

Speciální teorie relativity

NOFY023

prof. RNDr. Pavel Krtouš, Ph.D.

ZS: 2/0 Zk - podzim 2021

STR jako teorie prostoru a času

Od Newtona k Einsteinovi.

Newtonův absolutní prostor a čas, inerciální soustavy, princip relativity, nemožnost identifikace absolutního prostoru. Maxwellova teorie a její neinvariance, teorie éteru. Michelsonův-Morleyův experiment. Lorentzova-Fitzgeraldova teorie, Einsteinova relativita.

Základní kameny STR.

Prostoročasový popis. Konečnost maximální rychlosti pohybu těles. Netriviálnost kauzální struktury. Vlastní čas. Světočáry volných těles. Inerciální soustavy. Princip relativity, isotropie a homogenita.

Budování geometrie prostoročasu

Kauzální struktura.

Kauzální ovlivnitelnost, fyzikální signál, kauzální vztah dvou událostí. Světelný kužel. Kauzální klasifikace světočar. Neexistence kanonické současnosti.

Inerciální struktura.

Přímky jako světočáry volných pozorovatelů. Podprostory v prostoročase. Rovnoběžnost. Tuhá soustava pozorovatelů. Afinní struktura prostoročasu. Prostoročasové diagramy.

Metrická struktura.

Měření času, vzdáleností, úhlů a rychlostí. Minkowského geometrie - geometrie prostoročasu. *Analogie mezi euklidovskou a Minkowského geometrií.*

Současnost a synchronizace hodin.

Současnost vzhledem k soustavě, světelná synchronizace hodin. Nadroviny současnosti, kolmost na světočáry klidných pozorovatelů. Neekvivalence současnosti vzájemně pohybujících se soustav. Prostoročasové diagramy přizpůsobené různým soustavám. Relativita časové následnosti.

Prostorové vzdálenosti a prostorová geometrie.

Světelné měření prostorových vzdáleností. Homogenita v čase. Prostorová geometrie je euklidovská. Kartézské soustavy v prostoru.

Inerciální soustavy.

Definice inerciální soustavy. Inerciální souřadnice. Vztah dvou inerciálních soustav.

Poznámka o jednotkách času a vzdálenosti.

Metr a sekunda jako jednotky pro stejnou veličinu. Konvenčnost rychlosti světla v inerciální soustavě. Rozdílné škály pro prostorové a časové směry. *Prostorová analogie.*

Prostoročasový interval.

Rovnice pro světelný signál v inerciálních souřadnicích. Linearita transformačních vztahů a její důsledky. Prostoročasový interval, stejnost jeho tvaru ve všech inerciálních soustavách. Význam prostoročasového intervalu. Prostoročasová geometrie.

Minkowského geometrie

Základy Minkowského geometrie.

Prostoročasový interval jako vzdálenost. Klidový čas a klidová vzdálenost.

Lorentzovy transformace.

Vztah dvou inerciálních soustav, linearita transformací, invariance prostoročasového intervalu, pseudoortonormální transformace.

Speciální Lorentzovy transformace.

Pohyb podél osy x , řešení v 1+1 dimenzi. Rapidita a rychlost. Inverzní transformace. Galielova transformace pro malé rychlosti.

Vsuvka o hypergoniometrických funkcích.

Funkce Cosh, Sinh, Tanh. Definice, vztahy, derivace, součtové vzorce. Vztah ke goniometrickým funkcím.

Goniometrie v Minkowského geometrii.

Pseudokružnice. Rapidita, pseudoúhel a úhel. Prostoročasový pravoúhlý trojúhelník s časupodobnou a prostorupodobnou přeponou. Rovnice pseudokružnice. Rindlerovské (pseudopolární) souřadnice. Coshinova a příbuzné věty. Pseudosféry.

Veličiny měřené z hlediska inerciální soustavy

Rozštěpení prostoročasu na prostor a čas.

Překlad z prostoročasového jazyka do jazyka prostoru a času.

Dilatace času.

Časový interval mezi dvěma událostmi. Časový úsek vzhledem k soustavě.

Dilatace času, prostoročasové znázornění. Prostorová analogie.

Kontrakce délek.

Velikost objektu. Vlastní délka tyče. Velikost vzhledem k soustavě. Kontrakce

délek, prostoročasové vyjádření. Prostorová analogie.

Skládání rychlostí.

Rychlost a rapidita. Relativní rychlost dvou objektů. Skládání rapidit a rychlostí dvou inerciálních soustav. Složení dvou Lorentzových transformací. Rychlost světelného signálu vůči inerciálním soustavám.

Matematický aparát

Prostorčas jako čtyřdimenzionální afinní prostor.

Prostorčas – prostor událostí. 4-vektory, 4-kovektory, duální báze.

Prostorčasové tenzory, komponenty tenzorů, zúžení (kontrakce), tenzory jako lineární zobrazení.

Minkowského geometrie.

Pseudoskalární součin a Minkowského metrika. Význam pseudoskalárního součinu. Zvyšování a snižování indexů.

Časové a prostorové složky.

Inerciální soustava, pseudoortonormální báze. Časová normála a prostorové 3-vektory.

Prostorčasový gradient.

Gradient a derivace ve směru. Komponenty gradientu. Rozštěpení na časovou a prostorovou část. Gradient tenzorů.

Transformace komponent tenzorů.

Transformace bází, transformace komponent tenzorů, pseudoortonormální transformace.

Globální a lokální popis.

Globálnost inerciálních souřadnic. Obecné křivočaré souřadnice, asociované báze vektorů a forem. Derivace ve směru, gradient v křivočarých souřadnicích.

Změna souřadnic, transformace komponent tenzorů. Jednoznačnost třídy inerciálních souřadnic.

Popis světočáry, relativistické efekty a “paradoxy”

Popis světočáry částice.

Světočára, tečný vektor. Hmotné a “nulové” částice. Světočáry volných částic.

Světočára hmotné částice.

Vlastní čas, 4-rychlost, 4-zrychlení. Rozštěpení 4-rychlosti, 3-rychlost.

Rozštěpení 4-zrychlení, 3-zrychlení, význam velikosti 4-zrychlení.

Hyperbolický pohyb.

Pohyb po pseudokružnici - 4-rychlost a 4-zrychlení, vlastní čas.

Paradox dvojčat.

Závislost vlastního času na světočáře. Reálnost efektu, neekvivalence různých světočar. Euklidovská analogie. Model konstantní rychlosti. Model konstantního zrychlení. Příklad “cesty ke hvězdám”.

Kruhový pohyb.

Pohyb po kružnici - 4-rychlost a 4-zrychlení, vlastní čas. Paradox dvojčat na příkladu mionového urychlovače.

Relativistické efekty a “paradoxy”.

Rozpad mionu v atmosféře - dilatace času v praxi. Dlouhé auto v krátké garáži.

Relativistický rytířský souboj. Urychlování vlaku.

Šíření světelného signálu a vzhled objektů

Nulové částice.

Světločára a tečný vektor. Světločára nulové částice jako geometrická aproximace k poli. Vlnoplocha, frekvence, vlnový vektor a vlnový 4-vektor. Přímost nulových paprsků, afinní parametrizace, význam škály vlnového 4-vektoru. Prostor počátečních podmínek částice.

Doplerův jev a aberace.

Speciální Doplerův jev - geometrické odvození a rozklad vlnového 4-vektoru. Obecný Doplerův jev a aberace.

Vzhled objektů.

Relativistická změna rozměrů, retardace světelného signálu, způsob zobrazování objektu. Pohybující se tyč, aproximace krátké tyče. Deformace obrazu složitějších objektů - ukázky.

Symetrie Minkowského prostoročasu

Isometrie Minkowského geometrie.

Aktivní a pasivní transformace zachovávající metriku. Grupa symetrií.

Poincarého grupa a její podgrupy.

Lorentzova grupa.

Dvoudimenzionální transformace, rotace a boosty. Nezávislé transformace ve 2, 3 a 4 dimenzích. Skládání transformací. Obecná Lorentzova transformace.

Relativistické srážky

4-hybnost a klidová hmotnost.

Srážky - nejjednodušší interakce, 4-hybnost jako míra pohybu, klidová hmotnost, částice nulové klidové hmotnosti

Zákon zachování 4-hybnosti.

Zachování 4-hybnosti. Pravidla pro směr u klasických srážek, kvantové procesy. Základní srážkové procesy. Formulace srážkové úlohy.

Nerelativistické srážky.

Zákon zachování hmotnosti, hybnosti a energie. Elastické a neelastické srážky.

Rozštěpení 4-hybnosti.

Interpretace 4-hybnosti. 3-hybnost, relativistická hmotnost, energie. Vztah energie a hmotnosti. Hybnost a energie pro světelné částice.

Nejjednodušší relativistické srážky.

Syntéza, nárůst klidové hmoty. Rozpad, úbytek hmoty a relativní rychlost výsledných produktů. Elastický rozptyl, těžišťová soustava. Obecná 2-2 srážka, Mandelstamovy proměnné, tvar 4-hybností, úhel roviny dopadu a rozpadu, relativní rychlosti. Anihilace.

Tachyony.

Kauzální charakter 4-hybnosti. Virtuální částice.

Dynamika relativistické částice

Relativistická pohybová rovnice, 4-síla.

Pohybová rovnice, 4-síla, tvorba klidové hmotnosti, rozštěpení 4-síly v inerciální soustavě, složka neměnní klidovou hmotnost, klidová síla, síla ve směru a kolmo na pohyb.

Druhy 4-sil.

4-síla zachovávající klidovou hmotnost. Nulová 4-síla, vztah růstu klidové hmotnosti a zrychlení.

Mechanické modely 4-síly.

Raketový pohon, fotonová raketa. Tlak hmoty. Odraz hmoty - model ortogonální síly.

4-síla generovaná polem.

4-síla skalárního pole. Lorentzova síla elektromagnetického pole

Síla pro hyperbolický pohyb.

Hyperbolický pohyb (opakování), konstantnost klidového zrychlení. 4-síla zachovávající klidovou hmotnost, konstantnost 3-síly. Nulová síla - fotonová raketa. "Tlačení" paprskem. Skalární síla, konstantní elektrická síla.

Relativistická formulace elektrodynamiky

Klasická formulace.

Zdroje, skalární a vektorový potenciál, elektrická intenzita a magnetická indukce, Maxwellovy rovnice, Lorentzova síla.

4-proud, 4-tok náboje.

Náboj, hustota náboje, 4-tok náboje. Obecný 4-proud, kauzální charakter proudu.

4-potenciál a Maxwellův tenzor.

4-potenciál. Maxwellův tenzor. Vztah Maxwellova tenzoru k 4-potenciálu.

Relativistický tvar Maxwellových rovnic.

Zdrojové rovnice. Potenciálové rovnice.

Lorentzova 4-síla.

Hustota Lorentzovy 4-síly, konvekční proud. Lorentzova 4-síla na částici.

4-potenciál a kalibrační volnost.

Rovnice pro 4-potenciál. Kalibrační volnost 4-potenciálu, kalibrační podmínky. Lorentzova kalibrace. Coulombova kalibrace. Weylova kalibrace

Duál Maxwellova tenzoru a skalární invarianty.

Levi-Civitův tenzor ve 3 a 4 dimenzích. Hodgeova dualita, duál Maxwellova tenzoru. Dualita vakuových Maxwellových rovnic. Skalární invarianty elektromagnetického pole.

Lorentzova transformace elektromagnetického pole.

Transformace 4-proudu, 4-potenciálu, Maxwellova tenzoru. Transformace elektrické intenzity a magnetické indukce.

Akční principy pro relativistickou částici

Princip extrémální akce.

Geometrická akce pro relativistickou částici.

Popis částice. Akce. Variační úloha. Parametrizace světočáry. Variace akce.

Pohybové rovnice, 4-síla elektromagnetického pole.

Lagrangeovský formalismus vůči inerciální soustavě.

Třírozměrný přepis akce. Lagrangián relativistické částice. Lagrangeovy rovnice.

Hamiltonovský formalismus.

Lagrangián. Kanonická hybnost. Hamiltonián. Hamiltonovy kanonické rovnice.

Formalismus “vnitřního” času.

Vnitřní čas. Kvadratická akce a kovariantní Lagrangián, pohybové rovnice.

Klidová hmotnost, zobecněná energie. Vlastní čas a 4-rychlost. Hamiltonián.

Princip extrémální akce pro srážky.

Akce interagujících částic. Popis srážky, graf interakce. Variace akce. Rovnice pohybu, zákony zachování 4-hybnosti. Řešení pro světočáry a pro polohy interakcí. Vnitřní a vlastní čas, 4-hybnost a klidová hmotnost. Srážková úloha v řeči poloh a vnitřních časů. Srážková úloha v řeči hybností a hmotností.

Akční principy pro pole

Variace podle pole.

Variace jako zobecnění derivace.

Skalární pole.

Akce pro skalární pole. Výpočet variace. “Per-partes” a Gaussova věta. Klein-Gordonova rovnice, zdrojový člen.

Elektromagnetické pole.

Akce elektromagnetického pole. Variace podle 4-potenciálu. Maxwellovy rovnice, zdrojový člen.

Nabitý hmotný prach a tenzor energie-hybnosti

Nekoherentní prach.

Soubor nezávislých částic. Přepis veličin popisující částice. Pohybová rovnice pro prach, její 3+1 rozštěpení.

Pohybová rovnice jak bilance tenzoru energie-hybnosti.

Tenzor energie-hybnosti pro prach. Pohybové rovnice jako rovnice kontinuity. 4-síly jako zdroje 4-hybnosti.

Tenzor energie-hybnosti pole.

4-síly jako ztráta 4-hybnosti pole. Zákon zachování celkové 4-hybnosti. Tenzor energie-hybnosti elektromagnetického pole.