Popis světočáry, relativistické efekty a “paradoxy”

Popis světočáry částice.

Světočára, tečný vektor. Hmotné a “nulové” částice. Světočáry volných částic.

Světočára hmotné částice.

Vlastní čas, 4-rychlost, 4-zrychlení. Rozštěpení 4-rychlosti, 3-rychlost.
Rozštěpení 4-zrychlení, 3-zrychlení, význam velikosti 4-zrychlení.

Hyperbolický pohyb.

Pohyb po pseudokružnici - 4-rychlost a 4-zrychlení, vlastní čas.

Paradox dvojčat.

Závislost vlastního času na světočáře. Reálnost efektu, neekvivalence různých světočar. Euklidovská analogie. Model konstantní rychlosti. Model konstantního zrychlení. Příklad “cesty ke hvězdám”.

Kruhový pohyb.

Pohyb po kružnici - 4-rychlost a 4-zrychlení, vlastní čas. Paradox dvojčat na příkladu mionového urychlovače.

Relativistické efekty a “paradoxy”.

Rozpad mionu v atmosféře - dilatace času v praxi. Dlouhé auto v krátké garáži. Relativistický rytířský souboj. Urychlování vlaku.

Popis světočáry částice

Světočára

- trajektorie v prostoročase
- historie pohybujícího objektu zanedbatelné velikosti
- popsané parametrizovanou křivkou v prostoročase

$Z(\alpha)$ $\qquad Z : \mathbb{R} \to M$

α libovolný parametr číslující posloupnost událostí na světočáře → nefyzikální parametrizace

- souřadnicový popis

$x^\mu(Z(\alpha)) = x^\mu(\alpha)$ ← pokud nemůže dojít k nedorozumění

Tečný vektor

$$u = \frac{DZ}{d\alpha} \qquad u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\alpha}$$

Kauzální charakter světočáry

charakter světočáry určuje typ popisovaného objektu

1) reálné hmotné částice = částice nenulové klidové hmotnosti
⇔ časupodobná světočára ⇔ $u^2 < 0$ všude

2) nulové (světelné) částice = částice nulové klidové hmotnosti
⇔ světelná světočára ⇔ $u^2 = 0$ všude

3) tachyony = (neexistující) částice pohybující se rychleji než maximální signál
⇔ prostorupodobné světočáry ⇔ $u^2 > 0$ všude

bez interakce (typu srážky, rozpadu, spojení) nemůže částice změnit svůj charakter

hmotné částice se nemohou urychlit na rychlost světla a stát se z nich nulové částice

Volný pohyb

volně pohybující částice jsou popsané přímkou s afinní parametrizací
tj. tečný vektor je konstantní $\quad u = \text{konst}$

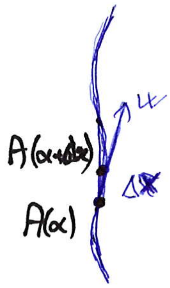
Světočára hmotné částice

popisuje historii podsvětelně pohybujícího objektu

Vlastní čas

mějme světočáru $Z(\alpha)$ s tečným vektorem $\mathbf{w}$

vlastní čas dvou blízkých událostí



$$\Delta\tau = \sqrt{-\frac{1}{c^2}\Delta s^2} \qquad \Delta s^2(A(\alpha), A(\alpha+\Delta\alpha))$$

$$= \frac{1}{c}\sqrt{-\eta_{\alpha\beta}\Delta x^\alpha \Delta x^\beta} \qquad = \eta(\Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{x})$$

$$\Delta \mathbf{x} = A(\alpha+\Delta\alpha) - A(\alpha)$$

$$= \frac{1}{c}\sqrt{-\eta_{\alpha\beta} w^\alpha w^\beta}\,\Delta\alpha \qquad = \mathbf{w}\,\Delta\alpha$$

velmi malý interval $d\alpha$

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\eta_{\alpha\beta} w^\alpha w^\beta}\,d\alpha$$

konečný úsek světočáry

$$\Delta\tau = \int d\tau = \frac{1}{c}\int \sqrt{-\eta_{\alpha\beta} w^\alpha w^\beta}\,d\alpha$$

Parametrizace pomocí vlastního času

zvolíme vlastní čas τ jako parametr světočáry

$$Z(\alpha) \rightarrow Z(\tau) \qquad \mathbf{w} = \frac{DZ}{d\alpha} \rightarrow \mathbf{u} = \frac{DZ}{d\tau} \qquad u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

4-rychlost

tečný vektor $\mathbf{u}$ v této parametrizaci nazýváme 4-rychlost

normalizace 4-rychlosti

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta}\,d\tau \qquad \leftarrow \text{viz výše}$$

$$\Downarrow$$

$$\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = -c^2$$

- kvadrát normy je konstantní ($\Rightarrow$ vlastní čas)
- kvadrát normy je záporný (časupodobná světočára)

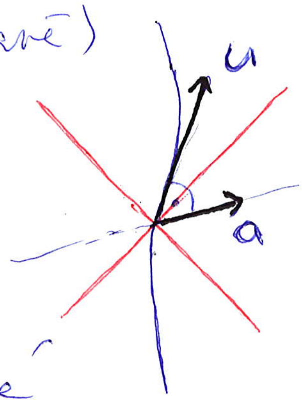
4-zrychlení

změna 4-rychlosti ve vlastním čase

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}(u^\alpha \mathbf{e}_\alpha) = \frac{du^\alpha}{d\tau}\mathbf{e}_\alpha$$

↑ v inerc. soust. konstantní!

$$a^\alpha = \frac{du^\alpha}{d\tau} = \frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2}$$ (pouze v inerc. soustavě)



vztah 4-rychlosti a 4-zrychlení

$$u^\mu u^\nu \eta_{\mu\nu} = -c^2 \qquad \Big/ \frac{d}{d\tau}$$

$\Downarrow$

$$a^\mu u^\nu \eta_{\mu\nu} = 0$$

$\Downarrow$

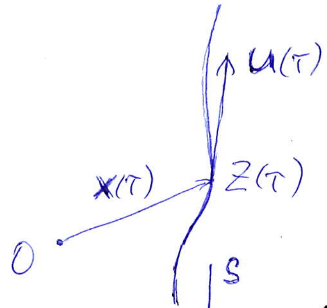
$\mathbf{a}$ a $\mathbf{u}$ jsou prostoročasově kolmé

$\mathbf{u}$ - časupodobné $\quad \mathbf{u}^2 = -c^2 < 0$

$\mathbf{a}$ - prostorupodobné $\quad \mathbf{a}^2 > 0$

3+1 rozštěpení 4-rychlosti

každý 4-vektor můžeme vzhledem ke zvolené inerc. soust S má časovou a prostorovou část



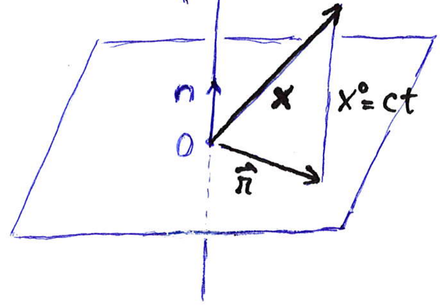
světočára

$$Z(\tau) \qquad x^\mu(\tau) = x^\mu(Z(\tau))$$

průvodič

$$\mathbf{x}(\tau) = Z(\tau) - O$$

$$\mathbf{x}(\tau) = x^0\mathbf{n} + \vec{r} = \begin{bmatrix} ct \\ \vec{r} \end{bmatrix}$$



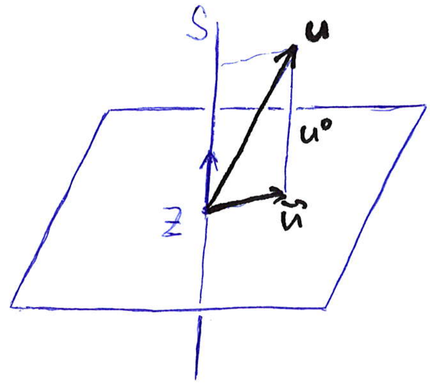
pro 3-průvodič používáme běžně $\vec{r}$ místo $\vec{x}$

4-rychlost

$$\mathbf{u} = u^0\mathbf{n} + \vec{u} = \begin{bmatrix} u^0 \\ \vec{u} \end{bmatrix}$$

$$u^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = c\,\frac{dt}{d\tau} \quad \text{- vztah } t \text{ a } \tau$$

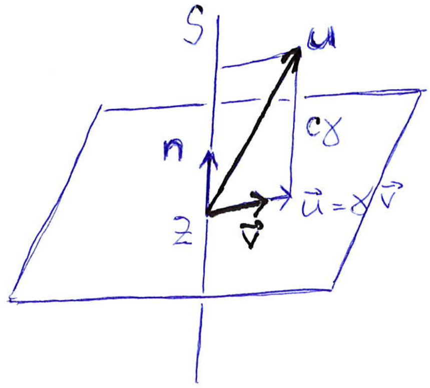
$$\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{d\tau} \quad \text{tj} \quad u^k = \frac{dx^k}{d\tau}$$



jak $\vec{u}$ souvisí s běžným pojmem 3-rychlosti $\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad v^k = \frac{dx^k}{dt} \qquad \vec{v} = v\,\vec{e}_\parallel$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\frac{d\vec{r}}{d\tau}}{\frac{dt}{d\tau}} = \frac{\vec{u}}{u^0/c} = \frac{c}{u^0}\vec{u}$$



$$\Rightarrow \vec{u} = u^0\frac{\vec{v}}{c} \quad \text{tj } \vec{u} \text{ není přímo 3-rychlost } \vec{v}$$

normalizace 4-rychlosti ⇒

$$-c^2 = -(u^0)^2 + \vec{u}^2 = -(u^0)^2 + (u^0)^2\frac{v^2}{c^2} = -(u^0)^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Rightarrow u^0 = \frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma c = c\,\mathrm{ch}\beta \qquad \vec{u} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\vec{v} = c\,\mathrm{sh}\beta\,\vec{e}_\parallel$$

$$\mathbf{u} = \gamma(c\mathbf{n} + \vec{v}) = \begin{bmatrix} \gamma c \\ \gamma\vec{v} \end{bmatrix} = \gamma\begin{bmatrix} c \\ \vec{v} \end{bmatrix}$$

3+1 rozštěpení 4-zrychlení

4-zrychlení

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau} = a^0\mathbf{n} + \vec{a} = \begin{bmatrix} a^0 \\ \vec{a} \end{bmatrix}$$

jaký je vztah $\vec{a}$ k 3-zrychlení $\vec{A}$

$$\vec{A} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

máme

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \gamma c \\ \gamma\vec{v} \end{bmatrix} \Rightarrow \quad a^0 = \frac{d}{d\tau}\gamma c = \frac{d}{d\tau}\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{1}{2}\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}^3}(-2)\frac{\vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{d\tau}}{c^2} = \frac{1}{c}\gamma^3\frac{dt}{d\tau}\vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\Downarrow$

$$= \frac{1}{c}\gamma^4\,\vec{v}\cdot\vec{A} \qquad \text{s užitím } \frac{dt}{d\tau} = \gamma = \frac{u^0}{c}$$

$$\vec{a} = \frac{d\gamma\vec{v}}{d\tau} = \gamma\frac{dt}{d\tau}\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\gamma}{d\tau}\vec{v} = \gamma^2\vec{A} + \frac{1}{c^2}\gamma^4(\vec{v}\cdot\vec{A})\vec{v}$$

$$= \gamma^2\left(A_\parallel + \gamma^2\frac{v^2}{c^2}A_\parallel\right)\vec{e}_\parallel + \gamma^2\vec{A}_\perp = \gamma^4 A_\parallel\vec{e}_\parallel + \gamma^2\vec{A}_\perp$$

$$\mathbf{a} = \begin{array}{c} 0 \\ \parallel \\ \perp \end{array}\begin{bmatrix} \frac{v}{c}\gamma^4 A_\parallel \\ \gamma^4 A_\parallel \\ \gamma^2\vec{A}_\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v}{c}\gamma^4 A_\parallel \\ \gamma^4 A_\parallel\vec{e}_\parallel + \gamma^2\vec{A}_\perp \end{bmatrix} \qquad \text{kde} \quad \begin{aligned} A_\parallel &= \vec{A}\cdot\vec{e}_\parallel \\ \vec{A}_\perp &= \vec{A} - A_\parallel\vec{e}_\parallel \end{aligned}$$

pro pohyb v jednom směru (1+1 dimenze)

$$A_\parallel = A \quad \vec{A}_\perp = 0 \qquad \mathbf{a} = \frac{1}{c}\gamma^4 A\begin{bmatrix} v \\ c \end{bmatrix} \qquad \mathbf{u} = \gamma\begin{bmatrix} c \\ v \end{bmatrix}$$

velikost 4-zrychlení

$$a^2 = -\frac{v^2}{c^2}\gamma^8 A_\parallel^2 + \gamma^8 A_\parallel^2 + \gamma^4 A_\perp^2 = \gamma^6 A_\parallel^2 + \gamma^4 A_\perp^2 \Rightarrow a = \gamma^2\sqrt{\gamma^2 A_\parallel^2 + A_\perp^2}$$

závislost na soustavě

$\mathbf{u}, \mathbf{a}, a$ nezávisí na volbě S

$\vec{v}, v, \gamma, \vec{A}, A_\parallel, \vec{A}_\perp$ závisí na volbě soustavy S

klidová soustava tělesa S_0

$\mathbf{u} = c\mathbf{n}_0 \quad \vec{v}_0 = 0 \quad \gamma_0 = 1$

4-zrychlení $\mathbf{a}$ kolmé na $\mathbf{u}$ $\Rightarrow$ nemá časovou složku

$$\mathbf{u} = c\mathbf{n}_0 = \begin{bmatrix} c \\ \vec{0} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{A}_0 \end{bmatrix} \qquad a = A_0 = |\vec{A}_0|$$

$\Downarrow$ velikost 4-zrychlení a má význam velikosti 3-zrychlení A_0 v klidové soustavě S_0

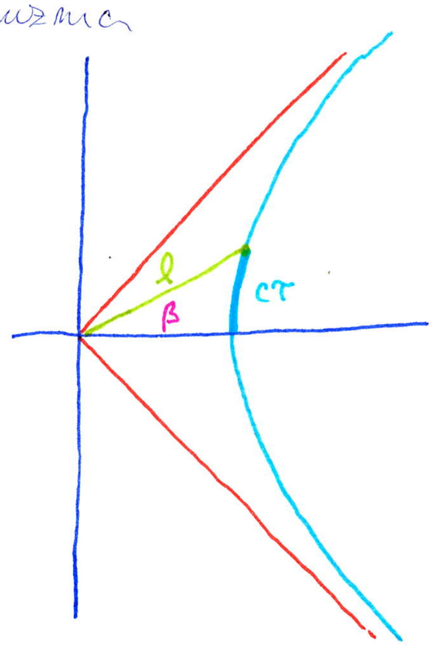
Hyperbolický pohyb

světočára dána časupodobnou pseudokružnicí

rovnice světočáry

$$-c^2t^2 + x^2 = l^2$$

světočára parametrizovaná pomocí β



$$x^0 = ct = l\,\mathrm{sh}\,\beta$$
$$x^1 = x = l\,\mathrm{ch}\,\beta$$

tečný vektor

$$w^0 = \frac{dx^0}{d\beta} = l\,\mathrm{ch}\,\beta$$
$$w^1 = \frac{dx^1}{d\beta} = l\,\mathrm{sh}\,\beta$$

vlastní čas

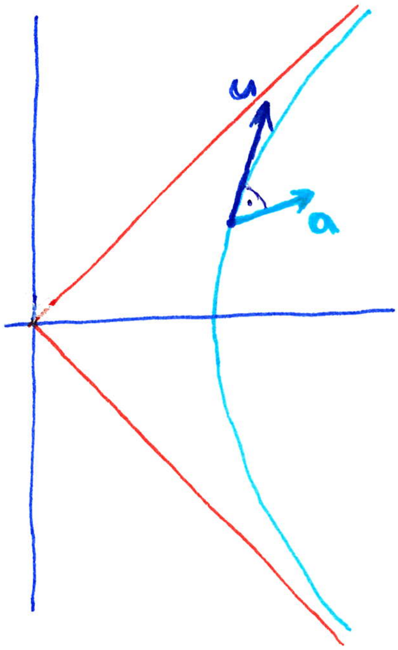
$$c\,d\tau = \sqrt{-\eta_{\alpha\beta}\, w^\alpha w^\beta}\; d\beta = \sqrt{l^2\mathrm{ch}^2\beta - l^2\mathrm{sh}^2\beta}\; d\beta = l\, d\beta$$

$$c\tau = l\beta$$

$$\beta = \frac{c\tau}{l} = \frac{\text{oblouk}}{\text{poloměr}} = \text{pseudoúhel}$$

parametrizace vlastním časem

$$x^0 = ct = l\,\mathrm{sh}\,\frac{c\tau}{l}$$
$$x^1 = x = l\,\mathrm{ch}\,\frac{c\tau}{l}$$



4-rychlost

$$u^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = c\,\mathrm{ch}\,\frac{c\tau}{l}$$
$$u^1 = \frac{dx^1}{d\tau} = c\,\mathrm{sh}\,\frac{c\tau}{l}$$

$$u^\mu u^\nu \eta_{\mu\nu} = -c^2$$

3-rychlost

$$\mathbf{u} = \begin{vmatrix} u^0 \\ u^1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} c\gamma \\ \gamma v \end{bmatrix} \qquad \gamma = \mathrm{ch}\,\frac{c\tau}{l} \qquad v = c\,\mathrm{th}\,\frac{c\tau}{l}$$

4-zrychlení

$$a^0 = \frac{du^0}{d\tau} = \frac{c^2}{l}\,\mathrm{sh}\,\frac{c\tau}{l} = a\,\mathrm{sh}\,\frac{a\tau}{c}$$
$$a^1 = \frac{du^1}{d\tau} = \frac{c^2}{l}\,\mathrm{ch}\,\frac{c\tau}{l} = a\,\mathrm{ch}\,\frac{a\tau}{c}$$

$$a = \sqrt{a^2} = \sqrt{a^\mu a^\nu \eta_{\mu\nu}} = \frac{c^2}{l}$$
$$a^\mu u^\nu \eta_{\mu\nu} = 0$$

3-zrychlení

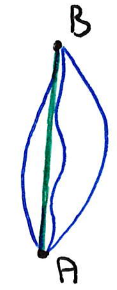
$$\mathbf{a} = \begin{vmatrix} a^0 \\ a^1 \end{vmatrix} = \gamma^3 A \begin{bmatrix} \gamma\frac{v}{c} \\ \gamma \end{bmatrix} \qquad A = \gamma^{-3} a = \frac{c^2}{l}\,\mathrm{ch}^{-3}\frac{c\tau}{l} = a\,\mathrm{ch}^{-3}\frac{a\tau}{c}$$

Paradox dvojčat

podél každé světočáry plyne "vlastní čas" určující "rytmus" všech fyzikálních, chemických, biologických i psycholog. jevů
pomocí tohoto času jsme vybudovali Minkowského geometrii
nyní budeme zpětně pomocí Minkowského geometrie počítat čas = "časovou délku" světočar

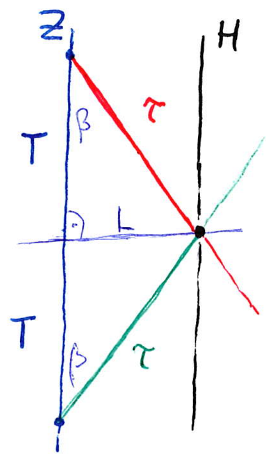
vlastní čas

$$c\tau = \int \sqrt{w^\mu w^\nu \eta_{\mu\nu}}\, d\alpha = \int d\tau$$



různé světočáry spojující dvě události nemusejí mít stejnou délku
extrémální čas se nabývá podél přímé světočáry
jedná se o maximální čas
jedná se o volného pozorovatele

příklad lodi letící ke hvězdě a zpět
pozorovatel na Zemi Z
- aproximujeme volným pozorovatelem

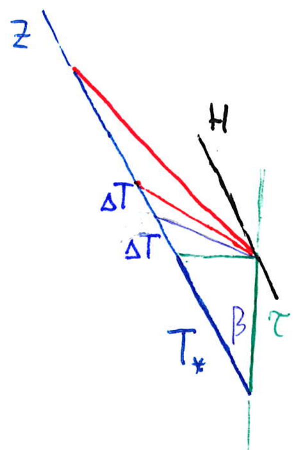


A) pozorovatel na lodi
- cesta tam konstantní rychlostí
- cesta zpět též konst. rychlostí

1) popis z hlediska Země
dilatace času (pro cestu tam i zpět)

$$T = \tau \,\mathrm{ch}\,\beta = \frac{\tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$\Downarrow$ čas na Zemi $= 2T = \gamma$ (čas na lodi)
čas na lodi $= 2\tau$



2) popis z hlediska lodě
pohyb "tam"

$$\tau = T_* \,\mathrm{ch}\,\beta = \frac{T_*}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

pohyb "zpět"

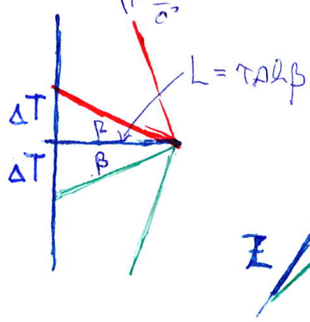
$$\tau = T_* \,\mathrm{ch}\,\beta = \frac{T_*}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

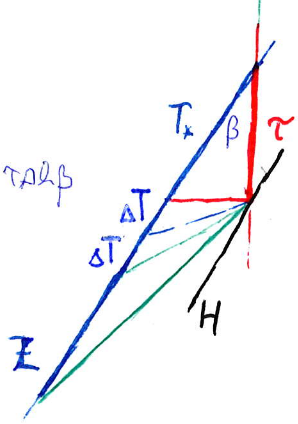
$$\Delta T = L \,\mathrm{th}\,\beta = \tau \frac{\mathrm{sh}^2\beta}{\mathrm{ch}\,\beta}$$

čas na Zemi $= T_* + T_* + \Delta T + \Delta T$

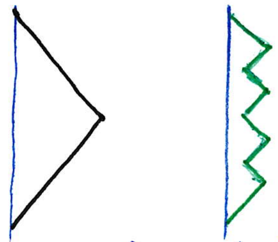
$$= \frac{2\tau}{\mathrm{ch}\,\beta} + 2\tau \frac{\mathrm{sh}^2\beta}{\mathrm{ch}\,\beta} = 2\tau \,\mathrm{ch}\,\beta$$

čas na lodi $= 2\tau$





"Co" způsobuje dilataci? resp. různé časy
- příčinou je odlišné světočáry
- čas závisí na dráze
- vliv rychlosti a zrychlení je jen zprostředkovaný
  nezáleží na "množství" zrychlení, ale i na jeho orientaci



stejný vlastní čas
různé zrychlení

euklidovské analogie

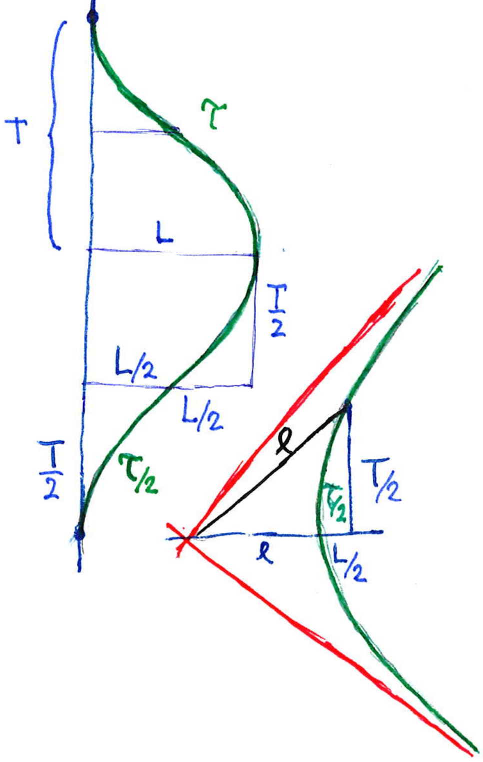
...

B) pozorovatel na lodi aproximován rovnoměrně zrychleným pohybem
viz hyperbolický pohyb

$$c\frac{T}{2} = ct = l\,\mathrm{sh}\frac{c\tau}{l2} = \frac{c^2}{a}\mathrm{sh}\frac{a\tau}{c2}$$

$$\frac{L}{2}+l = x = l\,\mathrm{ch}\frac{c\tau}{l2} = \frac{c^2}{a}\mathrm{ch}\frac{a\tau}{2c}$$

$$a=\frac{c^2}{l} \qquad \frac{L}{2}=\frac{c^2}{a}\left(\mathrm{ch}\frac{a\tau}{2c}-1\right)$$



vyjádříme pomocí L v jednotkách a:

$a\approx g \Rightarrow \frac{c^2}{a}=1\,\text{sv.r.} \qquad \frac{c}{a}=1\,\text{r}$

$\bar{L}=\frac{L}{c^2/a}$ vzdálenost ve sv.r.

$\bar{T}=\frac{T}{c/a} \qquad \bar{\tau}=\frac{\tau}{c/a}$ čas v rocích

$\Downarrow$

$$\bar{\tau} = 2\,\mathrm{arcch}\left(\frac{\bar{L}}{2}+1\right) \approx 2\log\bar{L}+\frac{4}{\bar{L}}+O\left(\frac{1}{\bar{L}^2}\right)$$

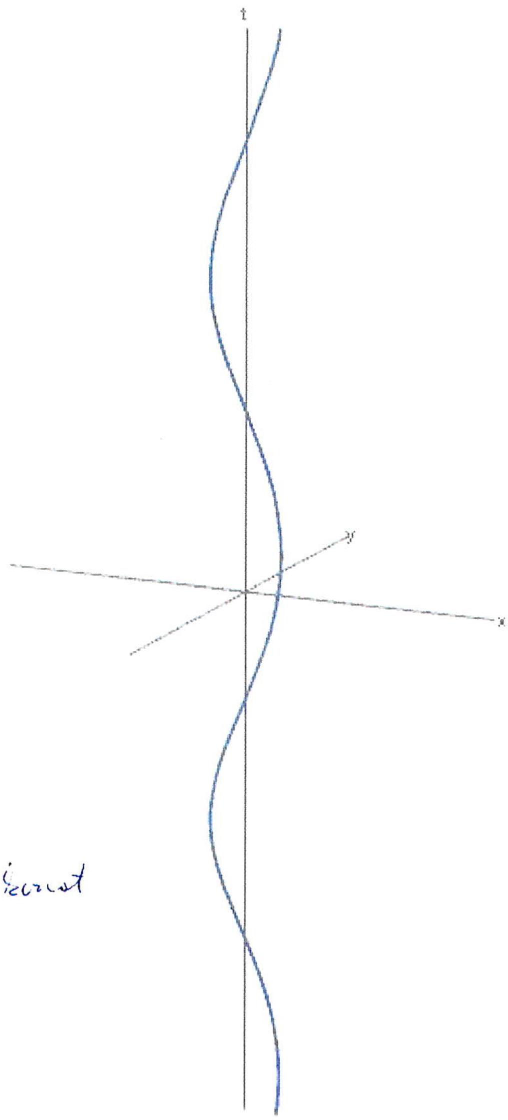
$$\bar{T} = 2\,\mathrm{sh}\frac{\bar{\tau}}{2} = \bar{L}\sqrt{1+\frac{4}{\bar{L}}} \approx \bar{L}+2-\frac{2}{\bar{L}}+O\left(\frac{1}{\bar{L}^2}\right)$$

- čas na lodi roste logaritmicky se vzdáleností
- pro získání "efektivní" rychlosti světla je při a=g potřeba 1r

cíl	vzdálenost L	γ uprostřed	čas na lodi tam τ	čas na lodi tam a zpět 2τ	čas na Zemi tam a zpět $2T$
Alfa Centauri	4.36	3.18	3.65	7.30	12.07
jádro Galaxie	24800	12401	20.237	40.475	49604
Pluto	45AU	1.00034		$\Delta \approx 6$ min	

Kruhový pohyb

světočára = spirála v prostoročase



$x^0 = ct = ct$ parametrizujeme souřadnicovým časem t

$x^1 \equiv x = r\cos(\omega t)$

$x^2 = y = r\sin(\omega t)$

3-rychlost

$v^1 = \frac{dx^1}{dt} = -r\omega\sin(\omega t)$ $v = r\omega$ = konst.

$v^2 = \frac{dx^2}{dt} = r\omega\cos(\omega t)$

4-rychlost

$u^0 = c\gamma$

$u^1 = \gamma v^1 = -r\omega\gamma\sin(\omega t)$

$u^2 = \gamma v^2 = r\omega\gamma\cos(\omega t)$

$u^2 = -c^2 \Rightarrow \gamma^2(-c^2+v^2) = -c^2 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ = konst

$\gamma = \frac{dt}{d\tau} \Rightarrow \tau = \frac{t}{\gamma} \quad t = \gamma\tau$

4-zrychlení

$a^0 = \frac{du^0}{d\tau} = 0$

$a^1 = \frac{du^1}{d\tau} = -r\omega^2\gamma^2\cos(\omega t) = \gamma^2 A^1$ $\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a} = \gamma^2\vec{A}$

$a^2 = \frac{du^2}{d\tau} = -r\omega^2\gamma^2\sin(\omega t) = \gamma^2 A^2$

$a = r\omega^2\gamma^2 = \frac{v^2\gamma^2}{r} = \frac{c^2}{r}\,sh^2\beta = \frac{c^2}{r}(\gamma^2-1) \Rightarrow r = \frac{c^2}{a}(\gamma^2-1)$

kruhový pohyb při daném zrychlení $a \approx g$ $\frac{c^2}{a} \approx 1$ sv. rok $\frac{c}{a} = 1$ rok

$r = \frac{c^2}{a}(\gamma^2-1)$ $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$ $T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\frac{c}{a}\gamma\sqrt{\gamma^2-1}$ $\tau_1 = \frac{T_1}{\gamma} = 2\pi\frac{c}{a}\sqrt{\gamma^2-1}$

γ	$\frac{v}{c}$	r	τ_1	T_1
2	0.866	3 sv. r.	10.9 r	21.75 r
3.16	0.947	9 sv. r.	18.8 r	59.4 r
10	0.995	99 sv. r.	62,5 r	625 r

Mionový zásobník v CERN (muon storage)

Bailey et al. Nucl. Phys. B 150 (1979) 1

mionový zásobník = kruhový urychlovač udržující miony na kruhové dráze

$r = 7\,m$ mag. pole $B = 1.47\,T$

$v = 0.9994c$ $\gamma = 29.3$

$a = 1.1 \cdot 10^{19}\,m s^{-2} = 1.1 \cdot 10^{18}\,g$

doba oběhu v čase laboratoře $T_1 = 147\,ms \approx 6{,}68\%\,\tau_* \approx 2{,}28‰\,T_*$

doba oběhu v čase mionu $\tau_1 = 5.01\,ms \approx 2{,}28‰\,\tau_*$

naměřená střední doba života v čase laboratoře $T_* = 64{,}4\,\mu s$

naměřená střední doba života v čase mionu $\tau_* = 2{,}198\,\mu s$

do zásobníku střelena dávka mionů
ty krouží zásobníkem a rozpadají se na elektrony
elektrony jsou zachyceny a počítány
→ možnost určit dobu života

měření probíhá v lab. čase ~100–300μs po vstřelení mionů
(odstranění počátečních "šoku" detektorů)
- bez dilatace by v tomto čase v urychlovači již miony nebyly

Měření mionu v atmosféře

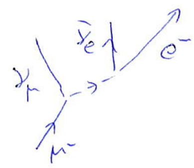
mion μ^-

lepton náboje -1, kl. hmotnost $105{,}7\,\mathrm{MeV}/c^2 \approx 207$ elektronu $\approx 188 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}$

vznik - kosmické záření v atmosféře proton+jádro → pion → mion

rozpad - díky slabé interakci $\mu^- \to e^- + 2$ neutrina

střední doba života $\tau_x = 2{,}197\,\mu s$



$$N(\tau) = N(0)\exp\left(-\frac{\tau}{\tau_x}\right)$$

typická rychlost $> 99\%\,c$ - bez STR by urazil stovky metrů - málo!

experiment Frisch - Smith Am. J. Phys. 31 (1963) 342

Mt. Washington

1907 m

Cambridge

550 mionů/h $v \sim 0.9952c$ $\gamma = 10.2$

$= 563 - 13$*)

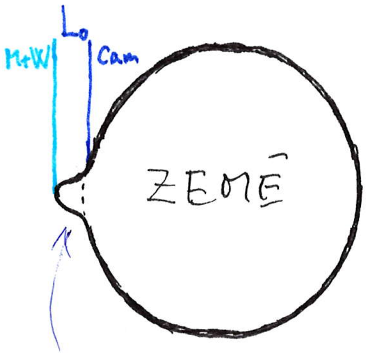
dytrý průměr $v \sim 0.9929c$ $\gamma = 8.4$

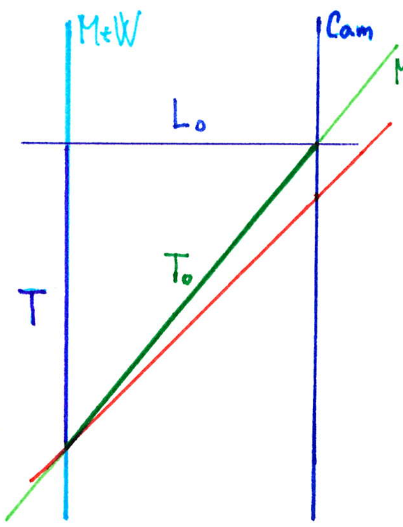
$= 408 - 11$*)

397 mionů/h $v \sim 0.9891c$ $\gamma = 6.8$

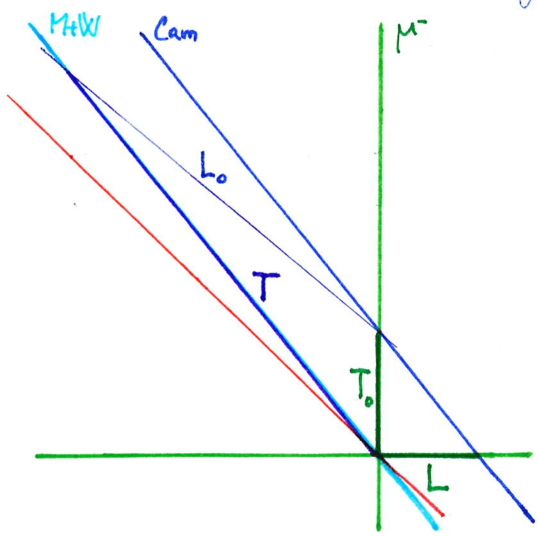
*) přímá detekce kosmického záření

z počtu částic, vzdálenosti a τ_x vychází $\gamma = 8.88 \pm 0.8$ - shoda v rámci chyby





soustava Země



soustava mionu

$v = 0{,}9929c$ $\gamma = 8.4$ $L_0 = 1907\,m$ ⇒ $T = \frac{L_0}{v} = 6{,}4\,\mu s$ $N_0 = 550$

bez STR: $N = N_0 \exp\left(-\frac{T}{\tau_x}\right) = 5.4\%\,N_0 \approx 30$

STR soustava Země $T_0 = \frac{T}{\gamma} = 0.76\,\mu s$

$N = N_0 \exp\left(-\frac{T_0}{\tau_x}\right) = 71\%\,N_0 \approx 389$ ← v souladu s měřením 397

STR soustava mionu $L = \frac{L_0}{\gamma} = 226.8\,m$ $T_0 = \frac{L}{v} = 0.76\,\mu s$

$c = 299\,792\,458\,m/s$

Relativistické efekty a paradoxy

již probrané:

Paradox dvojčat
- závislost vl. času na světočáře, dilatace času

Mionový zásobník
- závislost vl. času na světočáře

Rozpad mionů v atmosféře
- dilatace času resp. kontrakce délek

přídavek:

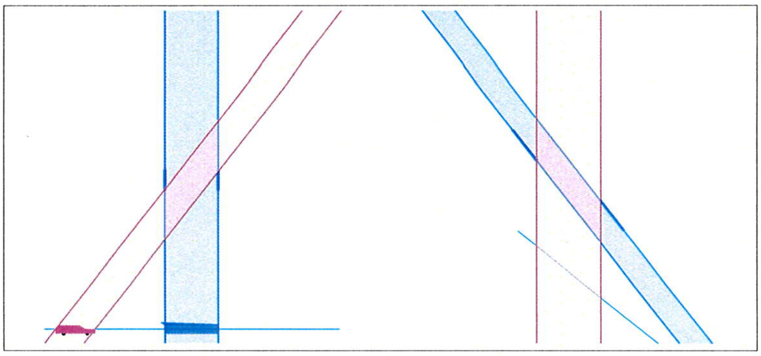
Dlouhé auto v krátké garáži
- kontrakce délek a současnost

Urychlování vlaku
- kontrakce délek, deformace těles, současnost

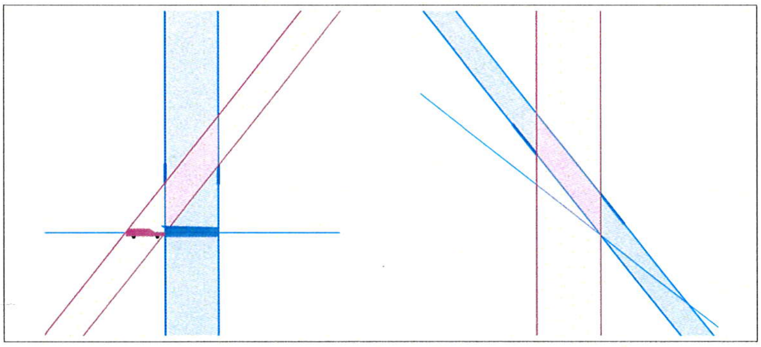
Relativistický rytířský souboj
- současnost, kontrakce délek

Dlouhé auto v krátké garáži

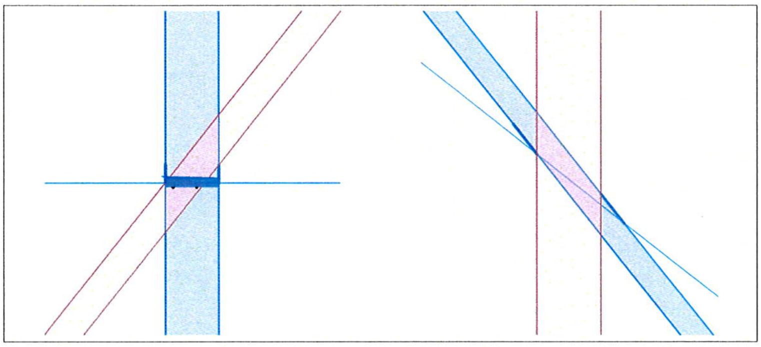
pohled z hlediska soustavy garaže



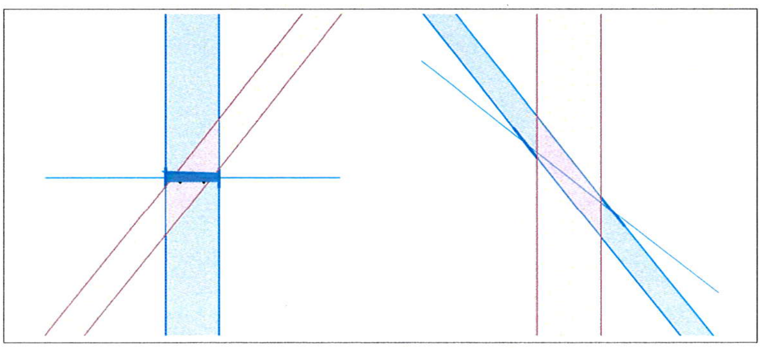
1. Auto již přijíždí! Je relativisticky zkrácené a mělo by se do garáže vejít.



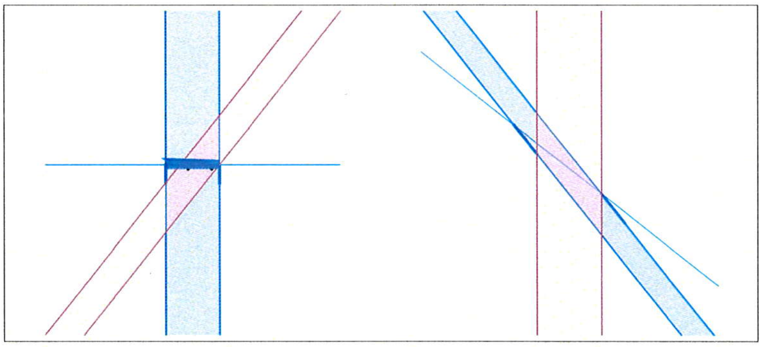
2. Auto vjíždí do předních vrat garáže.



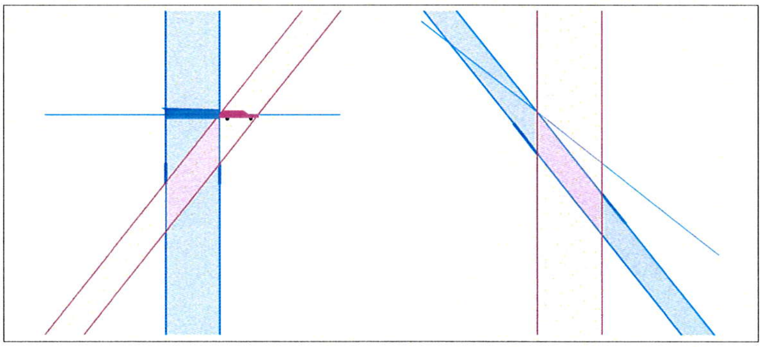
3. Už je v garáži celé. Zavíráme vrata.



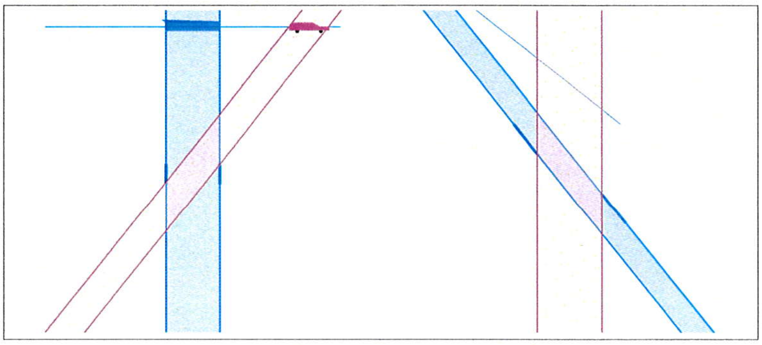
4. A kdo tvrdil, že se tam nevejde?



5. Předek auta dojel k zadním vratům. Musíme otevřít.



6. Auto vyjelo celé z garáže.

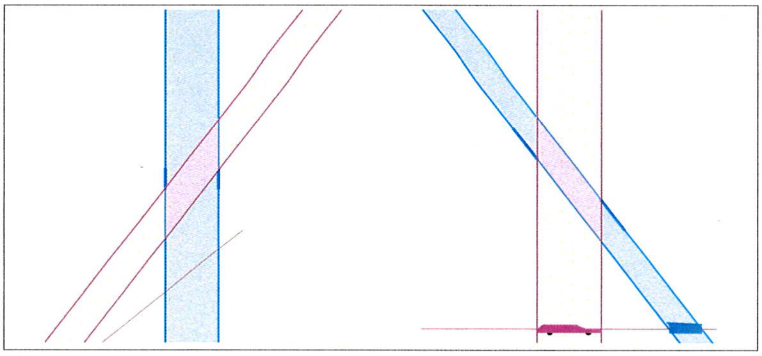


7. Konec představení, auto mizí za garáží.

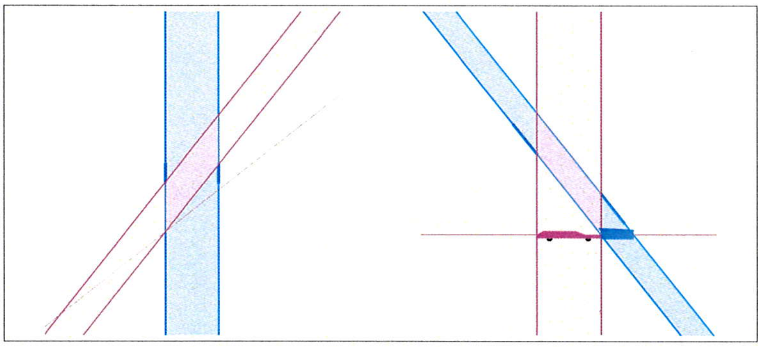
6-14

Dlouhé auto v krátké garáži

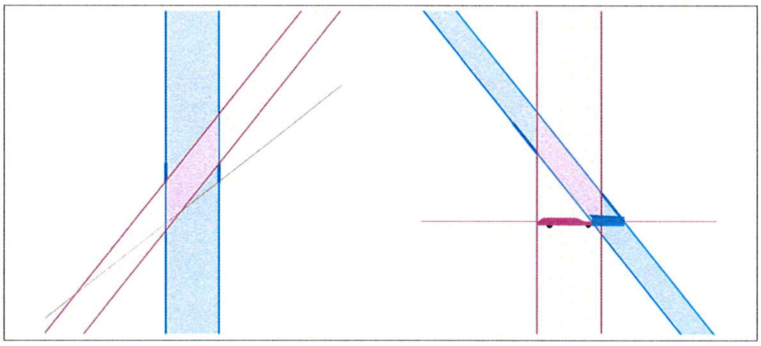
pohled z hlediska soustavy auta



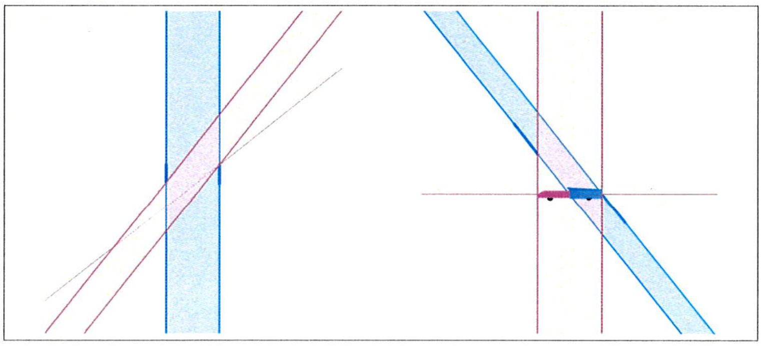
1. Sedíme v autě a uvědomujeme si, že garáž se relativisticky zkrátí.



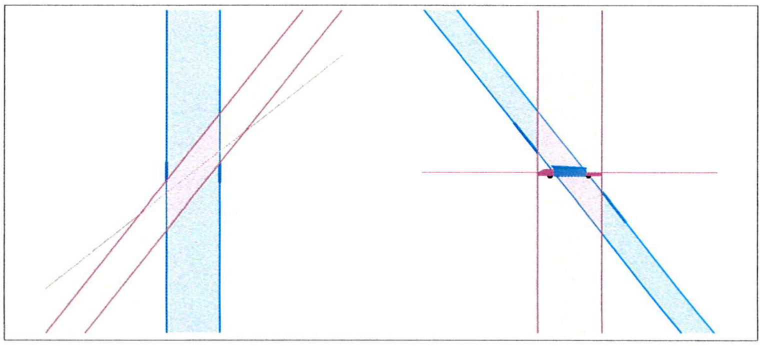
2. Vjíždíme do garáže. Je krátká! Auto se do ní přeci nemůže vejít!



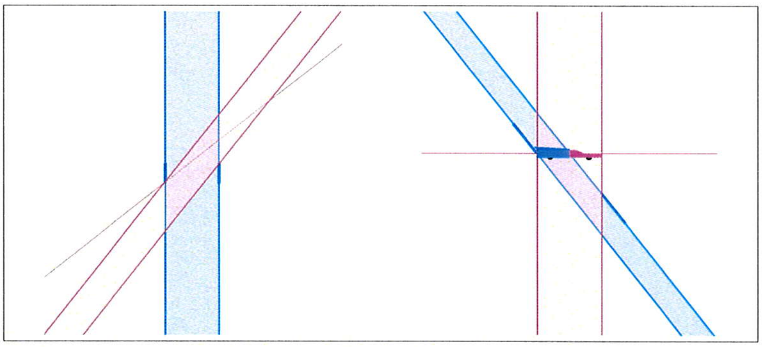
3. Navíc se, proboha, zavírají zadní vrata.



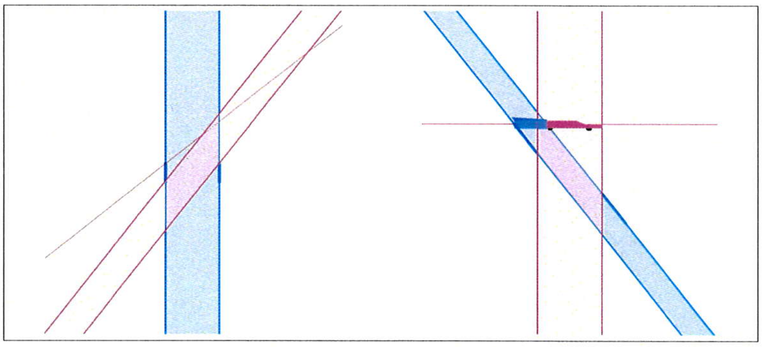
4. Uf! V okamžiku, kdy jsme se přiblížili k zadním vratům, vrata se otevřela.



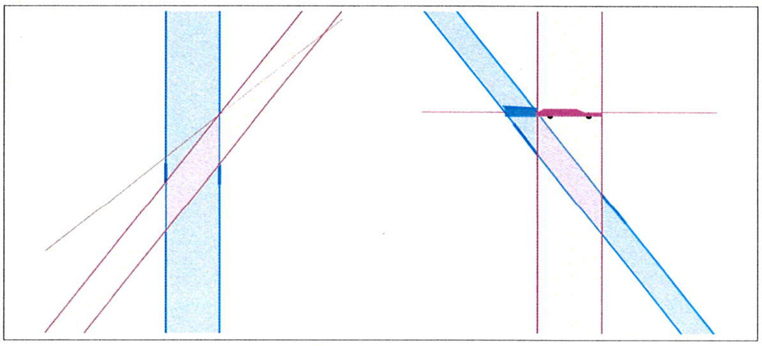
5. Tak, jsme uprostřed garáže. Tohle rozhodně nelze nazvat, že jsme schovali auto v garáži.



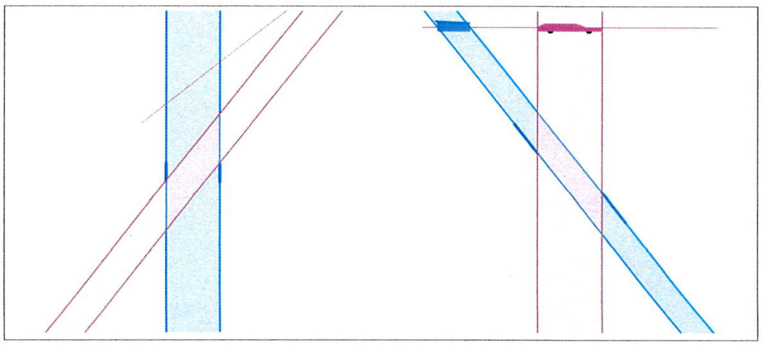
6. Jen co přední vrata garáže minula zadek auta, zavřela se. Proč??!



7. A teď se znovu otevřela. He?



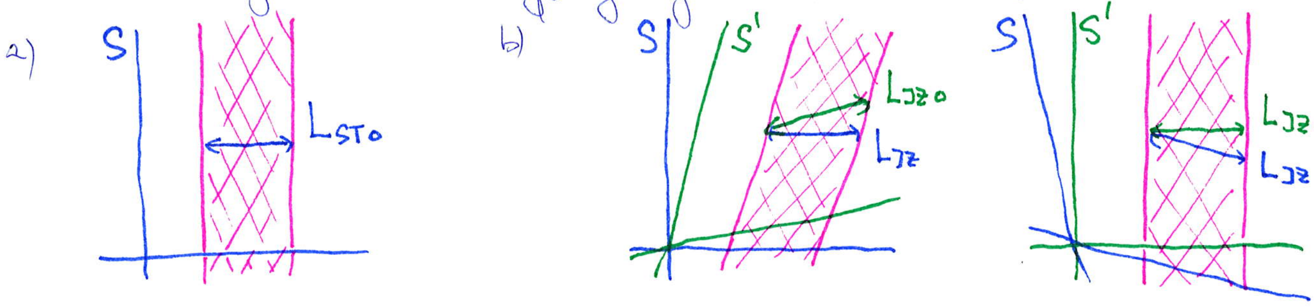
8. Garáž je konečně za námi. Vyjeli jsme zadními vraty.



9. Je po všem, garáž mizí v zadním zrcátku.

Urychlování vlaku

velikost stojícího a pohybujícího tělesa



mějme těleso (např. vagón vlaku)

a) v klidu v soustavě S (laboratorní soust., soust. nádraží)

b) pohybující se vůči S, tj. v klidu v soustavě S'

pod výrazem, že se jedná o "stejné" těleso většinou míníme, že těleso ve své klidové soustavě vypadá pořád stejně tj. má "stejné" rozměry způsobené "stejným" uspořádáním komponent a vazeb mezi nimi

zjednodušeně: $L_{ST0} = L_{JZ0}$, kde

L_{ST0} je rozměr tělesa v klidové soustavě (S) v případě a)

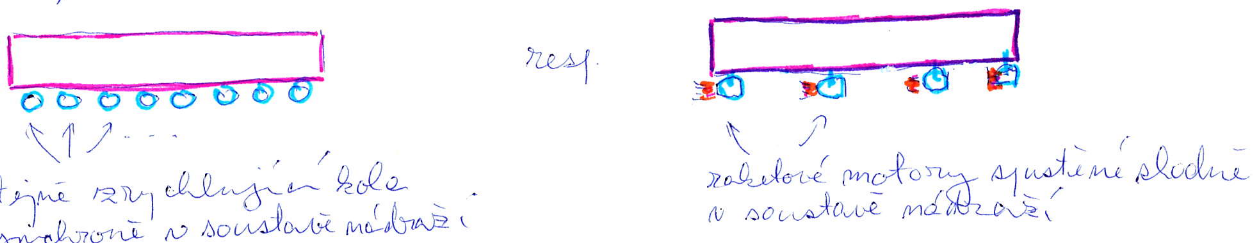
L_{JZ0} je rozměr tělesa v klidové soustavě (S') v případě b)

pokud ale měníme pohybový stav tělesa, musíme na něj různě působit a může při tom dojít i k deformaci tělesa. V takovém případě může nastat

$$L_{JZ0} \neq L_{ST0}$$

popíšeme dva přirozené modely urychlení vagónu vedoucí k I) $L_{JZ0} \neq L_{ST0}$ a II) $L_{JZ0} = L_{ST0}$

I) urychlování vagónu synchronně v soustavě nádraží
- urychlování různých částí vagónu bude probíhat stejně synchronně v čase nádraží
- tj. ve stejný čas nádraží se budou všechny nápravy urychlovat stejně



prostoročasový diagram:

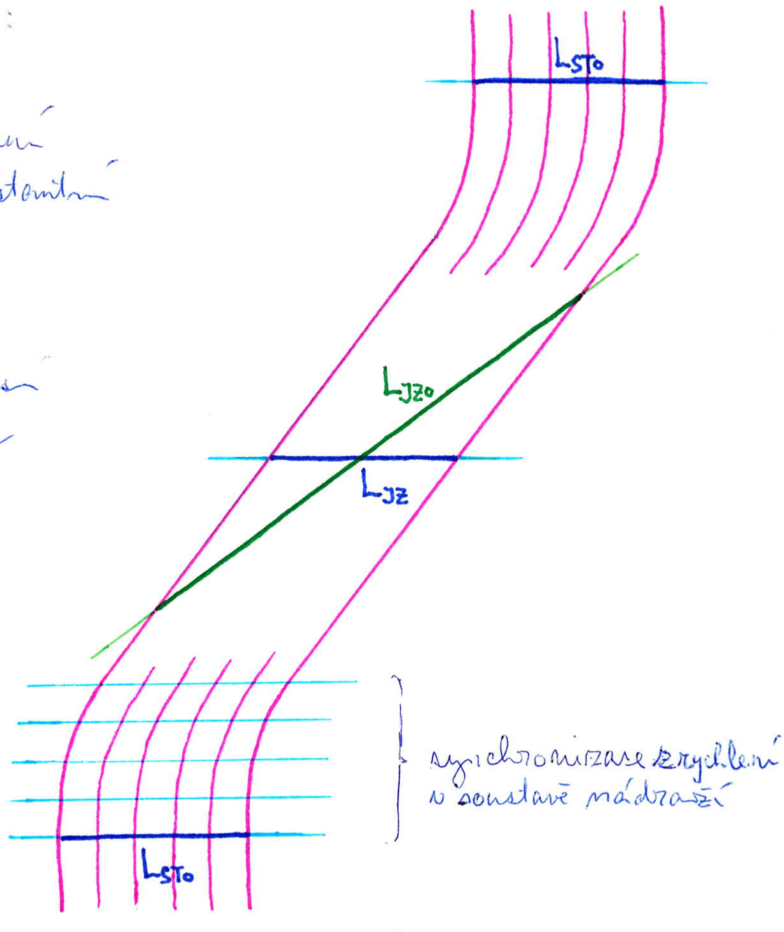
díky synchronizaci zrychlení vůči nádraží se udržuje konstantní délka v soustavě nádraží

$L_{JZ} = L_{STO}$

díky kontrakci délek musí být klidová délka vagónu za jízdy delší

$L_{JZ0} = \gamma L_{JZ}$

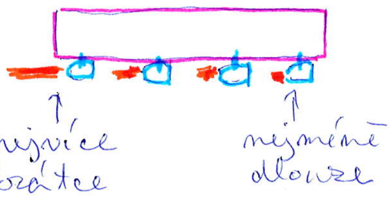
vagón se při urychlení musel skutečně zdeformovat protože za jízdy jsou jeho klidové rozměry jiné

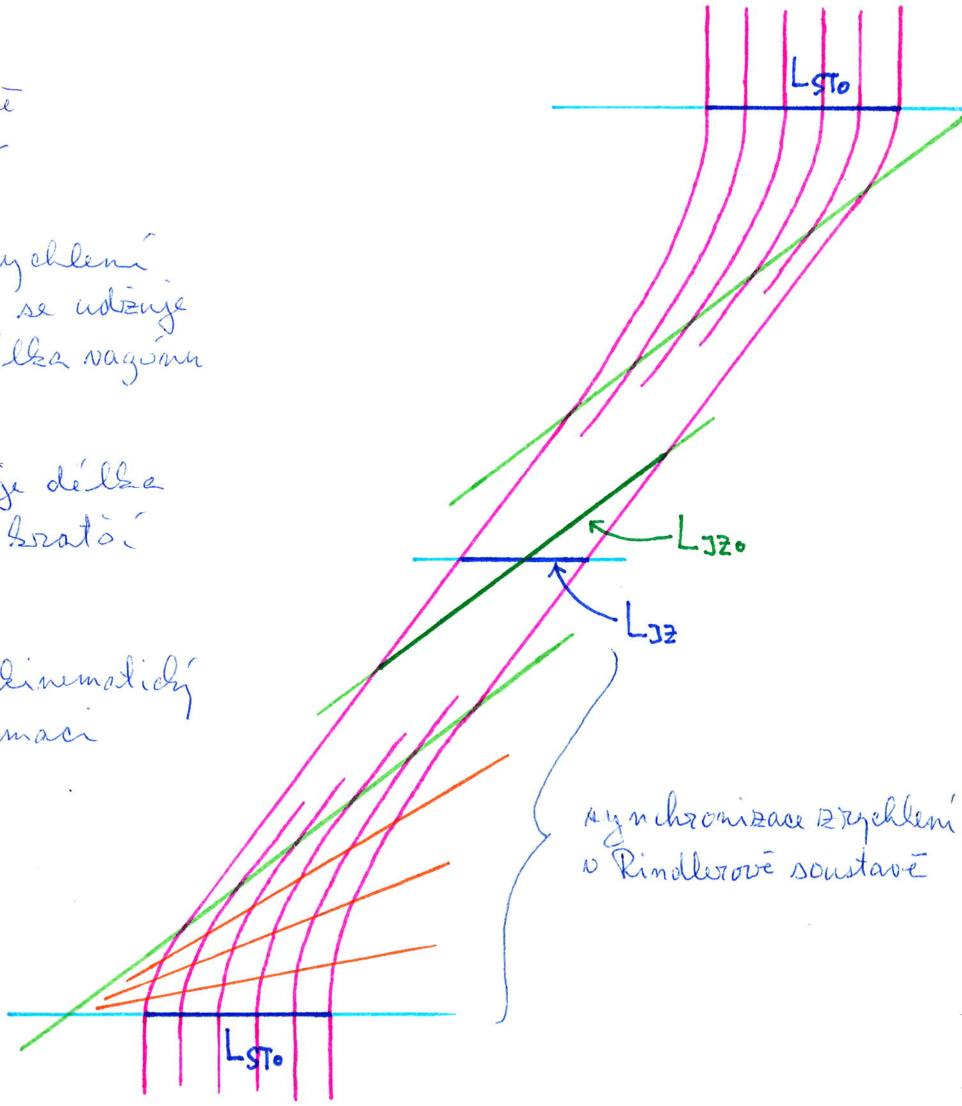


předpokládejme, že cestující se při urychlení nezdeformují tj. za jízdy mají ve své klidové soustavě běžné rozměry
=> po rozjezdu budou mít ve vagónu více místa

II) zrychlování při zachování klidové délky

- zrychlování různých částí vagónu bude probíhat tak, aby se zachovávala klidová délka vagónu
- tah motorů bude v čase konstantní, ale proměnný podél vagónu a bude trvat různě dlouho
- části vagónu budou sledovat souř. čáry Rindlerovy soust.





díky synchronizaci zrychlení v Rindlerově soustavě se udržuje konstantní klidová délka vagónu

$\Rightarrow L_{JZ0} = L_{ST0}$

díky kontrakci délek je délka vagónu vůči nádraží kratší

$$L_{JZ} = \frac{1}{\gamma} L_{JZ0}$$

to je však jen "zdánlivý" kinematický jev - ke skutečné deformaci vagónu nedochází.

začátek vagónu musí zrychlovat déle (vlastního času) ale menším zrychlením

konec vagónu musí zrychlovat kratší vlastní čas ale větším zrychlením

cestující se též nedeformují, tj. za jízdy budou mít ve vagónu stejná místa jako v klidu na nádraží

Rytířský souboj