

---

## **Veličiny měřené z hlediska inerciální soustavy**

### **Rozštěpení prostoročasu na prostor a čas.**

Překlad z prostoročasového jazyka do jazyka prostoru a času.

### **Dilatace času.**

Časový interval mezi dvěma událostmi. Časový úsek vzhledem k soustavě.

Dilatace času, prostoročasové znázornění. Prostorová analogie.

### **Kontrakce délek.**

Velikost objektu. Vlastní délka tyče. Velikost vzhledem k soustavě. Kontrakce

délek, prostoročasové vyjádření. Prostorová analogie.

### **Skládání rychlostí.**

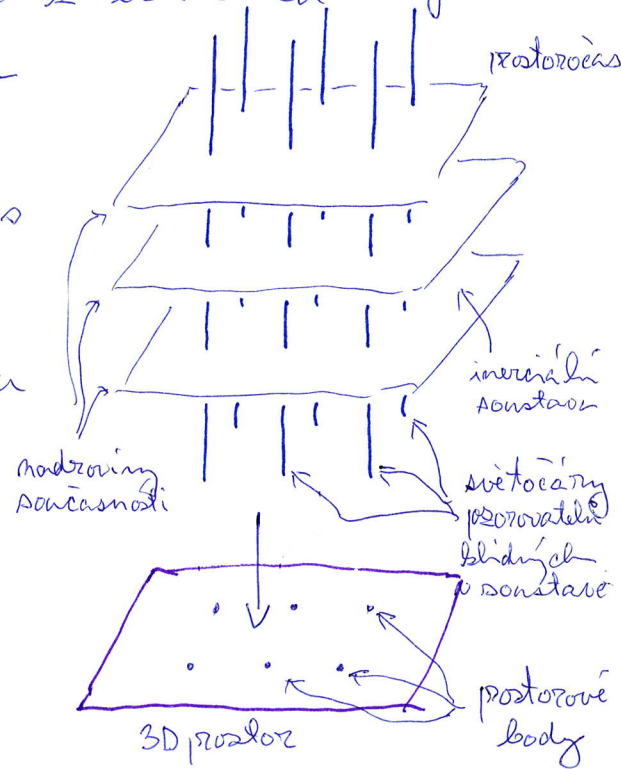
Rychlost a rapidita. Relativní rychlost dvou objektů. Skládání rapidit a rychlostí dvou inerciálních soustav. Složení dvou Lorentzových transformací. Rychlost světelného signálu vůči inerciálním soustavám.

# Rozštěpení prostorčasu na prostor a čas

žalý je vztah prostorčasového popisu k běžnému 3D formalismu?

k příkladu do 3D jazyka potřebujeme

- volbu inerciální soustavy
- identifikaci hladin současnosti s 3D prostorem
- projekci fyzikálních veličin na prostorovou složku a časovou osu



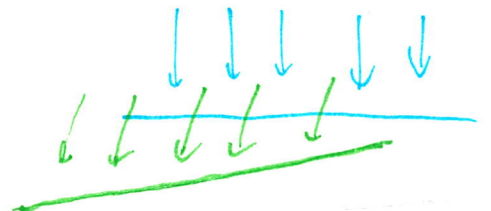
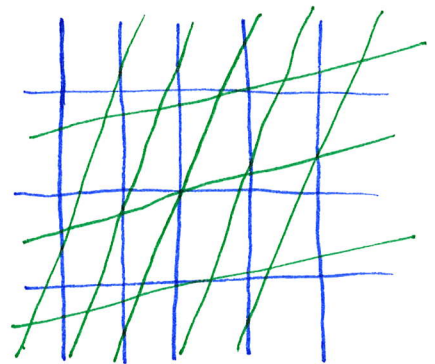
3D prostor lze chápat buď

- jako prostor získaný identifikací všech hladin současnosti (ve kterém běží čas jako nezávislý parametr)
- nebo jako přímo jednotlivé hladiny současnosti, které jsou v čase postupně probíhající

3D veličiny lze v prostorčase definovat často s jím odhalen na zvolenou inerciální soustavu jedná se o veličiny "vůči" soustavě

volba jiné inerciální soustavy vede k jinému rozštěpení prostorčasu na prostor a čas.

- jiné hladiny současnosti
- jiné identifikace, co je světová "klidná" bodu



# Dilatace času

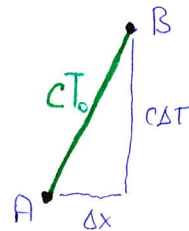
otázka: jak dlouho po sobě se odehrály dvě časupodobně položené události A, B

invariantní  $\tau$ -č odpovídá  $T_0$

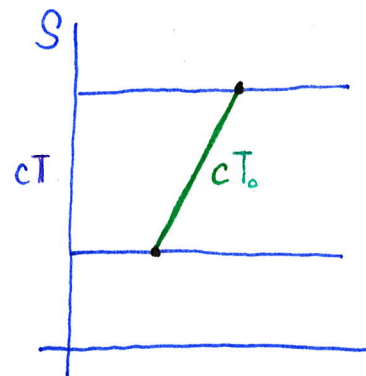
"časová vzdálenost" mezi A a B

$$c^2 T_0^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2$$

odpovídá vlastním času pozorovatele v soustavě, kde se události staly souměrně (tj.  $\Delta x = 0$ )



odpověď vůči inerciální soustavě  
událost A se stala v jedné soustavě, událost B v jiné době  $T = \Delta t$  mezi nimi je čas inerciální soustavy mezi těmito nadrovinami současnosti



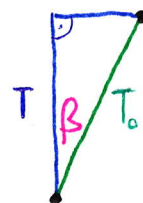
vztah mezi  $T_0$  a  $T$

$$\frac{T}{T_0} = \cosh \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \frac{v}{c} = \tanh \beta$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

↑ vlastní čas v klid. soustavě  
↑ souřadnicový čas

$$\cosh \beta \geq 1 \Rightarrow T \geq T_0$$



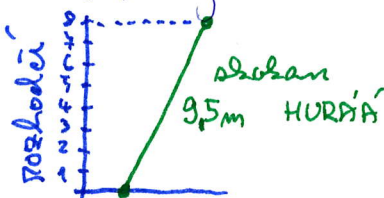
"zpomalování" hodin - zavádějící!!

jestliže pozorovatel letící mezi událostmi A, B naměří méně času  $\tau$  než hodiny soust. nabízející, že hodiny pozorovatele se "zpomalují"

• není pravda!

hodiny pozorovatele i soustavy jsou stejně "dobře" běžící podle stejného "rytmu" fyzikálních dějů měří ale jiné časové úseky v  $\tau$ -č

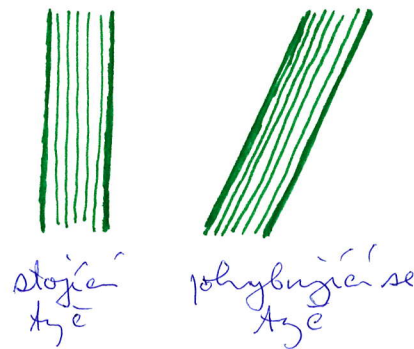
euklidovská analogie - šlo do dálky  
šokan cítí, že šlo víc než mu naměřili rozhodci



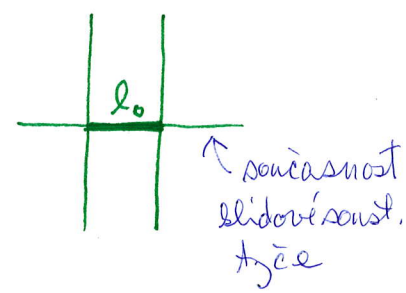
# Kontrakce délek

otázka: jaké je vzdálenost mezi konci pohybující se tyče

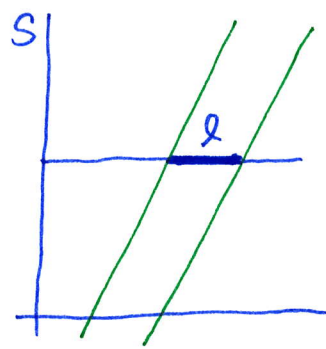
- 10/10 tyče:
- sleduje se  $\Rightarrow$  vůči sobě nepohybující části
  - v prostorově vztáhném 2D světovém sledování se lze světově jednotlivých částí



délka tyče - invariantní odpověď -  $l_0$   
 = nejvýše charakterizace světového tyče bez odrazu má nějaký "úhel pohledu"  
 = délka v klidové soustavě tyče  
 = vzdálenost mezi událostmi na koncích tyče, které se staly současně v klidové soustavě tyče  
 klidová délka  $l_0$



délka tyče vůči soustavě -  $l$   
 inerciální soustava, vůči níž se tyč pohybuje  
 pozorovatelé soustavy zaznamenají údaje o poloze tyče ve stejný (P) časový okamžik soustavy  
 délka tyče vůči soustavě  $l$  je pak vzdálenost konců tyče ve stejný okamžik soustavy



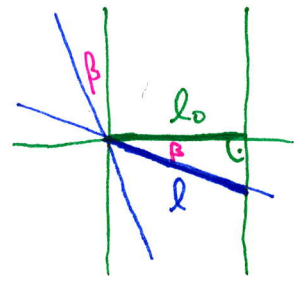
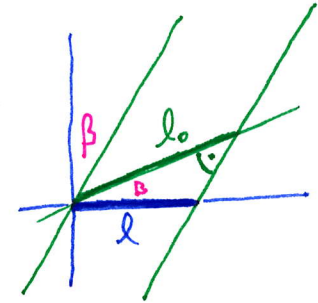
vztah  $l_0$  a  $l$

$$\frac{l_0}{l} = \cosh \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \frac{v}{c} = \tanh \beta$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

klidová délka tyče  
 ↑ délka vůči soustavě

$$\cosh \beta \geq 1 \Rightarrow l \leq l_0$$



"zkracování" délky - zavádějící !!

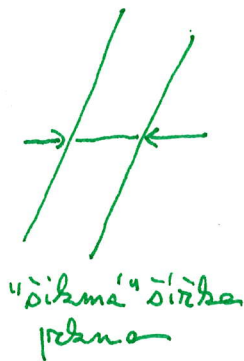
nedochází k žádnému "zmačknutí" tyče díky  
největší síle, tyče se "neformuje"

jiná délka pouze reflektuje, že v soustavě S se  
měří jiná veličina než v klidové soustavě tyče  
délka tyče  $l$  v soustavě  $S'$  se vyvíjí v vztahu  
tyče a soustavy ("stlácení" tyče vůči soustavě)

euklidovské analogie - sířka prkna

sířka prkna je přirozeně měřena  
kolmo na hranu prkna

měly ale potřebujeme "sířku"  
mávaného prkna (např. pokud  
chceme rozříznout díkmo dřevu)



# Skládání rychlostí

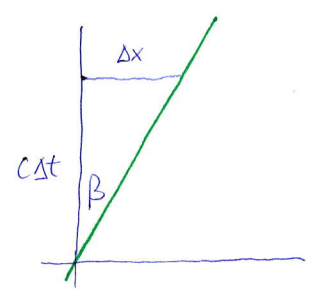
prozatím pouze pohyb v jednom směru

co je to rychlost v jazyce prostorocasu?

- definujeme "rychlost vůči inerciální soustavě"

$$\text{rychlost vůči IS} = \frac{\text{vzdálenost v IS}}{\text{čas v IS}}$$

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = c \tanh \beta$$

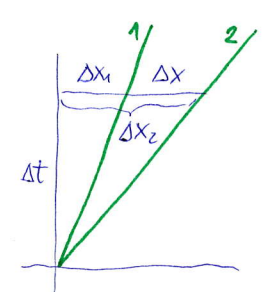
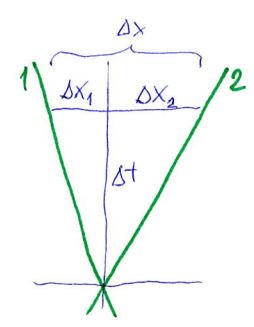


$$\text{relativní rychlost dvou objektů v IS} = \frac{\text{vzdálenost objektů v IS}}{\text{čas v IS}}$$

$$V_{\text{rel}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\Delta t} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} - \frac{\Delta x_1}{\Delta t}$$

⇓

$$V_{\text{rel}} = V_2 - V_1$$



běžné nerelativistické sledění rychlostí

platí i v STR pro relativní rychlost charakterizuje jak se mění vzdálenost objektů 1 a 2 v inerciální soustavě většinou však řešíme jinnou úlohu!

relativistické sledění rychlostí

$$V_{12} = \text{rychlost IS } S_2 \text{ vůči IS } S_1$$

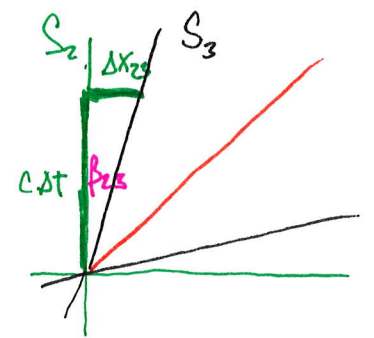
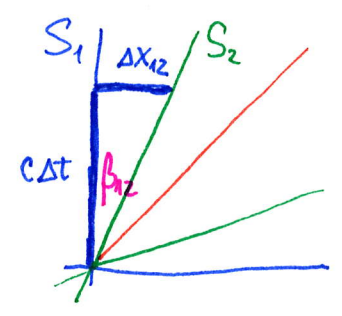
$$= \frac{\text{vzdálenost měřená v } S_1 \text{ vážená počátkem } S_2}{\text{čas v } S_1}$$

$$= \frac{\Delta x_{12}}{\Delta t} = c \tanh \beta_{12}$$

$$V_{23} = \text{rychlost IS } S_3 \text{ vůči IS } S_2$$

$$= \frac{\text{vzdálenost měřená v } S_2 \text{ vážená počátkem } S_3}{\text{čas v } S_2}$$

$$= \frac{\Delta x_{23}}{\Delta t} = c \tanh \beta_{23}$$



Zajímavé máo

$$V_{13} = \text{rychlost IS } S_3 \text{ vůči IS } S_1$$

$$= \frac{\text{vzdálenost měřena v } S_1 \text{ vážena počítka } S_3}{\text{čas v } S_1}$$

neplatí

$$\Delta X_{13} \neq \Delta X_{12} + \Delta X_{23} \Downarrow$$

$$V_{13} \neq V_{12} + V_{23}$$

rychlost  $V_{23}$  je definována vůči jiné soustavě ( $S_2$ ) než rychlosti  $V_{12}$  a  $V_{13}$  proto nelze skládat  $V_{12}$  a  $V_{23}$

lze skládat rapiditu

rapidita = délka oblouku jednotkové pseudokružnice

$\beta_{12}$  = délka oblouku mezi čas. osou  $S_1$  a  $S_2$

$\beta_{23}$  = délka oblouku mezi čas. osou  $S_2$  a  $S_3$

$\beta_{13}$  = délka oblouku mezi čas. osou  $S_1$  a  $S_3$

↓

$$\beta_{13} = \beta_{12} + \beta_{23}$$

vztah k rychlosti  $\frac{v}{c} = \text{th } \beta$

$$V_{13} = c \text{th}(\beta_{12} + \beta_{23}) = \frac{c \text{th} \beta_{12} + c \text{th} \beta_{23}}{1 + \text{th} \beta_{12} \text{th} \beta_{23}} = \frac{V_{12} + V_{23}}{1 + \frac{V_{12} V_{23}}{c^2}}$$

skládání rapidity lze ověřit složením Lorentz. transf. mezi soustavami  $S_1-S_2$  a  $S_2-S_3$

$$x^{0'} = \text{ch} \beta_{12} x^0 - \text{sh} \beta_{12} x^1$$

$$x^{0''} = \text{ch} \beta_{23} x^{0'} - \text{sh} \beta_{23} x^{1'}$$

$$x^{1'} = -\text{sh} \beta_{12} x^0 + \text{ch} \beta_{12} x^1$$

$$x^{1''} = -\text{sh} \beta_{23} x^{0'} + \text{ch} \beta_{23} x^{1'}$$

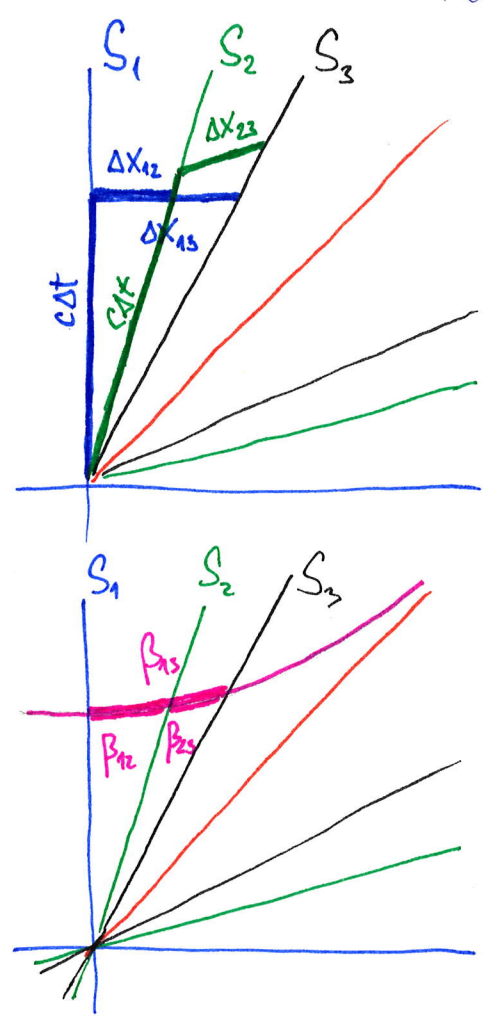
↓

$$x^{0''} = \text{ch} \beta_{23} \text{ch} \beta_{12} x^0 - \text{ch} \beta_{23} \text{sh} \beta_{12} x^1 + \text{sh} \beta_{23} \text{sh} \beta_{12} x^0 - \text{sh} \beta_{23} \text{ch} \beta_{12} x^1 =$$

$$= \text{ch}(\beta_{12} + \beta_{23}) x^0 - \text{sh}(\beta_{12} + \beta_{23}) x^1 = \text{ch} \beta_{13} x^0 - \text{sh} \beta_{13} x^1$$

$$x^{1''} = -\text{sh} \beta_{23} \text{ch} \beta_{12} x^0 + \text{sh} \beta_{23} \text{sh} \beta_{12} x^1 - \text{ch} \beta_{23} \text{sh} \beta_{12} x^0 + \text{ch} \beta_{23} \text{ch} \beta_{12} x^1 =$$

$$= -\text{sh}(\beta_{12} + \beta_{23}) x^0 + \text{ch}(\beta_{12} + \beta_{23}) x^1 = -\text{sh} \beta_{13} x^0 + \text{ch} \beta_{13} x^1$$



vlastnosti relativistického skládání rychlostí

$$1) \quad v_{12}, v_{23} < c \quad \Rightarrow \quad v_{13} < c$$

2)  $v_{23}$  může být rychlost libovolného objektu vůči  $S_2$  ne nutně inerciální soustavě  
mají. též rychlost světelného signálu, tj

$$v_{23} = c$$

⇓

$$v_{13} = \frac{v_{12} + c}{1 + \frac{v_{12}}{c}} = c$$

světelný signál má stejnou rychlost ve všech IS

3) asociativita

$$(v_{12} \oplus v_{23}) \oplus v_{34} = v_{12} \oplus (v_{23} \oplus v_{34})$$

plyne ze skládání rapidit

komutativita

$$v_1 \oplus v_2 = v_2 \oplus v_1$$

inverze

$$v \oplus (-v) = 0$$

Pozn: inerc. soustava lze spojit pouze s podsvětelným pozorovatelem, tj, rychlost jedné IS vůči druhé IS musí být menší než  $c$