Šíření světelného signálu a vzhled objektů

Nulové částice.

Světočára a tečný vektor. Světočára nulové částice jako geometrická aproximace k poli. Vlnoplocha, frekvence, vlnový vektor a vlnový 4-vektor. Přímost nulových paprsků, afinní parametrizace, význam škály vlnového 4-vektoru. Prostor počátečních podmínek částice.

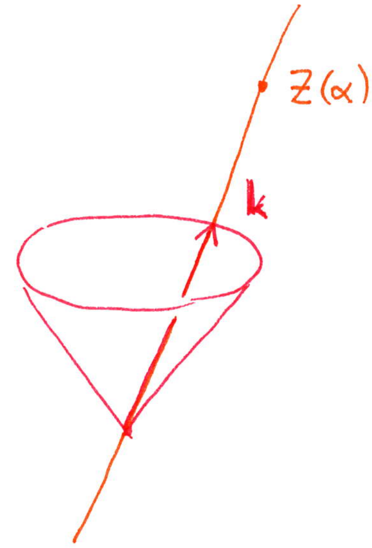
Doplerův jev a aberace.

Speciální Doplerův jev - geometrické odvození a rozklad vlnového 4-vektoru. Obecný Doplerův jev a aberace.

Vzhled objektů.

Relativistická změna rozměrů, retardace světelného signálu, způsob zobrazování objektu. Pohybující se tyč, aproximace krátké tyče. Deformace obrazu složitějších objektů - ukázky.

Nulové částice



Světočára a tečný vektor

$$Z(\alpha) \qquad x^\mu(\alpha) \equiv x^\mu(Z(\alpha))$$

$$\mathbf{k} = \frac{DZ}{d\alpha} \qquad k^\mu = \frac{dx^\mu}{d\alpha}$$

světelná (nulová) částice
= šíření maximální rychlostí

$$\mathbf{k}^2 = k^\mu k^\nu \eta_{\mu\nu} = 0$$

obecně nemusí být přímkou

$$\frac{d}{d\alpha} k^\mu \equiv k^\nu \nabla_\nu k^\mu \neq 0$$

Nulové částice jako geometrická aproximace pole šířícího se rychlostí světla

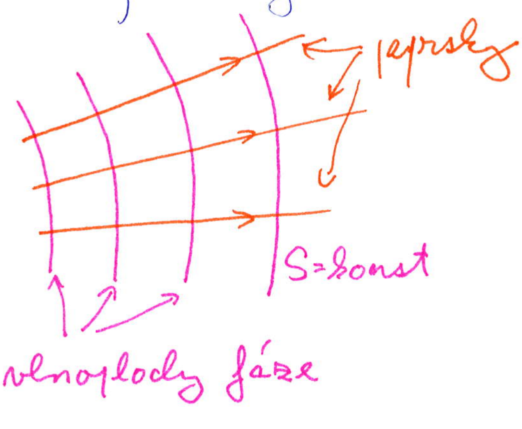
- všechny nulové částice na klasické úrovni jsou realizovány jako geometrická aproximace pole

pole je typicky charakterizované fází

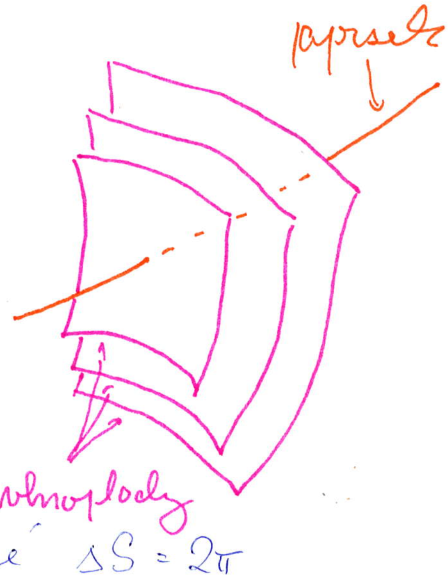
$$\text{pole} \sim e^{iS} \qquad S \text{ fáze}$$

prostorový diagram

2D:

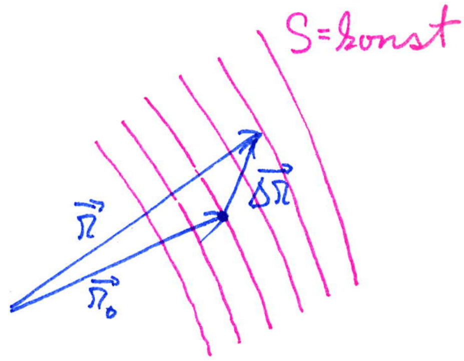


3D:



vlnová délka λ - vzdálenost na které $\Delta S = 2\pi$
perioda T - čas za který $\Delta S = 2\pi$

Vlnoplocha v blízkosti zvoleného bodu



$$S(t,\vec{r}) = S(t_0,\vec{r}_0) + \Delta t \frac{\partial S}{\partial t}(t_0,\vec{r}_0) + \vec{\Delta r}\cdot\vec{\nabla}S(t_0,\vec{r}_0)$$

$$= S_0 - \omega \Delta t + \vec{k}\cdot\vec{\Delta r}$$

$\omega = -\dfrac{\partial S}{\partial t}$ úhlová frekvence $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$\vec{k} = \vec{\nabla} S$ vlnový (3-)vektor $k = |\vec{k}| = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

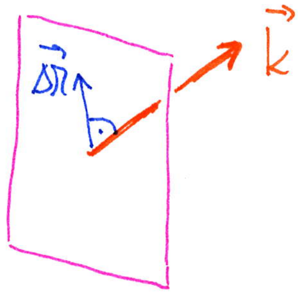
vlnoplocha $S = S_0 = $ konst

$$-\omega \Delta t + \vec{k}\cdot\vec{\Delta r} = 0$$

pro $\Delta t = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{\Delta r} = 0$

plocha kolmá k vlnovému vekt. $\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{k}$ je směr paprsku



světelná rychlost šíření

posun ve směru paprsku rychlostí c

$\vec{k} = k\vec{e}_\parallel \qquad \vec{\Delta r} = c\Delta t\,\vec{e}_\parallel$

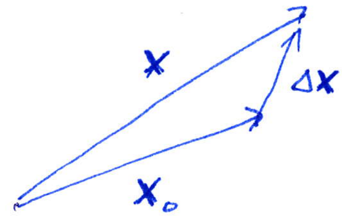
stejná vlnoplocha $\Rightarrow$

$$-\omega\Delta t + kc\Delta t = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{c} = k$$

vakuová (triviální) disperzní relace

$\dfrac{\omega}{c} = k$ tj. $\omega^2 = c^2 \vec{k}^2$

Prostoročasový popis



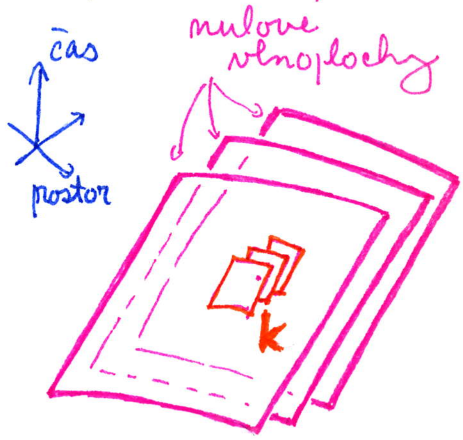
4-průvodič $x = \begin{bmatrix} ct \\ \vec{r} \end{bmatrix}$

$S(t,\vec{r}) \equiv S(x) = S(x^\mu)$

vlnoplocha blízko bodu x_0

$$S(x) = S(x_0) + \Delta x \cdot \nabla S(x_0) + \dots = S(x_0^\nu) + \Delta x^\mu \nabla_\mu S(x_0^\nu) + \dots$$

$$= S_0 + k_\mu \Delta x^\mu + \dots$$



vlnový 4-vektor

$$k_\mu = \nabla_\mu S = \left[\frac{1}{c}\frac{\partial S}{\partial t}, \vec{\nabla} S\right] = \left[-\frac{\omega}{c}, \vec{k}\right]$$

$$k^\mu = g^{\mu\nu} k_\nu = \begin{bmatrix} \frac{\omega}{c} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$

(pseudo)velikost k

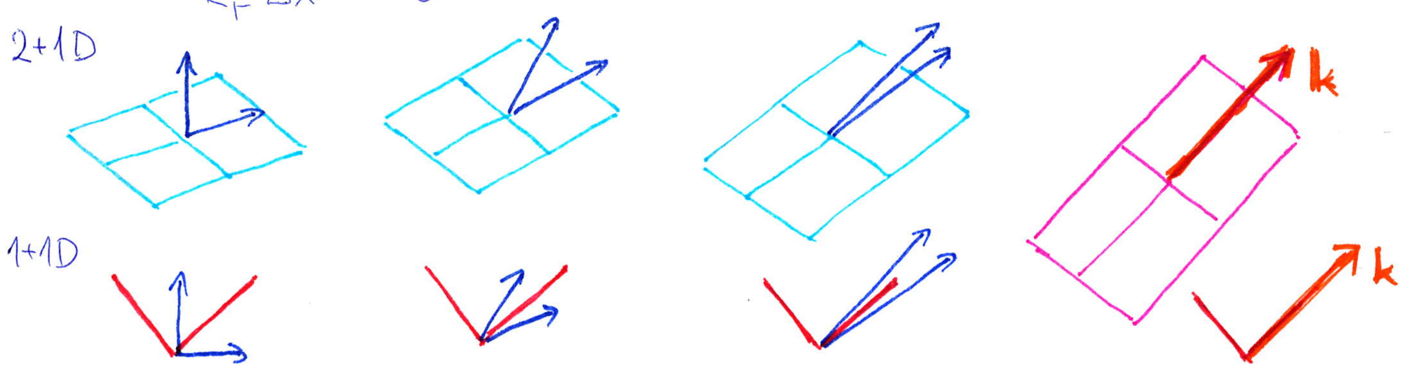
$$k^\mu k^\nu g_{\mu\nu} = -\frac{\omega^2}{c^2} + \vec{k}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad k \text{ nulový}$$

$\Uparrow$ rychlost šíření c

nulová normála

jak vypadá 4-vektor kolmý k nulové ploše?
jak vypadá 3-plocha kolmá k nulovému vektoru?

$k_\mu \Delta x^\mu = 0$ $\qquad$ $k^2 = 0$



k^μ je kolmý sám k sobě $\qquad k^\mu k^\nu g_{\mu\nu} = 0$

vektory Δx kolmé k k tvoří nulovou vlnoplochu

Přímost nulových paprsků

pokud je k^μ dáno geometrickou aproximací a nulové

$$\mathbf{k} = \nabla S \qquad \mathbf{k}^2 = 0$$

je paprsek přímý

$$\frac{d}{d\alpha}\mathbf{k} = 0$$

vskutku:

$$\frac{d}{d\alpha}k_\nu = k^\mu \nabla_\mu k_\nu = k^\mu \nabla_\mu \nabla_\nu S = k^\mu \nabla_\nu \nabla_\mu S = k^\mu \nabla_\nu (\eta_{\mu\nu} k^\nu) = \frac{1}{2}\nabla_\nu (\underbrace{k^\mu k^\nu \eta_{\mu\nu}}_{0}) = 0$$

v takovém případě říkáme, že světočára je afinně parametrizovaná

volnost v afinní parametrizaci:

nový parametr $\tilde{\alpha}$ $\qquad \alpha = \alpha(\tilde{\alpha})$

$\tilde{\mathbf{k}}$ a $\mathbf{k}$ jsou nulové a určují přímku

$\tilde{\alpha}$ a α jsou afinní parametrizace

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{D\mathbf{w}}{d\tilde{\alpha}} = \frac{d\alpha}{d\tilde{\alpha}}\frac{D\mathbf{w}}{d\alpha} = \frac{d\alpha}{d\tilde{\alpha}}\mathbf{k}$$

změna parametru mění jen škálu $\mathbf{k}$

$$0 = \frac{d}{d\tilde{\alpha}}\tilde{k}^\mu = \tilde{k}^\nu \nabla_\nu \tilde{k}^\mu = \frac{d\alpha}{d\tilde{\alpha}} k^\nu \nabla_\nu \left(\frac{d\alpha}{d\tilde{\alpha}} k^\mu\right) = \left(\frac{d\alpha}{d\tilde{\alpha}}\right)^2 \underbrace{k^\nu \nabla_\nu k^\mu}_{\frac{d}{d\alpha}k^\mu = 0} + \frac{d^2\alpha}{d\tilde{\alpha}^2} k^\mu$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d^2\alpha}{d\tilde{\alpha}^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = A\tilde{\alpha} + B \qquad \text{pouze lineární transf.}$$

změna afinního parametru pouze přeškáluje vlnový 4-vektor konstantním faktorem

$$\tilde{\mathbf{k}} = A\,\mathbf{k}$$

Význam škály vlnového 4-vektoru

- nelze zvolit výjimečnou afinní parametrizaci
- světočáry s různou afinní parametrizací popisují nulové částice probíhající stejnou ~~tra~~ trajektorii ale mající jinou "kvalitu"

"kvalita":

kinematicky = "barva" částice

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\omega}{c} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$ přeškálování mění frekvenci ω

různá škála = různé frekvence = různá barva

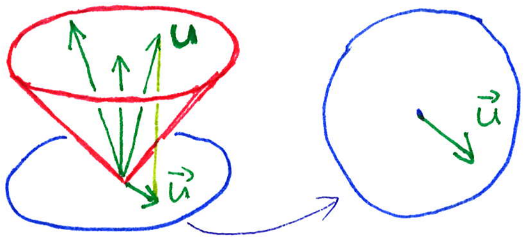
dynamicky = "hybnost" částice

viz dále ($\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$)

Prostor počátečních podmínek pohybu částice

- fixujme počáteční událost
- jak specifikovat "rychlost"?

hmotné částice



invariantně:
4-rychlost $\mathbf{u}$

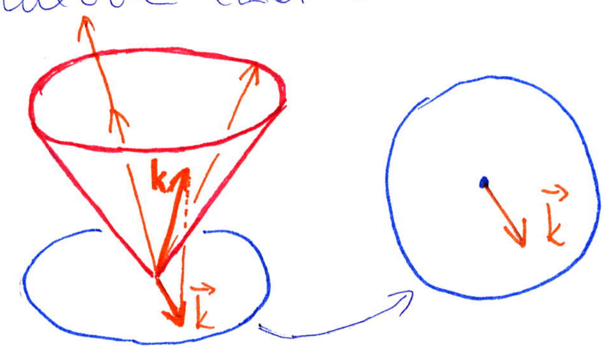
vůči soustavě

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u^0 \\ \vec{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma c \\ \gamma \vec{v} \end{bmatrix}$$

$\vec{u} = \gamma \vec{v}$ libovolný 3-vektor

$\vec{v}$ 3-vektor splňující $v < c$

nulové částice



invariantně
vlnový 4-vektor $\mathbf{k}$

vůči soustavě

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\omega}{c} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$

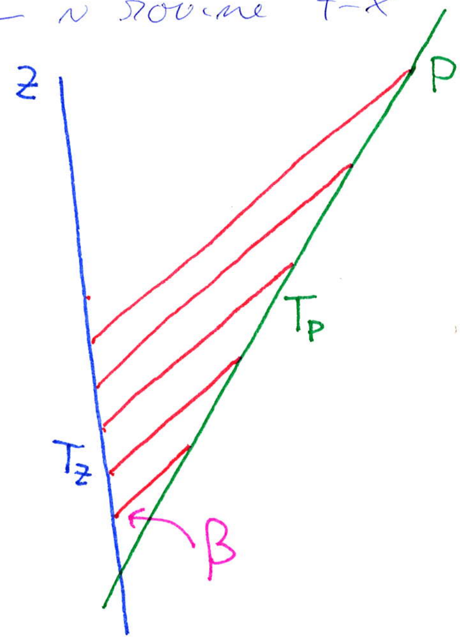
$\vec{k}$ libovolný 3-vektor = směr + barva

Doplerův jev a aberace

Speciální Doplerův jev

zdroj Z vysílá periodický signál šířící se maximální rychlostí, který zachycuje pozorovatel P

zdroj a pozorovatel se pohybují pouze v rovině t-x
= "speciální" Doplerův jev



perioda vysílaného signálu T_Z

T_Z tj. frekvence $\omega_Z = \frac{2\pi}{T_Z}$

perioda přijímaného signálu T_P

tj. frekvence $\omega_P = 2\pi$

platí (viz dříve)

$$\frac{T_P}{T_Z} = e^{\beta}$$

vyjádření pomocí 3-rychlosti

$$\frac{V}{c} = \operatorname{th}\beta$$

$$e^{\beta} = \operatorname{ch}\beta + \operatorname{sh}\beta = \operatorname{ch}\beta(1+\operatorname{th}\beta) = \frac{1+\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \sqrt{\frac{1+\frac{V}{c}}{1-\frac{V}{c}}} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}$$

$$\Downarrow \quad \frac{T_P}{T_Z} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}} \qquad \frac{\omega_P}{\omega_Z} = \sqrt{\frac{c-V}{c+V}}$$

$V>0$ P se vzdaluje od Z ω_P je nižší než ω_Z

$V<0$ P se přibližuje k Z ω_P je vyšší než ω_Z

Speciální Dopplerův jev

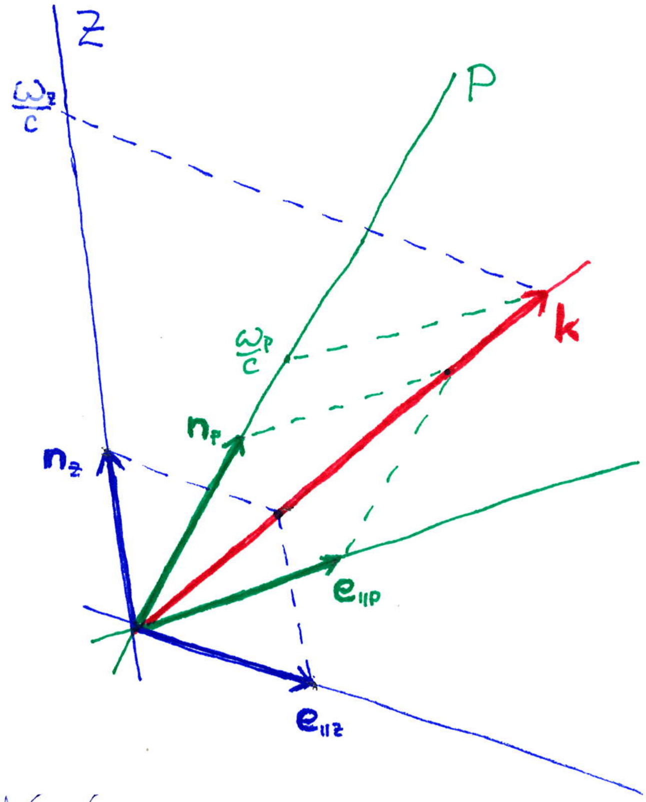
odvození rozkladem vlnového 4-vektoru

vlnový 4-vektor **k** v soust. Z

$$\mathbf{k} = \frac{\omega_Z}{c}\mathbf{n}_Z + \vec{k}_{\parallel Z} = \frac{\omega_Z}{c}(\mathbf{n}_Z + \mathbf{e}_{\parallel Z})$$

vlnový 4-vektor **k** v soust P

$$\mathbf{k} = \frac{\omega_P}{c}\mathbf{n}_P + \vec{k}_{\parallel P} = \frac{\omega_P}{c}(\mathbf{n}_P + \mathbf{e}_{\parallel P})$$



Lorentzova transformace

$$\mathbf{n}_P = \operatorname{ch}\beta\, \mathbf{n}_Z + \operatorname{sh}\beta\, \mathbf{e}_{\parallel}$$

$$\mathbf{e}_{\parallel P} = \operatorname{sh}\beta\, \mathbf{n}_Z + \operatorname{ch}\beta\, \mathbf{e}_{\parallel Z}$$

$\Downarrow$

$$\mathbf{n}_P + \mathbf{e}_{\parallel P} = (\operatorname{ch}\beta + \operatorname{sh}\beta)(\mathbf{n}_Z + \mathbf{e}_{\parallel Z})$$

$$= \exp\beta \cdot (\mathbf{n}_Z + \mathbf{e}_{\parallel Z})$$

porovnáním vztahů pro **k** dostáváme

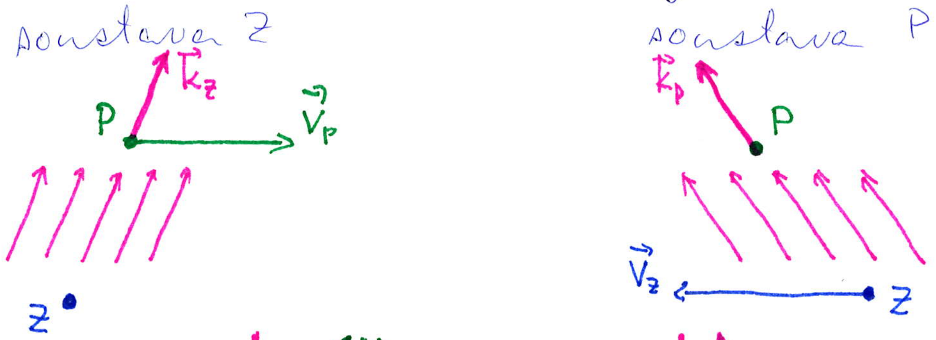
$$\omega_Z = e^{\beta}\omega_P \qquad \text{tj.} \qquad \frac{\omega_P}{\omega_Z} = e^{-\beta}$$

vyjádření pomocí rychlosti v – viz předchozí strana $\Downarrow$

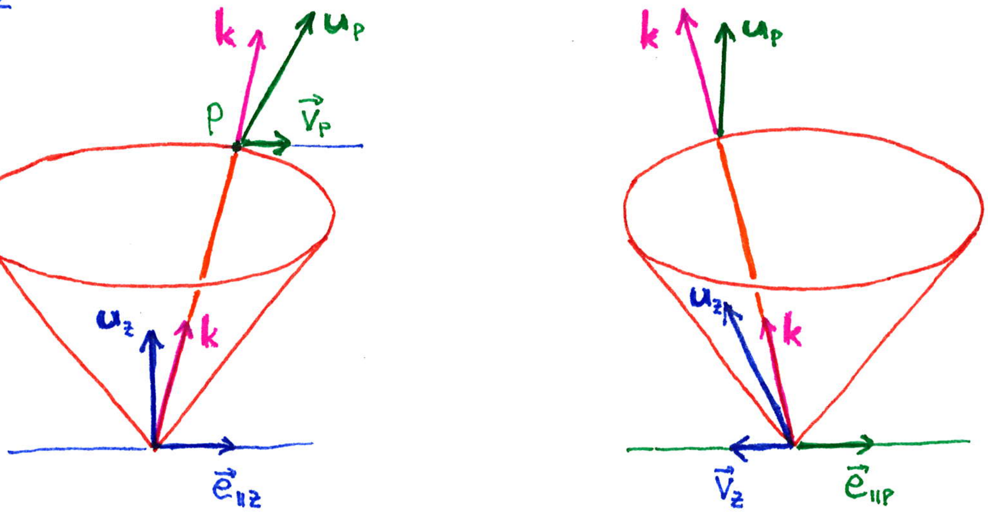
$$\frac{\omega_P}{\omega_Z} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

Obecný Dopplerův jev a aberace

- zdroj Z vysílá nulový signál o dané frekvenci ω_Z
- pozorovatel P ho přijímá o frekvenci ω_P
- pohyb Z a P není korelovaný se směrem signálu



prostorový diagram



prostoročasový diagram

Dopplerův jev:

rozdíl interpretace vlnového 4-vektoru **k**
v soustavě zdroje Z a soustavě pozorovatele P

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_Z}{c} \\ \vec{k}_Z \end{bmatrix}_{\text{soustava Z}} \qquad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_P}{c} \\ \vec{k}_P \end{bmatrix}_{\text{soustava P}}$$

Aberace

rozdíl ve směru vlnového 3-vektoru v soustavě Z a P

$$\theta_Z = \measuredangle(\vec{k}_Z, \vec{e}_{\parallel Z}) \qquad \theta_P = \measuredangle(\vec{k}_P, \vec{e}_{\parallel P})$$

kde $\vec{e}_{\parallel Z}$ je směr rychlosti P
v soustavě Z
$\vec{V}_P = V\,\vec{e}_{\parallel Z}$

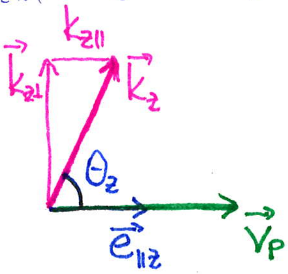
kde $\vec{e}_{\parallel P}$ je směr rychlosti Z
v soustavě P
$\vec{V}_Z = -V\,\vec{e}_{\parallel P}$

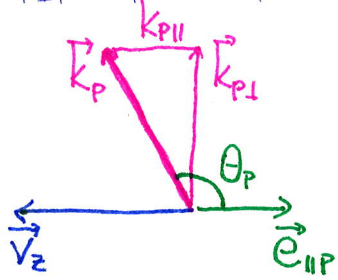
rozklad vlnového 3-vektoru do

$$\vec{k}_Z = k_{Z\parallel}\vec{e}_{\parallel Z} + \vec{k}_{Z\perp} \qquad \vec{k}_P = k_{P\parallel}\vec{e}_{\parallel P} + \vec{k}_{P\perp}$$

$$k_{Z\parallel} = k_Z \cos\Theta_Z \qquad k_Z = \frac{\omega_Z}{c} \qquad k_{P\parallel} = k_P \cos\Theta_P \qquad k_P = \frac{\omega_P}{c}$$

$$|\vec{k}_{Z\perp}| = k_Z \sin\Theta_Z \qquad |\vec{k}_{P\perp}| = k_P \sin\Theta_P$$





Lorentzova transformace $Z \rightarrow P$

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_P}{c} \\ k_{P\parallel} \\ \vec{k}_{P\perp} \end{bmatrix}_P = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\beta & -\operatorname{sh}\beta & 0 \\ -\operatorname{sh}\beta & \operatorname{ch}\beta & 0 \\ 0 & 0 & I_\perp \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\omega_Z}{c} \\ k_{Z\parallel} \\ \vec{k}_{Z\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_Z}{c}\operatorname{ch}\beta - k_{Z\parallel}\operatorname{sh}\beta \\ -\frac{\omega_Z}{c}\operatorname{sh}\beta + k_{Z\parallel}\operatorname{ch}\beta \\ \vec{k}_{Z\perp} \end{bmatrix}$$

$$k^{\alpha'} = L^{\alpha'}{}_{\beta} \, k^{\beta}$$

$\Downarrow$

$$\omega_P = \omega_Z \operatorname{ch}\beta - \omega_Z \operatorname{sh}\beta \cos\Theta_Z = \omega_Z \gamma\left(1 - \frac{V}{c}\cos\Theta_Z\right)$$

$$\omega_P \cos\Theta_P = -\omega_Z \operatorname{sh}\beta + \omega_Z \operatorname{ch}\beta\cos\Theta_Z = \omega_Z\gamma\left(\cos\Theta_Z - \frac{V}{c}\right)$$

$$\omega_P \sin\Theta_P = \omega_Z \sin\Theta_Z$$

$\Downarrow$

$$\frac{\omega_P}{\omega_Z} = \gamma\left(1 - \frac{V}{c}\cos\Theta_Z\right)$$ obecný Dopplerův jev

$$\cos\Theta_P = \frac{\cos\Theta_Z - \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}\cos\Theta_Z}$$ aberace

$$\sin\Theta_P = \frac{\sin\Theta_Z}{\gamma\left(1 - \frac{V}{c}\cos\Theta_Z\right)}$$

Vzhled objektů

hraje roli:

- relativistická změna rozměrů
- retardace světelného signálu
- způsob zobrazování objektů
  - promítání na stínítko (rovina, sféra)
  - 3D model v soustavě pozorovatele

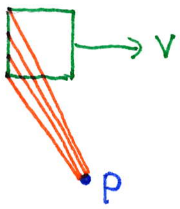
  atd.

plné řešení

- trasování paprsků z události pozorování zpět k tělesu

⇒ efekt vidění tělesa v různých časech

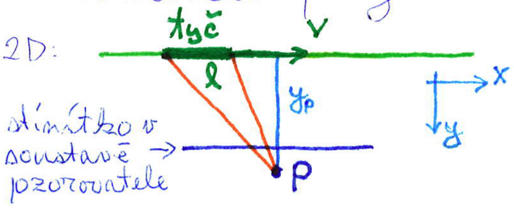
⇒ možnost vidění "odvrácených" částí tělesa

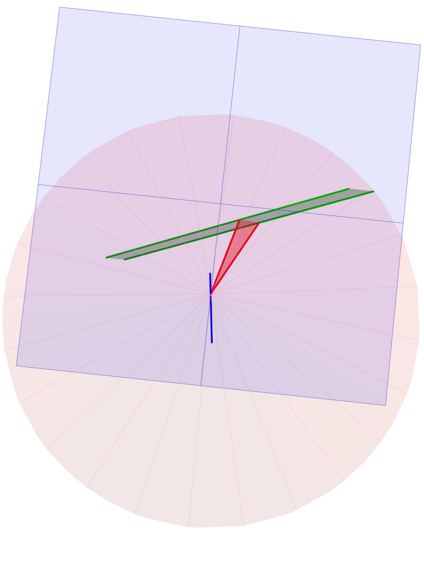


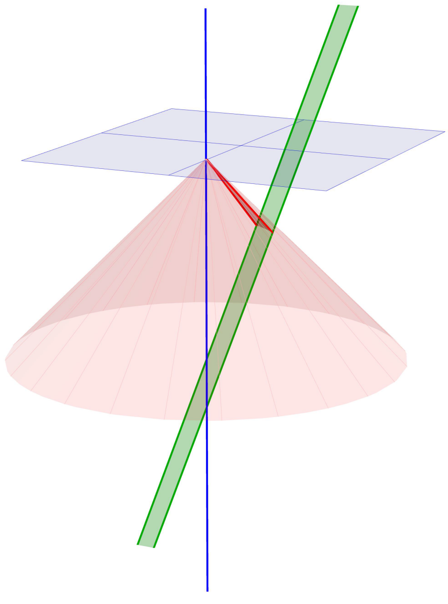
příklad

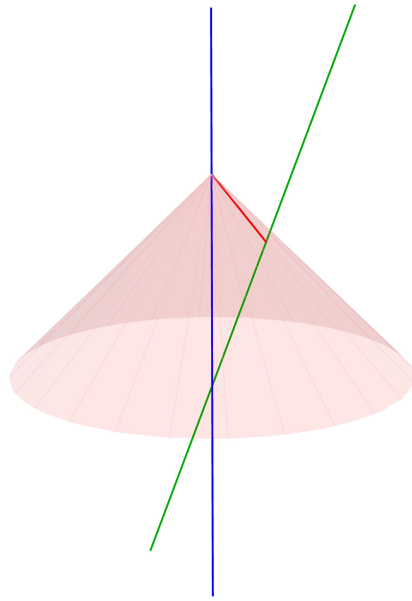
pohybující se tyč orientovaná ve směru pohybu

2D:

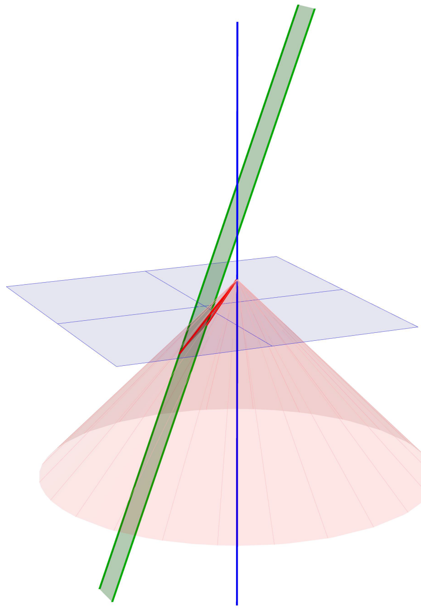






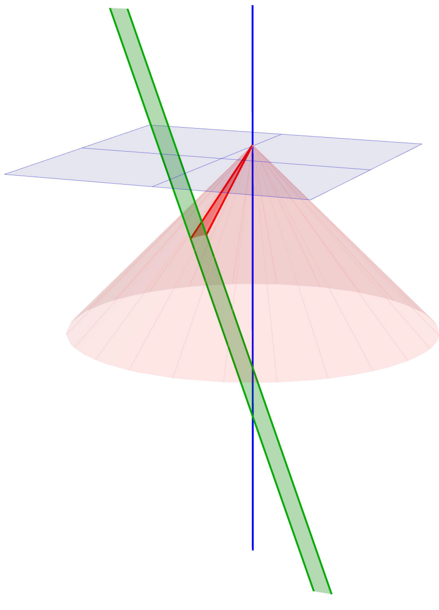


efekt retardace: paprsek, který vidíme byl vyslán dříve



pozorování odvrácené strany

- tyč kolmá na pohyb
- lze vidět stranu tyče, která je v okamžik vyslání paprsků vzdálenější od pozorovatele



popis pohybu v soustavě pozorovatele

$$P(t) = \begin{bmatrix} ct \\ 0 \\ y_P \end{bmatrix} \qquad Z(t) = \begin{bmatrix} ct \\ Vt + X_T \\ 0 \end{bmatrix}$$

t není vlastní čas tyče
X_T vybírá bod v tyči
$X_T \in \langle X_-, X_+ \rangle$

pohybující se tyče
klidová délka l
délka v soustavě pozorovatele $l_P = X_+ - X_- = \frac{l}{\gamma} = l\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$

retardovaný čas vyslání signálu

$t_{ret}(t, X_T)$ – čas vyslání signálu z bodu tyče X_T tak aby k pozorovateli dorazil v čase t

$$(Z(t_{ret}) - P(t))^2 = 0 \qquad \leftarrow \text{podmínka světelného signálu}$$

$$-c^2(t_{ret}-t)^2 + (Vt_{ret}+X_T)^2 + y_P^2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)t_{ret}^2 - 2\left(t + \frac{VX_T}{c^2}\right)t_{ret} + t^2 - \frac{X_T^2+y_P^2}{c^2} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$t_{ret} = \frac{1}{1-\frac{V^2}{c^2}}\left(t + \frac{VX_T}{c^2} - \sqrt{\left(t+\frac{VX_T}{c^2}\right)^2 - \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\left(t^2 - \frac{X_T^2+y_P^2}{c^2}\right)}\right)$$

retardované řešení ⇒ znaménko „–"

$$= \gamma^2\left(t + \frac{VX_T}{c^2} - \sqrt{\frac{1}{c^2}(tV+X_T)^2 + \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\frac{y_P^2}{c^2}}\right)$$

zdánlivá délka tyče pozorovaná ve zvolený čas t

$$\bar{l} = X(t_{ret+}) - X(t_{ret-}) = X(t_{ret}(t, X_+)) - X(t_{ret}(t, X_-))$$

$$= (Vt_{ret+} + X_+) - (Vt_{ret-} + X_-) = V(t_{ret+} - t_{ret-}) + \frac{l}{\gamma}$$

aproximace krátké tyče

$l \ll ct_{ret}$ tj. $X_\pm \ll ct_{ret}$

$$t_{ret+} - t_{ret-} \approx \left.\frac{\partial t_{ret}}{\partial X_T}\right|_{X_T=0}(X_+ - X_-) = \gamma^2\left(\frac{V}{c^2} - \frac{\frac{tV}{c^2}}{\sqrt{\left(\frac{tV}{c}\right)^2 + \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\frac{y_P^2}{c^2}}}\right)\frac{l}{\gamma}$$

$$\bar{l} \approx \gamma^2\frac{V^2}{c^2}\left(1 - \frac{t}{\sqrt{\left(\frac{tV}{c}\right)^2 + \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\frac{y_P^2}{c^2}}}\right)\frac{l}{\gamma} + \frac{l}{\gamma} = l\gamma\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\frac{t}{\sqrt{\left(\frac{tV}{c}\right)^2 + \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\frac{y_P^2}{c^2}}}\right)$$

$$= l\gamma\left[1 \mp \frac{V}{c}\left(1 + \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\left(\frac{y_P}{Vt}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \qquad \leftarrow \text{znaménko} \quad \begin{matrix} - & \text{pro } t>0 \\ + & \text{pro } t<0 \end{matrix}$$

aproximace velkých časů

$$\left(\frac{y_P}{Vt}\right)^2 \ll 1 \Rightarrow \quad \bar{l} = l\gamma\left(1 \mp \frac{V}{c}\right) = \begin{cases} l\sqrt{\frac{c-V}{c+V}} & \text{pro } t \to +\infty \quad < l\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \\ l\sqrt{\frac{c+V}{c-V}} & \text{pro } t \to -\infty \quad > l\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \end{cases} \qquad V>0$$

Image Shading Taking into Account Relativistic Effects

MENG-CHOU CHANG, FEIPEI LAI and WEI-CHAO CHEN
National Taiwan University

This article is concerned with creating more realistic images of 3D scenes which are moving relative to the viewer at such high speeds that the propagation delay of light signals and other relativistic effects can not be neglected. Creating images of 3D scenes in relativistic motion might have important applications to science-fiction films, computer games, and virtual environments. We shall discuss the following problems: (1) how to determine the visual appearance of a rapidly moving object, (2) how to determine the apparent radiance of a scene point on a moving object, (3) how to determine the incident irradiance at a scene point coming from a moving light source, (4) how to determine the color of a rapidly moving object, and (5) how to generate shadows when there are relative motions between the viewer, the scenes, and the light sources. Detailed examples are also given to show the result of shading with the relativistic effects taken into account.

Categories and Subject Descriptors: I.3.7 [**Computer Graphics**]: Three-Dimensional Graphics and Realism—*color, shading, shadowing, and texture*; J.2 [**Computer Applications**]: Physical Science and Engineering—*physics*

General Terms: Algorithms, Theory

Additional Key Words and Phrases: Aberration of light, Doppler effect, Lorentz transformation, shading, shadow, special relativity.

1. INTRODUCTION

In traditional computer graphics, an underlying assumption is that the speed of light is infinite or the speeds of the scenes relative to the viewer are very small compared to that of light so that the propagation delay of light signals and other relativistic effects can be neglected. For example, in some science-fiction movies and computer games, an object (e.g., a space ship) may move with a speed comparable to that of light, but nothing in its shape, brightness, color, or shadow shows the consequences of special relativity. Although we can not experience directly the fundamental phenomena that special relativity predicts, one would like to experience the

Authors' address: National Taiwan University, Department of Computer Science and Information Engineering, Tapei, Taiwan, R.O.C.

ACM Transactions on Graphics, Vol. 15, No. 4, October 1996, Pages 265–300.

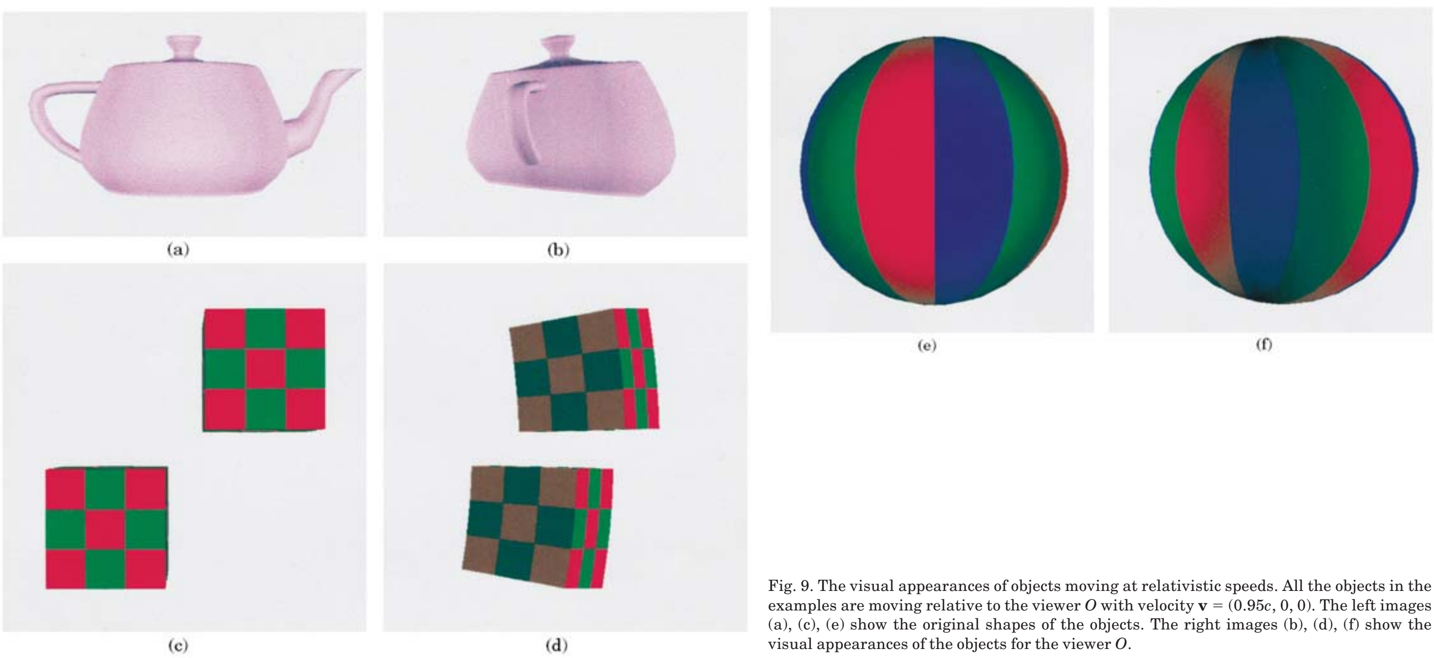


Fig. 9. The visual appearances of objects moving at relativistic speeds. All the objects in the examples are moving relative to the viewer O with velocity $\mathbf{v} = (0.95c, 0, 0)$. The left images (a), (c), (e) show the original shapes of the objects. The right images (b), (d), (f) show the visual appearances of the objects for the viewer O.

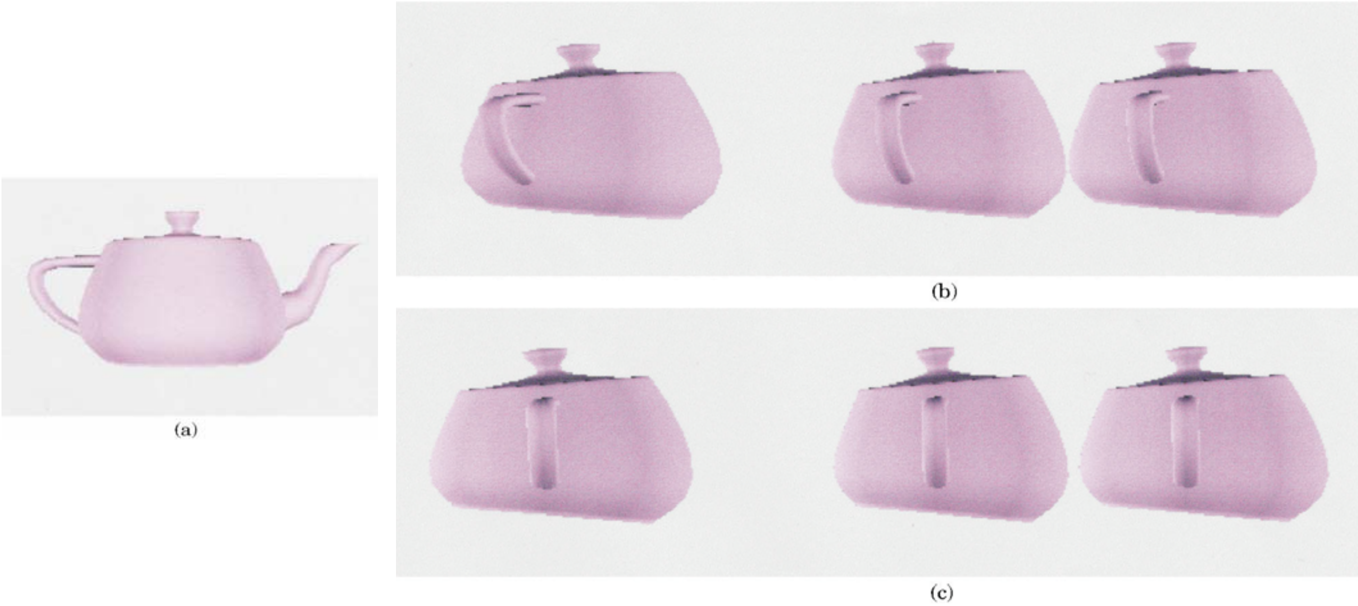


Fig. 10. Visual appearance of a moving teapot. (a) The teapot is still relative to the viewer. (b) The teapot is moving from the left to the right with a speed of $0.95c$. (c) The teapot is moving from the left to the right with a speed of $0.999c$.

Fig. 11. Original appearance of the STREET.

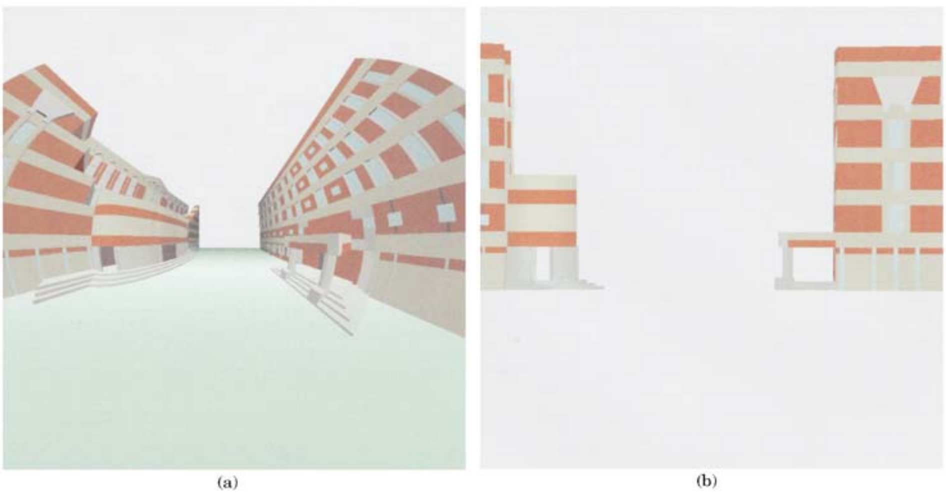


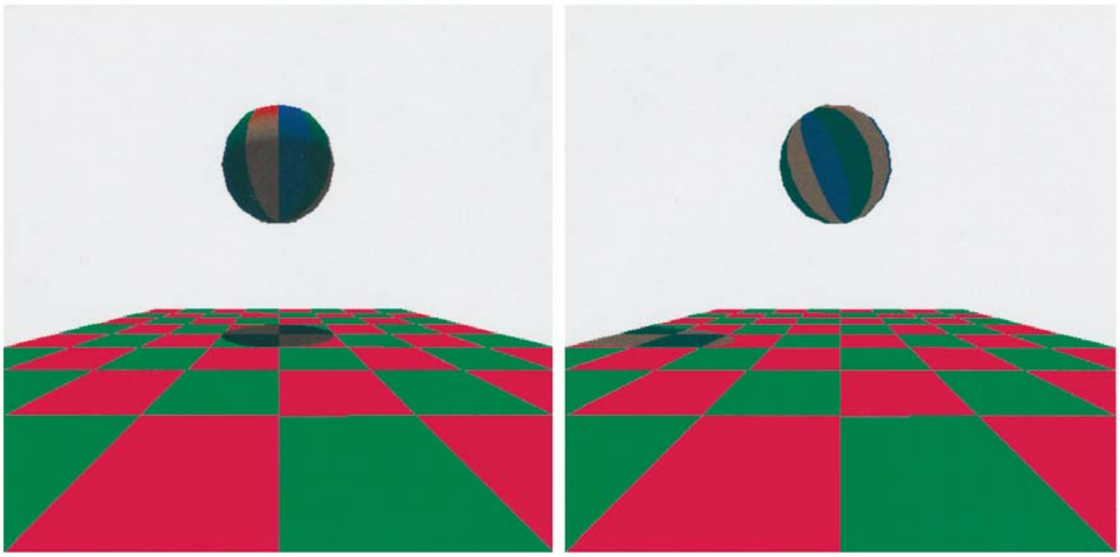
Fig. 12. Apparent appearance of the STREET with respect to a moving viewer. (a) The viewer is rushing into the street with a speed of $0.99c$. (b) The viewer is rushing out of the street with a speed of $0.99c$.

(a)

(b)

Fig. 15. Effects produced by the motion of light sources. (a) The teapot is moving relative to the viewer with a velocity of $(0.95c, 0, 0)$, and the light sources are at rest in the coordinate system of the viewer. (b) The light sources are moving relative to the teapot with a velocity of $(-0.95c, 0, 0)$, and the viewer is still relative to the teapot.

Fig. 17. Variation in color due to the Doppler effect. The teapot is moving from the left to the right with a speed of $0.5c$, and the light sources are at rest in the coordinate system of the teapot.



(a) (b)

Fig. 18. Effect of generating shadows with the relativistic effects taken into account. (a) The sphere is still relative to the viewer. (b) The sphere is moving with a velocity of $(0.95c, 0, 0)$ with respect to the viewer.