$\Rightarrow B+\bar{B}=0$ ale z ② musí B být reálné

$\Rightarrow B=0$

$\Rightarrow$

Věta:

Riemannovu tensoru ve vakuu odpovídá spinor 4. řádu symetrický ve všech 4 indexech

$\phi_{AB}\ldots$

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} \longleftrightarrow A_{ABCD}\,\varepsilon_{\dot{W}\dot{X}}\,\varepsilon_{\dot{Y}\dot{Z}} + \varepsilon_{AB}\,\varepsilon_{CD}\,\bar{A}_{\dot{W}\dot{X}\dot{Y}\dot{Z}}$$

$C_{\alpha\beta\gamma\delta} \longleftrightarrow$

$B\dot{W}\,B\dot{X}\,C\dot{Y}\,D\dot{Z}$

Pozn. Když nejsme ve vakuu, můžeme z Riem. tensoru (kt. ovšem nyní nesplňuje $R_{\alpha\beta}{}^{\beta}{}_{\delta}=0$) vytvořit tzv. Weylův tensor $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$, který splňuje symetrie vakuového Riem. tensoru

Je definován:
$$C^{\alpha\beta}{}_{\gamma\delta} = R^{\alpha\beta}{}_{\gamma\delta} - 2\,\delta^{[\alpha}_{[\gamma}\left(R^{\beta]}{}_{\delta]} - \frac{1}{6}R\,\delta^{\beta]}_{\delta]}\right)$$

Jemu tedy v obecném případě (když ne ve vakuu) odpovídá sym. ~~tensor~~ spinor 4. řádu. … Weylův spinor.

…… logicky by patřila interpretace ξ^A jako prapor (nedělám)

Kanonický rozklad symetrického spinoru. Petrovova klasifikace.

Vezměme P-spinor symetrický ve všech indexech

$\underbrace{\phi_{AB\ldots K}}_{P}$ … utvořme polynom

$\phi_{AB\ldots K}\,\xi^A\xi^B\ldots\xi^K$

předpokládejme např. že $\xi^A=(1,\xi)$
toho lze vždy dosáhnout
když obecně $\xi^A=(\xi^1,\xi^2)$ … vezmeme
$\xi^A\frac{1}{\xi^1}$ tj. nezměníme ξ^A co „do směru"
jen násobeno komplex. číslem

$\phi_{1\ldots1}\,\xi^P$
$+\,\phi_{2\ldots2}\,\xi^P$

Pak $\phi_{AB\ldots K}\,\xi^A\ldots\xi^K$ je polynom nejvýše stupně P v komplex. proměnné ξ

Podle základní věty algebry lze psát:

$$\phi_{\dots}\xi^{\cdot}\xi^{\cdot}\dots\xi^{\cdot} = F(\xi) = \alpha_0 \underbrace{(\xi-\alpha)(\xi-\beta)\dots\dots(\xi-\varkappa)}_{p}$$

zavedeme-li $\alpha_A = (-\alpha \alpha_0, \alpha_0)$, $\beta_B = (-\beta, 1)\dots$

$\varkappa_K = (-\varkappa, 1)$,

můžeme psát

$$\underbrace{\phi_{AB\dots K}}_{2s}\,\xi^A\xi^B\dots\xi^K = \underbrace{(\alpha_A\,\xi^A)}_{\alpha_1\xi^1+\alpha_2\xi^2=}(\beta_B\,\xi^B)\dots(\varkappa_K\,\xi^K)$$

$$= (-\alpha\,1 + \alpha_0\xi)(-\beta\,1 + 1\xi)\dots(-\varkappa+\xi)$$

$$\Rightarrow \left(\phi_{AB\dots K} - \underbrace{\alpha_{(A}\beta_B\dots\varkappa_{K)}}\right)\xi^A\dots\xi^K = 0$$

níž nesymetrická část vypadne při vynásobení $\xi^A\dots\xi^K$

ξ^A je libovolné $\Rightarrow$

$$\phi_{AB\dots K} = \alpha_{(A}\beta_B\dots\varkappa_{K)}$$

$\alpha_A = \alpha\hat{\lambda}_A$

$\phi_{AB\dots K} = \alpha_{(A}\alpha_B\dots\alpha_{K)}$

$\alpha, \beta\dots$ jsou určeny až na multiplikativní konstanty

(přičemž musí stále $\prod_{\alpha=1}^{p} c^{\alpha} = 1$)

Víme z předchozího, že každý spinor α_A určuje reálný nulový vektor $k^\mu = \sigma^\mu_{A\dot{B}}\,\alpha^A\bar{\alpha}^{\dot{B}}$

"α^A" až na konst. $\Rightarrow$ každý $\alpha, \beta\dots$ určuje jednoznačně nulový směr

Tyto nulové směry ovšem nemusí být různé

podle toho kolik jich koinciduje můžeme klasifikovat

$\phi_{A\dots K}$

- Lemma I

Když $\Phi_{\alpha\beta\ldots\delta} X^\alpha X^\beta \ldots X^\delta = 0$

pro všechna X^α

$\Leftrightarrow \Phi_{(\alpha\ldots\delta)} = 0 \qquad \underbrace{\alpha\beta\ldots\delta}_{N \text{ indexů},\ \alpha = 1,\ldots d}$

Pozn. $\Phi(X) = \Phi_{\alpha\ldots\delta} X^\alpha \ldots X^\delta$

určuje jednoznačně tenzor $\Phi_{(\alpha\ldots\delta)}$

- Lemma 2

Jestliže

$$\underbrace{\Phi_{AB\ldots K}}_{p \text{ indexů}} = \Phi_{(AB\ldots K)} \neq 0, \qquad A, B \ldots = 1, 2$$

pak existují

$\alpha_A, \beta_A, \ldots \varkappa_A$ takové, že

$$\Phi_{AB\ldots K} = \alpha_{(A} \beta_B \ldots \varkappa_{K)},$$

přičemž tento rozklad je jednoznačný, až na koeficienty úměrnosti a přehození jednotlivých faktorů

viz $\alpha \leftrightarrow \beta$, atd.

viz

$\alpha_A \to c_\alpha \alpha_A$

$\beta_B \to c_\beta \beta_B$

$\vdots$

$\varkappa_K = c_\varkappa \varkappa_K,$

kde $c_\alpha \cdot c_\beta \cdots c_\varkappa = 1$

c_x komplex. čísla

Nejjednodušší případ je ϕ_{AB} ... elektromagnetické pole

pak dvě možnosti
- [1 1] ... obecné pole $\phi_{AB} = \alpha_{(A}\beta_{B)}$
- [2] ... nulové pole $\phi_{AB} = \alpha_A \alpha_B$

Věta

Je-li $\phi_{AB} = \alpha_A\alpha_B$, pak je-li $k^\mu = \sigma^\mu{}_{C\dot{Z}}\,\alpha^C \bar{\alpha}^{\dot{Z}}$,

je $F_{\alpha\beta}k^\beta = F^*_{\alpha\beta}k^\beta = 0$, $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = 0$, $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta *} = 0$

Důkaz:

$$F_{\alpha\beta} = \sigma_\alpha{}^{A\dot{W}}\sigma_\beta{}^{B\dot{X}}\left(\varepsilon_{AB}\underbrace{\bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}}}_{\bar{\alpha}_{\dot{W}}\bar{\alpha}_{\dot{X}}} + \underbrace{\phi_{AB}}_{\alpha_A\alpha_B}\varepsilon_{\dot{W}\dot{X}}\right) \Big/ \cdot\, \underbrace{\sigma^\beta{}_{C\dot{Z}}\,\alpha^C\bar{\alpha}^{\dot{Z}}}_{k^\beta}$$

ale $\sigma_\beta{}^{B\dot{X}}\sigma^\beta{}_{C\dot{Z}} = \delta^B_C\,\delta^{\dot{X}}_{\dot{Z}}$

$$\Rightarrow \underbrace{F_{\alpha\beta}k^\beta}_{=0} = \sigma_\alpha{}^{A\dot{W}}\left(\varepsilon_{AC}\bar{\alpha}_{\dot{W}}\bar{\alpha}_{\dot{Z}} + \alpha_A\alpha_C\varepsilon_{\dot{W}\dot{Z}}\right)\alpha^C\bar{\alpha}^{\dot{Z}}$$

(každý z obou členů $= 0$)

q.e.d.

podobně pro $F^*_{\alpha\beta}$

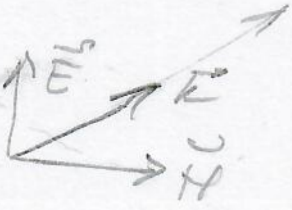
$\Rightarrow$ pro nulové EMP ex. nulový vektor k^α, kt. je vlastním vektorem F a F^* s vlastní hodnotou 0.

$$F_{\alpha\beta}k^\beta = F^*_{\alpha\beta}k^\beta = 0, \qquad F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = 0$$

tj. $\vec{E}\cdot\vec{k} = \vec{H}\cdot\vec{k} = 0$. $\qquad \vec{E}^2 - \vec{H}^2 = 0$

$\vec{E}\vec{k} = 0$ $\qquad F_{\alpha\beta}k^\beta = 0$ $\qquad k^\alpha = (k^0; \vec{k})$

$\phi_{AB} = \alpha_A\alpha_B$



$F_{\alpha\beta}F^{*\alpha\beta} = 0$

$\vec{E}\cdot\vec{H} = 0$

Klasifikace Weylova tensoru (Riemannova tensoru ve vakuu).

Víme, že mu přísluší sym. tensor 4. řádu

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} \longleftrightarrow \underline{A_{ABCD}}\, \varepsilon_{\dot W \dot X}\, \varepsilon_{\dot Y \dot Z} + \varepsilon_{AB}\, \varepsilon_{CD}\, \bar{A}_{\dot W \dot X \dot Y \dot Z}$$

Možnosti	Petrovův typ		rovnici již splňují R...
[1111]	I	$A_{ABCD} = \alpha_{(A}\beta_B\gamma_C\delta_{D)}$	$k_{[\alpha} R_{\beta]\gamma\delta[\mu} k_{\nu]} k^{\gamma} k^{\delta} = 0$
[211]	II	$A_{ABCD} = \alpha_{(A}\alpha_B\beta_C\gamma_{D)}$	- - —— -
[22]	D	$A_{ABCD} = \alpha_{(A}\alpha_B\beta_C\beta_{D)}$	
[31]	III	$\dots = \alpha_{(A}\alpha_B\alpha_C\beta_{D)}$	- - - -
[4]	N	$A_{ABCD} = \alpha_A\alpha_B\alpha_C\alpha_D$	$\underline{R_{\alpha\beta\gamma\delta} k^{\delta} = 0}$
—	0	$A_{\dots} = 0$ —	$R_{\dots} = 0$

Vzrůstající specialisace ... do Penroseova diagramu

$$\begin{tikzcd}
 & I_{[1111]} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
II_{[211]} \arrow[rr] \arrow[d] \arrow[dr] & & D_{[22]} \arrow[dl] \arrow[d] \\
III_{[31]} \arrow[r] & N_{[4]} \arrow[r] & O
\end{tikzcd}$$

$$\boxed{\text{peeling-off i rovinná vlna}}$$

geom. interpretace 1-spinoru

Zatím jsme nesvazovali spinory v různých místech

Můžeme však zavést axiomaticky kovariantní derivaci

$$\nabla_\alpha (S^{\cdots} + T^{\cdots}) = \nabla_\alpha S^{\cdots} + \nabla_\alpha T^{\cdots}$$

Leibnitz: $\nabla_\alpha (S^{\cdots} T^{\cdots}) = (\nabla_\alpha S^{\cdots}) T^{\cdots} + S^{\cdots} (\nabla_\alpha T^{\cdots})$

pak derivace skaláru: $\nabla_\alpha \varphi = \partial_\alpha \varphi$

realita: $\overline{\nabla_\alpha S^{\cdots}} = \nabla_\alpha \overline{S^{\cdots}}$

Komutace s ε_{AB} a $\sigma_\alpha{}^{B\dot{X}}$

$$\left.\begin{aligned} \nabla_\alpha \varepsilon_{AB} &= 0 \\ \nabla_\alpha \sigma_\beta{}^{B\dot{X}} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{jelikož}$$

$$g_{\alpha\beta} = \sigma_\alpha{}^{A\dot{X}} \sigma_\beta{}^{B\dot{Y}} \varepsilon_{AB} \varepsilon_{\dot{X}\dot{Y}}$$

že $\nabla_\alpha g_{\beta\gamma} = 0$

(Lze geometricky díky tomu, že lze geometricky 1-spinory)

$$\nabla_\alpha = \sigma_\alpha{}^{A\dot{X}} \nabla_{A\dot{X}} \longleftrightarrow \nabla_{A\dot{X}} = \sigma^\alpha{}_{A\dot{X}} \nabla_\alpha$$

Speciálně v plochém prostoru:

$\nabla_{A\dot{W}} = \dfrac{\partial}{\partial x^{A\dot{W}}}$, kde $x^{A\dot{W}} = \sigma_\mu{}^{A\dot{W}} x^\mu$

Věta

Lze ukázat, že rovnice pole ve vakuu pro obecné pole spinu s (s nulovou klidovou hmotou) mají tvar

$$\boxed{\nabla^{A\dot{X}} \phi_{\underbrace{AB\ldots K}_{2s}} = 0}$$

cvičení!

Pro $s = \frac{1}{2}$

$$\boxed{\sigma^{\mu A\dot{X}} \nabla_\mu \phi_A = 0}$$ Weylovy rovnice pro neutrino

$$\Rightarrow \underbrace{\sigma^{0A\dot{X}}}_{\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}} \partial_t \phi_A + \underbrace{\vec{\sigma}^{A\dot{X}}}_{\frac{1}{\sqrt{2}}(\text{Pauli})} \vec{\nabla} \phi_A = 0$$

$\partial_{A\dot{X}}$

$$\Rightarrow \boxed{\partial_t \phi = - \vec{\sigma} \vec{\nabla} \phi}$$

$\Rightarrow \partial_t \cancel{\phi_{\dot{X}} = - \vec{\sigma} \vec{\nabla} \phi_K}$ Schwebir

$$i\hbar \partial_t \phi = - c i\hbar \vec{\sigma} \vec{\nabla} \phi$$

~~nedat~~

Maxwellovy rovnice:

$$\boxed{\nabla^{A\dot{X}} \phi_{AB} = 0} \qquad (*)$$

nedat [redacted] $F^{\mu\nu} = \sigma^{\mu A\dot{W}} \sigma^{\nu B\dot{X}} \left(\varepsilon_{AB} \bar{\Phi}_{\dot{W}\dot{X}} + \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} \phi_{AB} \right)$

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = \left[\left(\varepsilon_{AB} \bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}} + \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} \phi_{AB} \right) \sigma^{\mu A\dot{W}} \sigma^{\nu B\dot{X}} \right]_{;\nu} =$$

$$= \sigma_{\nu C\dot{D}} \nabla^{C\dot{D}} \left[\sigma^{\mu A\dot{W}} \sigma^{\nu B\dot{X}} \left(\varepsilon_{AB} \bar{\Phi}_{\dot{W}\dot{X}} + \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} \phi_{AB} \right) \right] =$$

$\cdot\, \sigma^{\mu A\dot{W}}$; ∇_ν

$$= \varepsilon_{AB}\, \delta^{B}_{C}\, \delta^{\dot{X}}_{\dot{D}}\, \nabla^{C\dot{D}} \bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}} + \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}}\, \delta_{C}^{B}\, \delta^{\dot{X}}_{\dot{D}}\, \nabla^{C\dot{D}} \bar{\phi}_{AB} =$$

$$= \underbrace{\varepsilon_{AB} \nabla^{B\dot{X}} \bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}}}_{=0} + \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} \underbrace{\nabla^{B\dot{X}} \bar{\phi}_{AB}}_{} = \underbrace{\nabla^{B\dot{X}} \phi_{BA}}_{= 0 \text{ podle } (*)}$$

neb komplexní sdružené (*)

$\nabla^{\dot{A}\dot{X}} \bar{\phi}_{\dot{A}\dot{B}}$

Podobně

$$F^{*\mu\nu}{}_{;\nu} = i \left(\sigma^{\mu A\dot{W}} \sigma^{\nu B\dot{X}} \left(-\phi_{AB} \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} + \bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}} \varepsilon_{AB} \right) \right)_{;\nu} =$$

$$= i \left[-\sigma^{\mu A\dot{W}} \underbrace{\nabla^{B\dot{X}} \phi_{AB}}_{=0} \varepsilon_{\dot{W}\dot{X}} + \sigma^{\mu A\dot{W}} \underbrace{\nabla^{B\dot{X}} \bar{\phi}_{\dot{W}\dot{X}}\, \varepsilon_{AB}}_{=0} \right] = 0$$

$F_{[\mu\nu;\lambda]}$ gde. $= 0 \iff F^{*\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$

Geometrická interpretace 1-spinorů

ξ^A definuje reálný nulový vektor

$$\xi^\mu = \sigma^\mu_{A\dot X}\, \xi^A \bar\xi^{\dot X}$$

Když $\xi^A \to \xi^A e^{i\theta}$, θ reál., pak $\bar\xi^{\dot A} \to \bar\xi^{\dot A} e^{-i\theta}$

⇒ při této změně fáze spinoru se vektor ξ^μ nemění

⇒ nemohu přiřadit k ξ^A jednoznačně nulový vektor ξ^μ. --- raději musím uvažovat "$\xi^A \xi^B$" ...proto:

Penrose:

ξ^A mohu užít k definici (jednoduchého (simple)) bivektoru a pak mohu geometricky interpretovat i fázi.

Máme

$$F_{\mu\nu} = \sigma_\mu{}^{A\dot X}\sigma_\nu{}^{B\dot Y}\left(\boxed{\varepsilon_{\dot X\dot Y}}\,\phi_{AB} + \boxed{\varepsilon_{AB}}\,\bar\phi_{\dot X\dot Y}\right)$$

dosadíme $\boxed{\phi_{AB} = \xi_A \xi_B \;\Rightarrow\; \bar\phi_{\dot X\dot Y} = \bar\xi_{\dot X}\bar\xi_{\dot Y}}$

Zavedeme (pomocný) spinor η^A, který tvoří bázi s ξ_A, vyjádříme pomocí η_A

tj.

$$\xi_A \eta^A = 1 \;/\times 8 \Longleftrightarrow \boxed{\varepsilon_{AB} = \xi_A\eta_B - \eta_A\xi_B}$$

ověřme:

už máme obecně $\psi_{AB} - \psi_{BA} = \varepsilon_{AB}\,\psi_D{}^D$

tj. $\xi_A\eta_B - \xi_B\eta_A = \varepsilon_{AB}\,\underbrace{\xi_A\eta^A}_{=1}$

$\xi_{AB} - \xi_{BA}$

$= \xi_{AB}$

$\xi_A\eta_B$

$\xi_A\eta_B$

ε_{AB} vyjadřuji pomocí Int. 1* ξ_A, η_B viz další str. a pak zde výpočet

$$F_{\mu\nu} = \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \xi_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \; \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \xi_B \bar{\eta}_{\dot{Y}} -$$

$$- \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \xi_A \bar{\eta}_{\dot{X}} \; \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \xi_B \bar{\xi}_{\dot{Y}} \, \eta$$

$$+ \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \xi_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \; \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \bar{\xi}_{\dot{Y}} \eta_B$$

$$- \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \eta_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \; \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \xi_B \bar{\xi}_{\dot{Y}} \; \xi$$

Int 1*

$$= \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \xi_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \left[\sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \left(\xi_B \bar{\eta}_{\dot{Y}} + \bar{\xi}_{\dot{Y}} \eta_B \right) \right]$$

$$- \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \xi_B \bar{\xi}_{\dot{Y}} \left[\sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \left(\xi_A \bar{\eta}_{\dot{X}} + \eta_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \right) \right]$$

$$= \xi_\mu w_\nu - \xi_\nu w_\mu ,$$

kde $w_\mu = \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \left(\xi_A \bar{\eta}_{\dot{X}} + \eta_A \bar{\xi}_{\dot{X}} \right)$ je reálné

Dosadíme za ε do F:

$$F_{\mu\nu} = \sigma_\mu{}^{A\dot{X}} \sigma_\nu{}^{B\dot{Y}} \Big[\underbrace{(\bar{\xi}_{\dot{X}} \bar{\eta}_{\dot{Y}} - \bar{\eta}_{\dot{X}} \bar{\xi}_{\dot{Y}})}_{\varepsilon_{\dot{X}\dot{Y}}} \xi_A \xi_B + (\xi_A \eta_B - \eta_A \xi_B) \bar{\xi}_{\dot{X}} \bar{\xi}_{\dot{Y}} \Big]$$

že může

$$\boxed{F_{\mu\nu} = \xi_\mu w_\nu - \xi_\nu w_\mu},$$ viz na přeloženém listě na druhé straně

kde $w_\mu = \underbrace{\sigma_\mu{}^{B\dot{X}} (\xi_B \bar{\eta}_{\dot{X}} + \eta_B \bar{\xi}_{\dot{X}})}_{\text{je reálné}}$ ‖ pozn. ||

$\Rightarrow$ w_μ je reálné

Přitom $\boxed{w_\mu \xi^\mu = 0}$ $\Rightarrow$ w_μ je prostorové

(když ξ^μ je nulové)

w_μ je určeno nejednoznačně, protože η_A je určeno nejednoznačně – jediná podmínka, kt. jsme na η_A položili je aby $\xi_A \eta^A = 1$, tj. um. $\xi_A \tilde{\eta}^A = 1$

$\Rightarrow$ $\eta^A \to \tilde{\eta}^A = \eta^A + \lambda \xi^A$, viz se zmíní

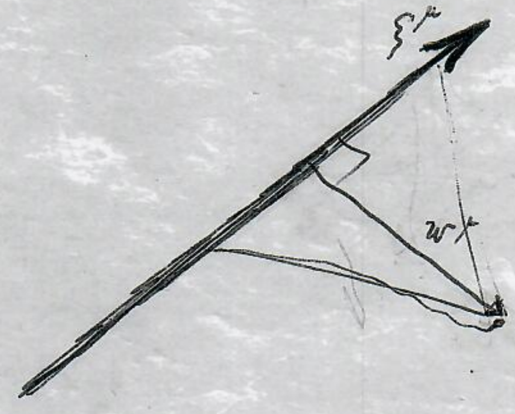
a

$$\tilde{w}_\mu = w_\mu + \underbrace{\sigma_\mu{}^{B\dot{X}} (\xi_B \bar{\lambda} \bar{\xi}_{\dot{X}} + \lambda \xi_B \bar{\xi}_{\dot{X}})}_{(\bar{\lambda} + \lambda)(\sigma_\mu{}^{B\dot{X}} \xi_B \bar{\xi}_{\dot{X}})} = \underbrace{(\bar{\lambda} + \lambda)}_{= k \text{ ... reálné}} \xi_\mu$$

tj. $w_\mu \to \tilde{w}_\mu = w_\mu + k \xi_\mu$

Při tom se ovšem $F_{\mu\nu}$ nemění, neboť hned na začátku je vidět, že $F_{\mu\nu}$ na změně η, tj. na w nezávisí

tedy ξ^A určuje 2-prostor daný ξ_μ a lib. w_μ, kt. je k ξ_μ ortogonální



Penrose: Praporek

žerď – směr ξ^μ

vlajka je určena bivektorem tensorem $F_{\mu\nu}$,

tj. tak říkajíc – fází ξ^A.

(viz $F_{\mu\nu} = \xi_\mu w_\nu - \xi_\nu w_\mu$ ... bivektor – normální

$\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ určuje 2plochu napnutou na ξ, w)

Při změně fáze:

$\xi^A \to \xi^A e^{i\theta}$, aby se zachovala podmínka pro bázi, musí

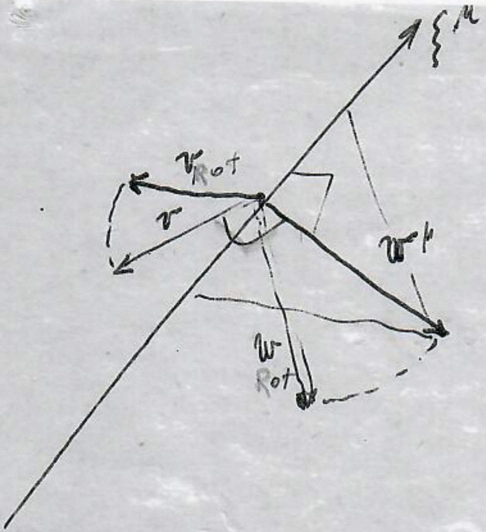
$$\eta^A \to \eta^A e^{-i\theta} \quad (+ (\text{příp.} + k\,\xi^A)$$

$$\Rightarrow w_\mu \to \sigma_\mu^{B\dot X} \left(\xi_B \bar\eta_{\dot X} e^{2i\theta} + \eta_B \bar\xi_{\dot X} e^{-2i\theta} \right)$$

Definujme $\boxed{v_\mu = i\,\sigma_\mu^{B\dot X} \left(\xi_B \bar\eta_{\dot X} - \eta_B \bar\xi_{\dot X} \right)}$ (je reálné!)

je vidět, že $v \perp w$, $v \perp \xi$ a že při $\xi^A \to \xi^A e^{i\theta}$, $\eta^A \to \eta^A e^{-i\theta}$

je $w_\mu \to w_\mu \cos 2\theta + v_\mu \sin 2\theta$



při $\xi^A \to \xi^A e^{i\Theta}$ str 4

~~se~~ vlajka ~~se~~ otočí

o 2Θ kolem žerdi

(Transformace $F_{\mu\nu}$ je rotace duality)

Pro $\Theta = \pi \Rightarrow \xi^A \to -\xi^A$ ale vlajka a žerď se nezmění (viz tj. o úhel 2π)

tato nejednoznačnost v signu dává tím, že spinorové transformace dávají dvouhodnotovou representaci Lorentzových transformací –

$\overline{\Phi}_{\dot{w}\dot{x}}$ *

$$F_{\alpha\beta}\cos\theta + F^{*}_{\alpha\beta}\sin\theta$$

$$\downarrow$$

$$\left(\varepsilon_{AB}\,\bar{\phi}_{\dot{w}\dot{x}} + \varepsilon_{\dot{w}\dot{x}}\,\phi_{AB}\right)\cos\theta + i\left(\varepsilon_{AB}\,\overline{\Phi}_{\dot{w}\dot{x}} - \varepsilon_{\dot{w}\dot{x}}\,\Phi_{AB}\right)\sin\theta$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

$$\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

ähnlich

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{AB}\,\overline{\Phi}_{\dot{w}\dot{x}}\,e^{i\theta} + \varepsilon_{\dot{w}\dot{x}}\,\phi_{AB}\,e^{-i\theta}$$

$$\xi^{\alpha} \longleftrightarrow \xi^{A}$$

$$\Phi_{AB} = \xi_A\,\xi_B$$

$$\cancel{\eta_A\,\xi^A = 1} \qquad \varepsilon_{AB} = \xi_A\eta_B - \xi_B\eta_A$$

$$\underline{\underline{\xi_A\,\eta^A = 1}}$$

$$F_{\mu\nu} = \xi_\mu w_\nu - \xi_\nu w_\mu\,, \qquad w_\mu = \sigma_\mu^{A\dot{x}}\left(\xi_A\bar{\eta}_{\dot{x}} + \bar{\xi}_{\dot{x}}\,\eta_A\right)$$