Iredicibilní reprezentace cyklických grup

- pokud je grupa generovaná jediným prvkem $g \in G$, pro který platí $g^n = e$ (např. v C_n jde o prvek $C_n = R_z(\frac{2\pi}{n})$), pak všechny komplexní IR musí být jednorozměrné (komutativní grupa)

  tj. $D^\mu(g)$ jsou čísla splňující $D^\mu(g)^n = 1 = D^\mu(e)$ pro $\forall \mu$

  a protože ostatní prvky G jsou násobky g, budou ostatní prvky reprezentovány násobky $D^\mu(g)$

- dostáváme tak n různých komplexních IR, pro každý kořen $z^n = 1$ jednu. Označíme-li $\varepsilon = e^{i\frac{2\pi}{n}}$, pak

C_n	e	g	g^2	...	g^{n-1}
$\Gamma^1 = A$	1	1	1	...	1
Γ^2	1	ε	ε^2	...	$\varepsilon^{n-1} = \varepsilon^*$
Γ^3	1	ε^2	ε^4	...	$\varepsilon^{2(n-1)} = (\varepsilon^*)^2$
$\vdots$					$\vdots$
Γ^{n-1}	1	ε^{n-2}	$\varepsilon^{2(n-2)}$	...	
Γ^n	1	$\varepsilon^{n-1} = \varepsilon^*$	$\varepsilon^{2(n-1)} = (\varepsilon^*)^2$	...	$\varepsilon^{(n-1)(n-1)} = (\varepsilon^*)^{n-1} = \varepsilon$

← totálně symetrická IR

ortogonální řádky a také sloupce

(*) $\Gamma^2, \ldots, \Gamma^n$: E_1, E_2, ...

(*) pro n liché bude $\frac{n-1}{2}$ dvojic IR, které budou tvořit 2-rozm. reálné IR

pro n sudé bude $\frac{n-2}{2}$ dvojic a navíc ještě jedna antisymetrická IR gener. $D(g) = -1$, kdy $D(g^{2k}) = 1$ a $D(g^{2k+1}) = -1$ která se obvykle značí u bod. grup B

- speciálně pro C_4

C_4	E	C_4	C_2	C_4^3
A	1	1	1	1
B	1	−1	1	−1
E {	1	i	−1	−i
	1	−i	−1	i

- ovšem pro komutativní 4-grupu ~ např. $C_{2v} = \{E, C_2, \sigma_v, \sigma_v'\}$ musí platit $D^\mu(g)^2 = 1$ pro všechny $g \in C_{2v}$, neboli $D^\mu(g) = \pm 1$

E	C_2	σ_v	σ_v'
C_2	E	σ_v'	σ_v
σ_v	σ_v'	E	C_2
σ_v'	σ_v	C_2	E

opět pouze 4 možnosti $\Rightarrow$ 4 jednorozm. IR

C_{2v}	E	C_2	σ_v	σ_v'
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	−1	−1
B_1	1	−1	1	−1
B_2	1	−1	−1	1

← neboť $D(\sigma_v') = D(C_2)D(\sigma_v)$

opět ortogonální řádky i sloupce