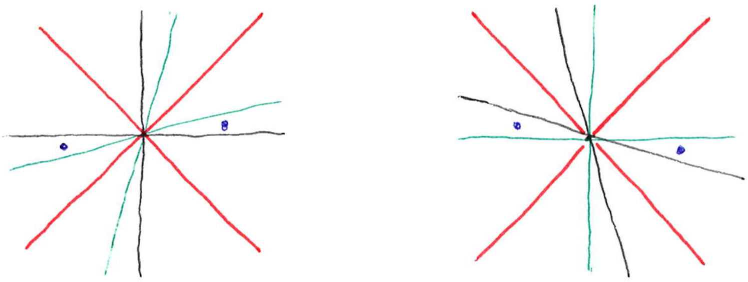
"deformace" diagramů

zobrazení v eukl. pr. může zachytit pouze
- některé rysy pč. geometrie
- afinní struktura zachycena věrně
- metrické vlastnosti liší – lze optimalizovat na soust.
- zdánlivá neekv. IS dána touto deformací
- lze vždy zobrazit vzhledem k preferované inerc. soustavě



viz paralela s mapami v atlase

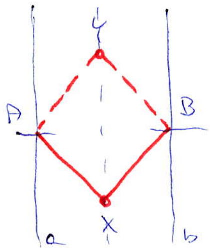
relativita časové následnosti



dvě prostorupodobné události mohou mít různou časovou následnost vůči současnosti dvou tuhých soustav

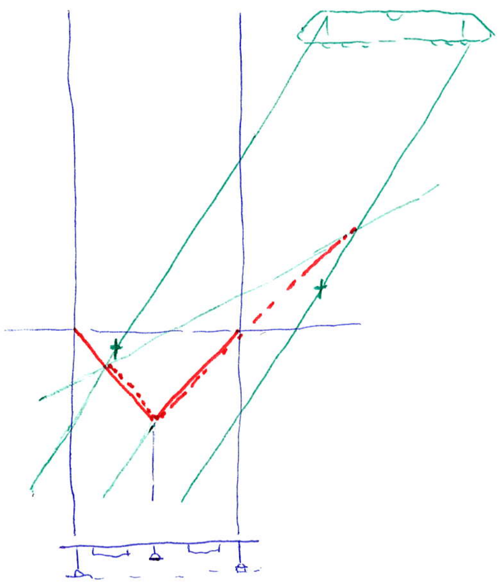
příklad relativity současnosti

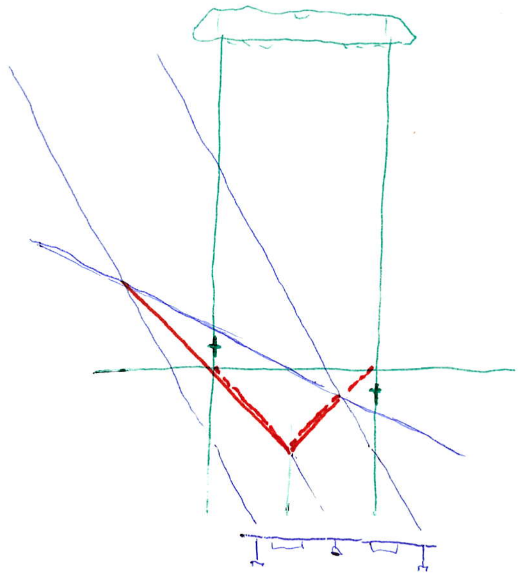
alternativní synchronizace času dvou vz. nepohyb. pozor.



z poloviny mezi a a b vyšleme volné [illegible] signály (událost X)
události A,B, kdy dorazí k a,b jsou současné
odražený signály se musí potkat opět ve středu (událost Y) - kontrola, že se jedná o střed

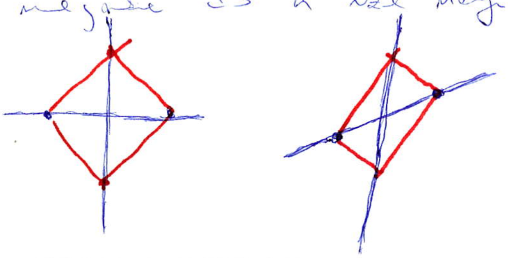
vlak a nádraží





u kauzálně spojených událostí nelze změnit jejich časovou následnost

každé 2 prostorupodobně položené události jsou současné v nějaké IS a lze najít IS ve kterých mají jinou následnost



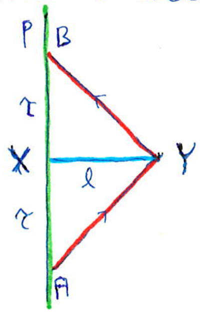
- vybrat 2D prostor obsah. události
- protnout minulé a svět. kužely
- spojit vzniklé průsečíky

⇒ definice pozorovatele, kde jsou události současné

Prostorové vzdálenosti a prostorová geometrie

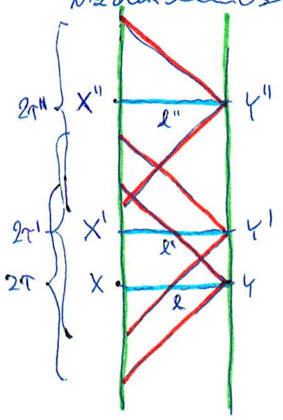
prostorové vzdálenosti

světelné měření vzdálenosti



pozorovatel p (volné časupod. světočára – přímka)
událost Y (neležící na p)
vzdálenost $l = vzd(p, Y)$ oceníme časem,
 kt. potřebuje světelný signál od p do Y a zpět
měříme čas podél p – mezi událostmi A, B
 l je daná půlkou tohoto času, tj τ
vzdál. l též přiřadíme dvojici události X, Y
 kde X je událost na p v polovině mezi A, B
 $l = vzd(X, Y)$
pozn. o jednotkách
 je-li $\tau = x\,\Delta$, říkáme, že l je x "světelných s"
 více viz dále

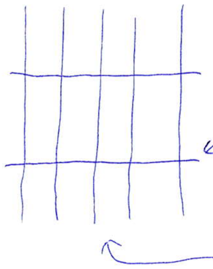
homogenita v čase
 p, q rovnoběžné světoč. volných pozorov.
 vzdálenost p, q nezávisí na tom, kdy ji měříme
 $\tau' = \tau'' = \tau$ $\qquad l = l' = l''$



prostorová geometrie

světelně zavedené vzdálenosti definují prostorovou geom. na nadrovině současnosti

STR: tato geometrie je euklidovská!
- nezávisí na nadrovině souč. v dané tuhé soustavě
- lze chápat jako geometr. na prostoru (vzáj. se nepoh. volných) pozorov.



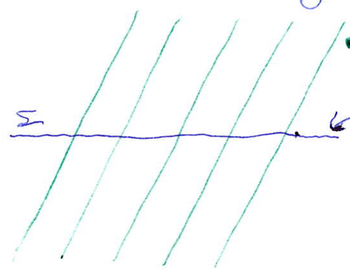
stejné eukl. geom

euklid. geom

⇓

euklid. geom na prostoru pozorovatelů

- geom. je euklid i pro jiné tuhé soust vol. pozor (princip relativity)
- jedná se geometrii na jiných prostorech nadroviny souč. ~~nejsou~~ stejné prostory pozorov. jsou též odlišné
- průmět prostoru pozorov. jedné soustavy do nadrov. současnosti jiné soustavy deformuje geometrii, získané dvě geom budou různé!



indukování Z do Σ nedá geom M

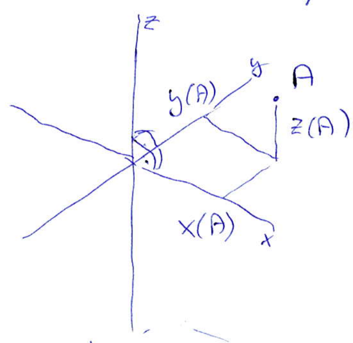
kartézská soustava v prostorové geometrii

soustava napnutá na kolmých osách se souř. danými vzdálenosti podél os

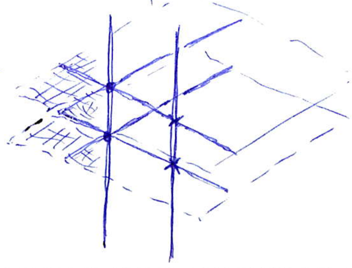
prostorová vzdálenost mezi body A, B dána „pythagor. vzorečkem“

$$vzd(A,B) = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

kde $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ jsou rozdíly souř. bodů A, B: ~~tzn~~ $\Delta x = x(A) - x(B)$ ...



pro zvolenou tuhou soustavu budeme v různých nadrovinách souč. volit stejnou kart. soust.
tj. souřadnice pozorovatele soustavy se v čase nemění



Inerciální soustavy

inerciální soustava (IS)

- tuhá soustava volných pozorovatelů
- časové souřadnice t dány synchronizovaným vlastním časem pozorovatelů soustavy
- prostorové souř. x,y,z dané volbou kartézské soustavy v prostorové geometrii (volenou stejně v různých časech)
- událost popsaná 4 souřadnicemi

  t, x, y, z

vztah inerciálních soustav

- inerciální soust. přizpůsobené afinní struktuře
- přímky odpovídají světočárám volných pozorov.

⇒ 1. Newtonův zákon

volný pozorovatel se vzhledem k IS pohybuje rovnoměrně přímočaře

= podle lineárních vztahů v inerc. souřadnicích

(přímky jsou popsané a lineárními rovnicemi)

⇒ transformace mezi inerc. souř. různých IS jsou lineární

- souvisí s homogenitou, isotropií a principem relativity
  - globální symetrie p-č.

  homogenita = všude stejné

  isotropie = ve všech směrech stejné

  princip rel. = nezávisí na "rychlosti"
- souvisí s existencí tuhé soust. volných pozorovatelů
- souvisí s možností zavést afinní strukturu p-č.

Poznámka o jednotkách času a vzdálenosti

původně vzdálenosti a časy chápány jako nezávislé veličiny
souvisí se škálou našeho běžného života
máme k dispozici preferovanou dostatečně dobře "tuhou", "inerciální" soustavu spojenou se Zemí
tyto si proměříme prost. geometrii a používáme čas hodin v klidu vůči Zemi
k dispozici pouze malé rychlosti (ve srovnání s max. signálem)
a také všechny relevantní soustavy se od soust. Země neliší v definici současnosti
proto nemusíme prostor vzdál. a časové úsek míchat
a lze je chápat a měřit nezávisle

v kontextu STR je vzdál. def. pomocí časového úseku
velikost rychlosti světla čistě konvencí

$$c = \frac{l\ [(\text{světelné})\ s]}{\tau\ [s]} = 1$$

- bezrozměrná jednotka dané definicí vzdálenosti

typické škály:
čas v laboratoři $\sim s$ $\quad 10^{9}$ ↓
rozměry laboratoře $\sim$ (světelné) ns
nepraktické (nano je příliš malé)
→ volba nové jednotky pro vzdálenost

1 stopa $= 10^{-9}$ (světelná) s $=$ 1 (svět) ns $\quad$ (1 ft = 1.02 ns)
ale stopy nemáme rádi, máme rádi metr

$$1\,m = \frac{1}{299\,792\,458}\ (\text{svět})\,s = 3.335640952 \cdot 10^{-9}\ (\text{svět})\,s$$

rychlost světla

$$c = 1\,\frac{(\text{svět})\,s}{s} = 299\,792\,458\ \frac{m}{s}$$

= rychlost max. signálu měřená jako $\frac{\text{vzdál. v m}}{\text{čas v s}}$

tj. bezrozměrná velikost c je $c = 1$
při "dobré/konvenční" volbě jednotek je $c = 299\,792\,458\ \frac{m}{s}$
protože $s = 299\,792\,458\ m$

volba jednotek inerc. souřadnic

t měřeno v s

x, y, z měřeno v m

zavedeme jednotné značení pro 4 souřadnice

$x^0 = ct$ čas měřený v m

$x^1 = x$

$x^2 = y$ prost. souř. měřené v m

$x^3 = z$

budeme používat řecké indexy pro souř. v p-č.

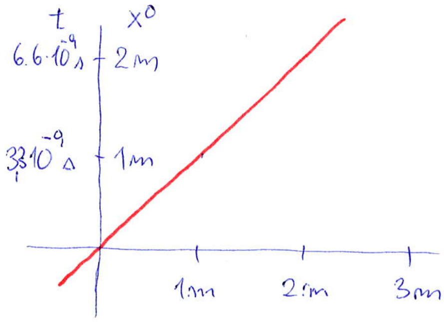
x^α $\alpha = 0,1,2,3$ p-č. souřadnice

x^i $i = 1,2,3$ prostorové souřadnice

škále diagramů

prostoročas

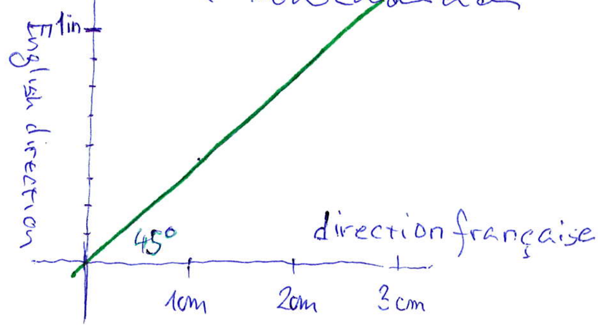
relativistické škálování



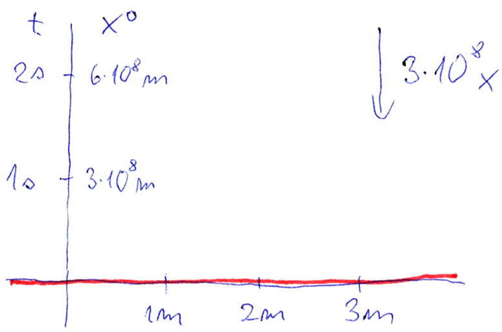
$ct = x^0$

ilustrativní analogie

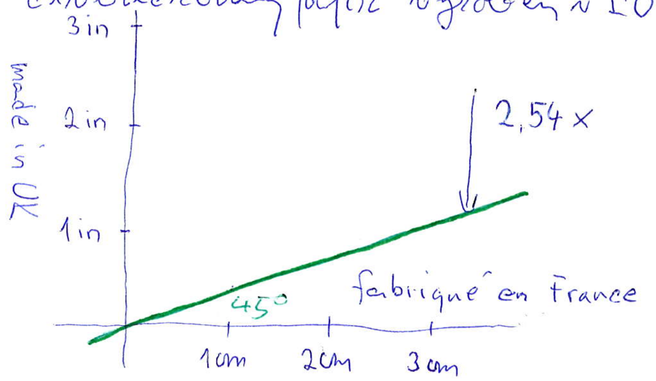
pravoúhlé osy měřené v "národních" souřadnicích



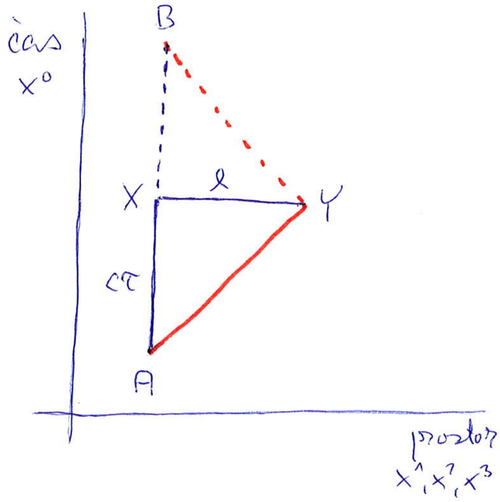
nerelativistické škálování



čtverečkovaný papír vyrobený v EU



Prostoročasový interval



rovnice pro světelný signál

dvě události A, Y spojené světelným signálem
(tj. volným maximálním signálem)

zvolená inerciální soustava

vzdálenost l vůči IS je dána
časovým intervalem τ letu
světelného signálu

$$l = c\tau$$

prostorová vzdálenost v kart. souř.

$$l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$$

kde $\Delta x^1 = x^1(Y) - x^1(A)$ rozdíl kart. souř. události Y, A

časová souřadnice

$$c\tau = \Delta x^0$$

kde $\Delta x^0 = x^0(Y) - x^0(A)$ rozdíl časové souř. události Y, A

rovnice pro světelný signál v inerciální soustavě

$$0 = -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$$

různé inerciální soustavy

ve všech inerciálních soustavách je světelný signál
popsán stejnou rovnicí!

prostoročasový interval dvou událostí

dvě libovolné události A, B

definujeme veličinu „kvadrát prostoročasového intervalu"
vzorcem ve zvolené inerciální soustavě

$$\Delta S^2(A,B) = -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$$

kde $\Delta x^\mu = x^\mu(A) - x^\mu(B)$ je definováno jako výše

dokážeme, že ΔS^2 nezávisí na zvolené inerciální soust.

tj. vzorec spočtený v libovolné IS dává vždy stejný výsledek

pro události spojené světelným signálem platí

$$\Delta S^2(A,B) = 0$$

důkaz invariantnosti prostoročasového intervalu

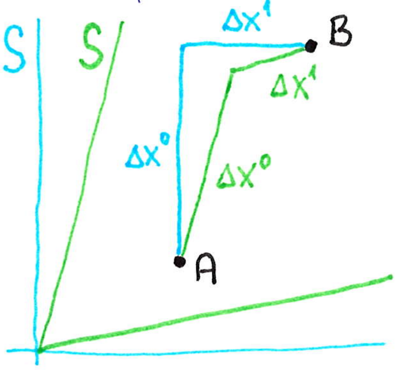
dvě inerciální soustavy S a S

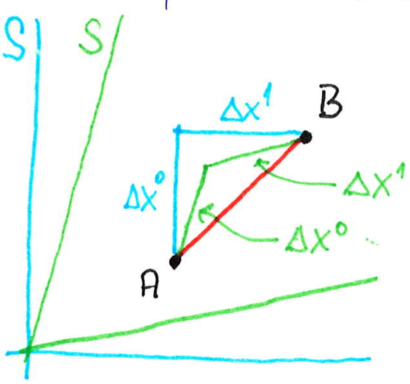
budeme je odlišovat barvou

při zápisu bez barev budeme používat čárky: $S \equiv S$ $S \equiv S'$

obecně položené události A, B

světelně položené události A, B





pro obě soustavy definujeme kvadratický polynom

$$P(\Delta x^\alpha) = -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$$

$$P(\Delta x^\alpha) = -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$$

události spojené světelným signálem jsou v obou IS charakterizované nulovostí těchto polynomů

A, B svět. položené $\Leftrightarrow$ $P(\Delta x^\alpha) = 0$ $\Leftrightarrow$ $P(\Delta x^\alpha) = 0$

inerciální souřadnice x^α a x^α jsou spojené lineárními vztahy

$$x^0 = L^0_0 x^0 + L^0_1 x^1 + L^0_2 x^2 + L^0_3 x^3 + P^0$$

$$x^1 = L^1_0 x^0 + L^1_1 x^1 + L^1_2 x^2 + L^1_3 x^3 + P^1 \quad \Rightarrow \quad \Delta x^\alpha(\Delta x^\mu)$$

$\vdots$ lineární

dosadíme-li tyto vztahy do $P(\Delta x^\alpha)$, dostaneme nějaký kvadratický polynom

$$\tilde{P}(\Delta x^\mu) = P(\Delta x^\alpha(\Delta x^\mu))$$

pro světelně položené události A, B platí:

$$P(\Delta x^\alpha) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{P}(\Delta x^\alpha) = 0$$

tj. kvadratické polynomy P, $\tilde{P}$ v argumentech Δx^α mají stejné kořeny $\Rightarrow$

$$P(\Delta x^\alpha) = \lambda \, \tilde{P}(\Delta x^\alpha)$$

kde λ je skalární koeficient závisející na vztahu $S \to S$

koeficient λ

uvážím-li

- symetrii obou inerc. soustav
- isotropii (nezávislost na směru)
- konzistenci při skládání transformací mezi IS
- stejné znaménko pro časupodobně položené události

lze ukázat

$\lambda = 1$

dostáváme tak

$$P(\Delta x^\alpha) = \tilde{P}(\Delta x^\alpha) = P(\Delta x^\alpha)$$

neboli, hodnoty $P(\Delta x^\alpha)$ a $P(\Delta x^\alpha)$ vyčíslené v různých inerciálních soustavách jsou stejné

kvadrát prostoročasového intervalu

$$\Delta s^2(A,B) =$$

$$= -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2 \qquad P(\Delta x^\alpha)$$

$$= -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2 \qquad P(\Delta x^\alpha)$$

odvození $\lambda = 1$

odvodili jsme, že při přechodu $S \to \tilde{S}$ platí

$$P(\Delta x^\alpha) = \lambda(S \to \tilde{S})\, \tilde{P}(\Delta x^\alpha) = \lambda(S \to \tilde{S})\, P(\Delta x^\alpha)$$

pro inverzní transformaci budeme mít

$$P(\Delta x^\alpha) = \lambda(\tilde{S} \to S)\, \tilde{P}(\Delta x^\alpha) = \lambda(\tilde{S} \to S)\, P(\Delta x^\alpha)$$

díky izometrii (nezávislosti na směru pohybu) musí být vztah $S \to \tilde{S}$ a $\tilde{S} \to S$ symetrický tj

$$\lambda(S \to \tilde{S}) = \lambda(\tilde{S} \to S) \equiv \lambda$$

složením transformací $S \to \tilde{S}$ a $\tilde{S} \to S$ dostaneme identitu, tj.

$$P(\Delta x^\alpha) = \lambda(S \to \tilde{S})\, P(\Delta x^\alpha) = \lambda(S \to \tilde{S})\, \lambda(\tilde{S} \to S)\, P(\Delta x^\alpha)$$

$\Downarrow$

$$1 = \lambda(S \to \tilde{S})\, \lambda(\tilde{S} \to S) = \lambda^2$$

jelikož $P(\Delta x^\alpha)$ a $P(\Delta x^\alpha)$ mají určovat kauzální strukturu pomocí stejných znamének např. pro časupodobné události dostaneme $\lambda > 0$, tj

$$\lambda = 1$$

prostoročasový interval

polynomy $P(\Delta x^\alpha)$ a $P(\Delta x^\alpha)$ definují stejnou veličinu pouze spočtenou v různých IS

nazýváme (kvadrát) prostoročasového intervalu

$$\Delta S^2(A,B) =$$

$$= -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2 \qquad P(\Delta x^\alpha)$$

$$= -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2 \qquad P(\Delta x^\alpha)$$

- platí pro libovolnou dvojici událostí A, B

$$\Delta x^\alpha = x^\alpha(B) - x^\alpha(A) \qquad \Delta x^\alpha = x^\alpha(B) - x^\alpha(A)$$

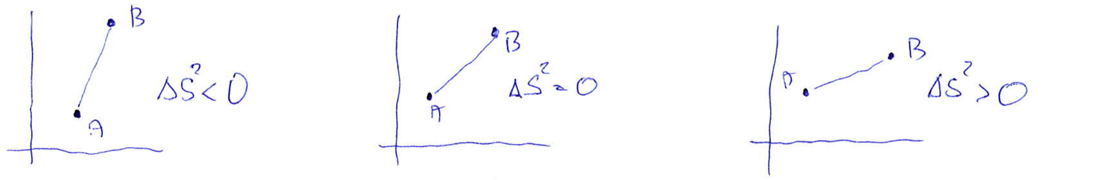
- pro světelně položené události A, B je ΔS^2 nulové

$\Delta S^2(A,B) = 0$ A, B sv. položené

- znaménko $\Delta S^2(A,B)$ určuje kauzální vztah A, B

$\Delta S^2(A,B) < 0$ A, B časupodobně položené

$\Delta S^2(A,B) > 0$ A, B prostorupodobně položené



časupodobné světelné prostorupodobné

prostoročasová geometrie

$$\Delta S^2 = -(\Delta x^0)^2 + (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2 = -c^2\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

(kvadr.) p.č. intervalu definuje (pseudo) geometrii p.č.

tzv. Minkowského geometrie

zobecnění euklidovské geometrie

- liší se znaménkem u časové souřadnice

(lze formálně sjednotit zavedením imaginární časové souřadnice → pouze v STR

není přirozené v OTR ⇒ nebudeme používat)