

# Proseminář teoretické fyziky II - NTMF029

## Zápočtový problém

Termín odevzdání 7.5.2020

Odevzdávejte emailem na adresu: ota.svitek@gmail.com

Řešení úkolu bude hodnoceno buď jako správné nebo jako neúplné.

Neúplná řešení budou vrácena k dopracování.

- a) Nalezněte Greenovu funkci  $G(x, y)$  operátoru  $-\frac{d^2}{dx^2} + \frac{6}{x^2}$  na intervalu  $\langle \epsilon, 1 \rangle$  (kde  $\epsilon \in (0, 1)$ ) vyhovující Dirichletovým okrajovým podmínkám. Tedy nalezněte řešení rovnice

$$-\frac{d^2}{dx^2}G(x, y) + \frac{6}{x^2}G(x, y) = \delta(x - y), \quad x, y \in \langle \epsilon, 1 \rangle,$$

splňující

$$G(\epsilon, y) = G(1, y) = 0.$$

Ověřte, že platí  $G(x, y) = G(y, x)$ .

- b) Proveďte limitu Greenovy funkce pro  $\epsilon \rightarrow 0$  a ověřte, že výsledná Greenova funkce  $G_0$  splňuje Dirichletovy okr. podmínky v  $x = 0$ .

- c) Nalezněte řešení rovnice

$$-\frac{d^2}{dx^2}f(x) + \frac{6}{x^2}f(x) = j(x)$$

splňující Dirichletovy okr. podmínky na  $\langle 0, 1 \rangle$ , které je obecně dané vztahem

$$f(x) = \int_0^1 G_0(x, y)j(y)dy,$$

pro pravou stranu tvaru

$$j(x) = \frac{1}{2} - \left| x - \frac{1}{2} \right|.$$

- d) Pravou stranu a výsledek vykreslete nebo načrtněte.