Zápočtová úloha z MC 1 – datum odevzdání 2. 12. 2023

Náhodné procházky na mřížce v rovině

Cílem je simulovat a statisticky zpracovat alespoň dva různé typy náhodných procházek na mřížce v rovině, kdy všechny kroky mají stejnou délku $d = 1$, ale směr se náhodně vybere z několika možných.

Podrobné zadání

Pro alespoň dva typy níže popsaných procházek na mřížce (můžete např. porovnat dvě různé procházky na čtvercové mřížce, nebo jednu procházku na různých mřížkách) generujte náhodné procházky začínající ve stejném místě a určete střední (Euklidovskou) vzdálenost R od počátku a její standardní odchylku σ jako funkce celkového počtu kroků procházky n. Pro každou zvolenou hodnotu n, pro kterou budete dělat náhodné procházky, vygenerujte alespoň 10000 nezávislých náhodných procházek.

Ověřte, že závislost $R(n)$ má obecně tvar

$$R(n) \doteq c\, n^{\alpha} \tag{1}$$

a určete konstantu c a exponent α pomocí metody nejmenších čtverců (zde můžete použít např. funkci FIT v Gnuplotu nebo nějakou funkci z knihovny pro fitování, která je k dispozici ve zvoleném programovacím jazyce, není nutné fitování programovat). Namísto fitování exponenciální závislosti můžete fitovat lineární závislost logaritmu $R(n)$ na logaritmu počtu kroků n

$$\ln R(n) \doteq \ln c + \alpha \ln n\,. \tag{2}$$

Typy procházek na rovinné čtvercové, trojúhelníkové nebo hexagonální mřížce, které můžete studovat:

1. **prostá náhodná procházka** – jednotlivé kroky lze provádět do libovolného z možných směrů se stejnou pravděpodobností,
2. **náhodná procházka bez okamžitých návratů** – v každém kroku je možné jít libovolným možným směrem se stejnou pravděpodobností kromě okamžitého návratu zpět na místo, které bylo navštíveno v předchozím kroku, první krok celé procházky může být libovolným směrem,
3. **náhodná procházka bez křížení** – krok je dovolen pouze na místo, které ještě během probíhající náhodné procházky nebylo navštíveno, v daném kroku mají všechny dostupné směry stejnou pravděpodobnost; pokud procházka skončí po $k < n$ krocích, pak ji k určení střední hodnoty pro n nepoužijte.

Pokud máte zájem, můžete též najít průměrný počet kroků náhodné procházky bez křížení než dojde k zastavení (překřížení), tento průměr by měl být mezi 70–71 kroky, viz J. Chem. Phys. 81 (1984) 584.

Výstupy pro odevzdání úlohy

Odladěný program, soubor(y) s daty pro vykreslení závislosti $R(n)$ včetně standardní odchylky pro alespoň dvě procházky různého typu a graf(y) zobrazující tuto závislost opět včetně standardní odchylky, která může být zobrazena např. pomocí *error bars*, nebo jako $R(n) \pm \sigma(n)$.