

## 2D Isingův model

Simulujte dvourozměrný Isingův model pomocí metody Monte Carlo, určete teplotní závislosti termodynamických veličin a odhadněte z nich kritickou teplotu, pod kterou dochází ke spontánní magnetizaci (fázový přechod druhého druhu).

### Podrobné zadání

Napište program, který bude simulovat dvourozměrný Isingův model s nulovým magnetickým polem  $B = 0$  na čtvercové mřížce s  $n \times n$  spiny a periodickými okrajovými podmínkami. Hamiltonián tohoto systému je

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle \alpha\beta \rangle} s_\alpha s_\beta,$$

kde spiny  $s_\alpha$  mohou nabývat hodnot  $\pm 1$  a suma běží přes všechny nejbližší sousedy (každý spin má 4 sousedy). Pro jednoduchost položte vazbovou konstantu  $J = 1$  a Boltzmannovu konstantu  $k_B = 1$  (jde jen o volbu vhodných jednotek).

Použijte metodu Monte Carlo a Metropolisův algoritmus k vygenerování dostatečného počtu konfigurací, pomocí kterých určíte průměrnou hodnotu magnetizace, susceptibility, vnitřní energie a specifického tepla (viz poznámky k přednášce a ukázka v *Mathematice* pro jednorozměrný případ) jako funkce teploty na intervalu  $1.5 < T < 3.0$ . Simulaci proveďte pro různě velké mřížky s  $n = 16, 32, 64$  a z pozic maximálních hodnot specifického tepla odhadněte kritickou teplotu  $T_c$ .

Jako výchozí zvolte konfiguraci se všemi spiny nahoru ( $s_\alpha = +1$ ), díky čemuž by měla simulace skončit převážně na horní křivce pro spontánní magnetizaci. Průměrujte přes alespoň 100 nezávislých simulací, abyste dostali hladší závislosti na teplotě. Změny konfigurací provádějte pomocí tzv. *sweepů*, kdy postupně zkoušíte změnit každý spin na mřížce, přičemž změnu přijímáte podle Metropolisova algoritmu. Na začátku systém termalizujte (mělo by stačit kolem 50 sweepů pro všechny teploty). Poté proveďte alespoň 500 sweepů a k měření (průměrování) použijte pouze konfigurace obdržené na konci každého sweepu.

### Výstup

Pro splnění úlohy je nutné odevzdat program, který simuluje výše popsany 2D Isingův model, a dále výstupní soubor(y) obsahující závislost výše uvedených termodynamických veličin na teplotě a grafy ukazující tyto závislosti.