Generující funkcionál

multičásticové stavy

$$|f\, u_f : m_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{m_f!}}\, \hat{a}_f^{\dagger m_f} |f\,\text{vac}\rangle = \frac{1}{\sqrt{m_f!}} [u_f \cdot \delta]^{m_f} |f\,\text{coh}\ 0\rangle$$

$$|i\, u_i : m_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{m_i!}}\, \hat{a}_i^{\dagger m_i} |i\,\text{vac}\rangle = \frac{1}{\sqrt{m_i!}} [u_i \cdot \delta]^{m_i} |i\,\text{coh}\ 0\rangle$$

multičásticové amplitudy

$$\langle f\, u_f : m_f | i\, u_i : m_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{m_f!\, m_i!}} \left[u_f \cdot \delta_f^{m_f}\ u_i \cdot \delta_i^{m_i}\right] W(0,0)$$

kde $W(\phi_f | \phi_i)$ je generující funkcionál

$$W(\phi_f | \phi_i) = \langle f\,\text{coh}\ \phi_f | i\,\text{coh}\ \phi_i\rangle$$

generující funkcionál z S-matice

$$\langle f\,\text{coh} : \phi | = \langle i\,\text{coh} : S^{\dagger} \cdot \phi | \hat{S} \qquad \text{viz definice S-matice}$$

$$W(\phi_f, \phi_i) = \langle f\,\text{coh}\ \phi_f | i\,\text{coh}\ \phi_i\rangle = \langle i\,\text{coh}\ S^{\dagger} \cdot \phi_f | \hat{S} | i\,\text{coh}\ \phi_i\rangle$$

$$= \mathcal{O} \exp\left(\frac{1}{2}\phi_f \cdot V \cdot \phi_f + \frac{1}{2}\phi_i \cdot \Lambda \cdot \phi_i + \phi_f \cdot \underline{I} \cdot \phi_i\right)$$

↑ i-holomorfní repr. S-matice

multičásticové amplitudy se získají opakovaným variováním $W(\phi_f, \phi_i)$ podle ϕ_f a ϕ_i

způsob výpočtu - viz diagramatická notace dále

Vyjádření generujícího funkcionálu pomocí Feynmanovy gr. fce
chápeme teorii v prostoročasové oblasti Ω mezi nadplochami Σ_i a Σ_f
na Σ_i a Σ_f specifikujeme i-částicovou resp. f-částicovou interpretaci

$$\phi_i \cdot \Lambda \cdot \phi_i = \phi_i \cdot P_i^+ \cdot \partial f[\Sigma_i] \cdot G^+ \cdot \partial f[\Sigma_i] \cdot P_i^+ \cdot \phi_i$$

lokalizace na počáteční nadplochu Σ_i

na Σ_i $[\hat{\Phi}|_{\Sigma_i}, \hat{\Phi}|_{\Sigma_i}] = 0 \Rightarrow G^+|_{\Sigma_i} = G^F|_{\Sigma_i}$ - viz vztahy pro Gr. fo. $G^+ = G^F + iG_{adv}$

$$= (i\phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]_i^{+-}) \cdot G^F \cdot (i\phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]_i^{+-}) = i\partial J_i \cdot G^F \cdot i\partial J_i$$

$$\phi_f \cdot V \cdot \phi_f = \phi_f \cdot P_f^- \cdot \partial f[\Sigma_f] \cdot G^+ \cdot \partial f[\Sigma_f] \cdot P_f^- \cdot \phi_f$$

lokalizace na konečnou nadplochu Σ_f

na Σ_f $G^+ = G^F$

$$= (-i\phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]_f^{-+}) \cdot G^F \cdot (-i\phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]_f^{-+}) = i\partial J_f \cdot G^F \cdot i\partial J_f$$

$$\phi_f \cdot I \cdot \phi_i = -\phi_f \cdot P_f^- \cdot \partial f[\Sigma_f] \cdot G^+ \cdot \partial f[\Sigma_i] \cdot P_i^+ \cdot \phi_i$$

lokalizace na příslušné nadplochy Σ_f a Σ_i

$$\hat{\Phi}|_{\Sigma_f} \hat{\Phi}|_{\Sigma_i} = T \hat{\Phi}|_{\Sigma_f} \hat{\Phi}|_{\Sigma_i} \Rightarrow G^+|_{\Sigma_f \Sigma_i} = G^F|_{\Sigma_f \Sigma_i}$$

$$= (-i\phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]_f^{-+}) \cdot G^F \cdot (i\phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]_i^{+-}) = i\partial J_f \cdot G^F \cdot i\partial J_i$$

Zde jsme zavedli "zdroje na hranici"

$$\partial J_i = \phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]_i^{+-}$$

$$\partial J_f = -\phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]_f^{-+}$$

Zdroje nesou stejnou informaci jako módy ϕ_i, ϕ_f
plus projekci na ϕ_i^+ resp. ϕ_f^-

generující funkcionál

$$W(\phi_f, \phi_i) = \mathcal{O} \exp\left(\frac{1}{2} i\partial J_f \cdot G^F \cdot i\partial J_f + \frac{1}{2} i\partial J_i \cdot G^F \cdot i\partial J_i + i\partial J_f \cdot G^F \cdot i\partial J_i\right)$$

$$= \mathcal{O} \exp\left(\frac{1}{2} i(\partial J_f + \partial J_i) \cdot G^F \cdot i(\partial J_f + \partial J_i)\right)$$

můžeme zavést "sjednocující" zdroj na hranici

$$\partial J = \partial J_i + \partial J_f$$

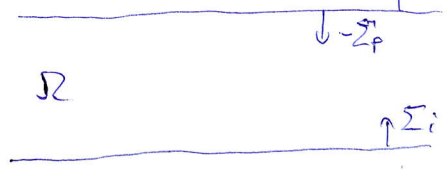
navíc zdroj na Σ_f lze chápat

$$\partial J_f = -\phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]_f^{-+} = \phi_f \cdot \partial f[-\Sigma_f]_{-f}^{+-}$$ změna orientace $\Sigma_f \Rightarrow$ změna $P_f^\pm = P_{-f}^\mp$

$$\partial J = \phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]_i^{+-} + \phi_f \cdot \partial f[-\Sigma_f]_{-f}^{+-} = \partial\phi \cdot \partial f[\partial\Omega]^{+-}$$

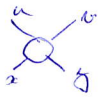
Zde $\partial\phi = \partial\phi_f \oplus \partial\phi_i$ jsou Cauchy data na $\partial\Omega = \Sigma_i - \Sigma_f$

$$W(\phi_f|\phi_i) = \mathcal{O} \exp\left(\frac{1}{2} i\partial J \cdot G^F \cdot i\partial J\right)$$



Diagramatické značení (Feynmanovy diagramy)

obecné diagramatické značení pro tenzorový počet
aplikovaný na funkcionální prostory

$\phi^x \hookrightarrow \overset{x}{\circ}$ $\quad J_x \hookrightarrow \bullet_x$ $\quad G^{xy} \hookrightarrow x\!-\!y$ $\quad {}^4C^{uvxy}$ 

typicky budeme vynechávat označení volné množiny, tj. $\overset{x}{\circ}$ místo ϕ^x
nebudeme rozlišovat polohu množiny (vektor vs. kovektor)
lze chápat, že množiny jsou dvojího typu: samečkové a samičkové
nebudeme vyznačovat, pouze implicitně $\bullet\!-\!\circ$ $\quad \circ\!-\!\bullet$
symetrický symbol pro tenzor bude implicitně předpokládat symetrii

$x\!-\!y = y\!-\!x$ ale $x \triangleright y \neq y \triangleright x$

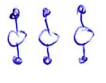
$\hookrightarrow {}^4C^{uvxy} = {}^4C^{(uvxy)}$

sčítání se vyznačuje spojením množinek

$\phi^x J_x \hookrightarrow \overset{\bullet}{\circ}$ $\qquad J_{1x} J_{2y} G^{xy} \hookrightarrow 1\!-\!\circ\!-\!2$

symetrické přefaktory (symetry-faktor)
diagram zahrnuje numerický faktor $\frac{1}{\#}$
kde # charakterizuje kolika způsoby lze diagram "obměnit"
bez toho aby se změnil (počet symetrických variant)

$\bullet\!-\!\circ\!-\!\bullet \hookrightarrow \underset{\#}{\frac{1}{(2)}} J_x J_y G^{xy}$ $\qquad$ $\hookrightarrow \underset{\#}{\frac{1}{(3!)}} J_x J_y J_z {}^3C^{xyz}$

 $\hookrightarrow \underset{\#}{\frac{1}{3!\,2^3}} (J_x J_y G^{xy})^3$

napíšeme-li #diagram jedná se tak o výraz bez symtry-faktoru

$\# \bullet\!-\!\circ\!-\!\bullet = J_x J_y G^{xy}$

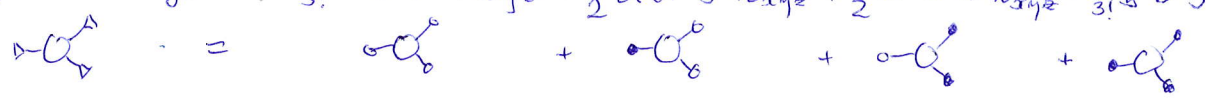
výhody: ve většině přirozeně vytvořených výrazech zahrnutí
symetry-faktoru eliminuje nutnost starat se o numerické faktory

$a \hookrightarrow \circ$ $\quad b \hookrightarrow \bullet$ $\quad c = a+b \hookrightarrow \triangle$ $\quad k \hookrightarrow \square$ $\quad v \hookrightarrow \diamond$

$\frac{1}{2} c \cdot k \cdot c = \frac{1}{2}(a+b) \cdot k \cdot (a+b) = \frac{1}{2} a \cdot k \cdot a + \frac{1}{2} b \cdot k \cdot b + a \cdot k \cdot b$

$\triangle\!-\!\square\!-\!\triangle = \circ\!-\!\square\!-\!\circ + \bullet\!-\!\square\!-\!\bullet + \circ\!-\!\square\!-\!\bullet$

$\frac{1}{3!} c^x c^y c^z v_{xyz} = \frac{1}{3!} a^x a^y a^z v_{xyz} + \frac{1}{2} a^x a^y b^z v_{xyz} + \frac{1}{2} a^x b^y b^z v_{xyz} + \frac{1}{3!} b^x b^y b^z v_{xyz}$



pozor na "nesymetricky vytvořené" výrazy

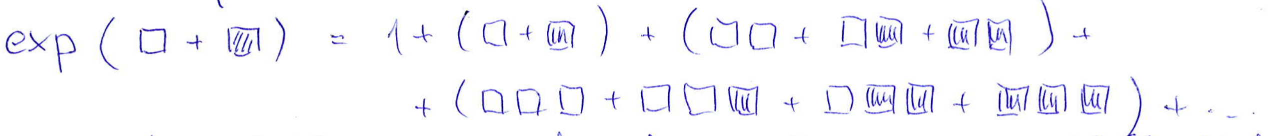
$c \cdot k \cdot a = a \cdot k \cdot a + b \cdot k \cdot a$

$\triangle\!-\!\square\!-\!\circ = 2\, \circ\!-\!\square\!-\!\circ + \bullet\!-\!\square\!-\!\circ$

pokud by k bylo nesymetrické $k \hookrightarrow \square$ vše bude OK

$\triangle\!-\!\square\!-\!\circ = \circ\!-\!\square\!-\!\circ + \bullet\!-\!\square\!-\!\circ$

operace exponenciála



symetry-faktory se postaraly o všechny numerické koeficienty

exp((skalární) diagramy) = superpozice libovolného počtu diagramů vystupujících v součtu v argumentu

souvislé diagramy $\overset{\exp}{\Longrightarrow}$ všechny kombinace diagramů (včetně nesouvislých)

operace logaritmus

ze souboru všech kombinací souvislých diagramů vybere tyto souvislé diagramy

všechny kombinace diagramů $\overset{\log}{\Longrightarrow}$ souvislé diagramy

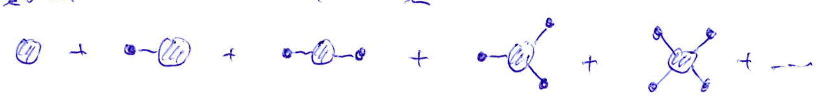
variace

mějme funkcionál $W[J]$ od J_x

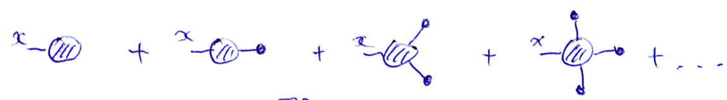
jak je reprezentovaná variace $\frac{\delta W}{\delta J_x}$

rozvoj $W[J]$ do mocnin

$$W[J] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}\, {}^{k}G^{x_1 \dots x_k} J_{x_1} \dots J_{x_k}$$

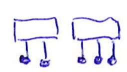
$W[J] =$ 

$$\frac{\delta W}{\delta J_x}[J] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k-1)!}\, {}^{k}G^{x x_1 \dots x_{k-1}} J_{x_1} \dots J_{x_{k-1}}$$

$\frac{\delta W}{\delta J_x}[J] =$ 

Pr: $A = \frac{1}{2} J_x J_y a^{xy} \leftrightarrow$ $\quad \frac{\delta A}{\delta J_x} = a^{xy} J_y \leftrightarrow$

$B = J_x J_y b^{xy} \leftrightarrow$ (nesymetrické) $\quad \frac{\delta B}{\delta J_x} = b^{xy} J_y + J_y b^{yx} \leftrightarrow$

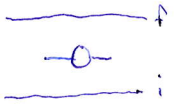
$F[J] = \frac{1}{2} J_x J_y K^{xy} + \frac{1}{3!} J_x J_y J_z L^{xyz} \leftrightarrow$ 

$\frac{\delta F}{\delta J_x}[J] = K^{xy} J_y + \frac{1}{2} L^{xyz} J_y J_z \leftrightarrow$

variace podle J $\Longleftrightarrow$ utrhni z diagramů jedno J-zakončení všemi neekvivalentními způsoby a sečti

Generující funkcionál a amplitudy diagramaticky

Základní bloky

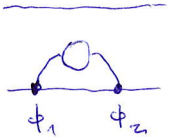
G^F ↔ 

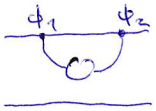
$i\partial J_i = i\phi_i \cdot \partial\!\!\!/ [\Sigma_i]^{+-}$ ↔

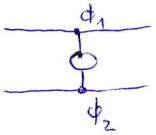
$i\partial J_f = -i\phi_f \cdot \partial\!\!\!/ [\Sigma_f]^{+}$ ↔

$0 = \langle f_{nac} | i_{nac} \rangle$ ↔

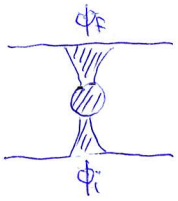
2-částicové souvislé amplitudy (nedokončující vakuový příspěvek)

$\phi_1 \cdot \Lambda \cdot \phi_2$ ↔ 

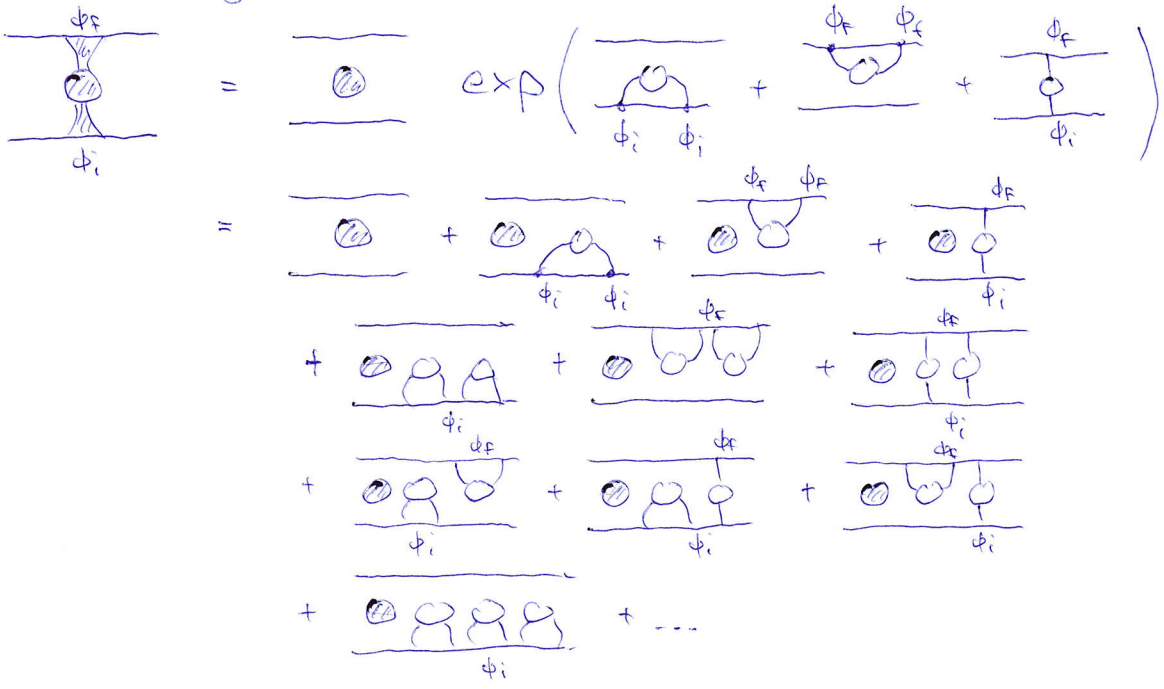
$\phi_1 \cdot V \cdot \phi_2$ ↔ 

$\phi_1 \cdot \underline{I} \cdot \phi_2$ ↔ 

Vytvářející funkcionál

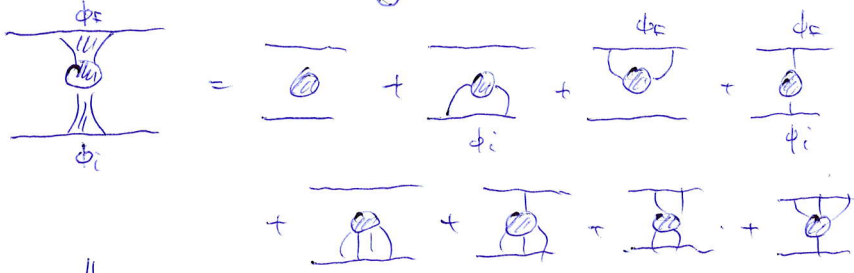
$W(\phi_f, \phi_i) = \langle f_{coh}\, \phi_f | i_{coh}\, \phi_i \rangle$ ↔ 

ukázali jsme

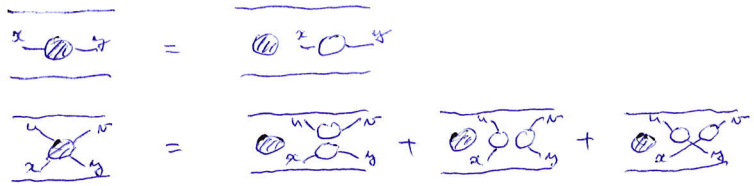


multičásticové Greenovy fce

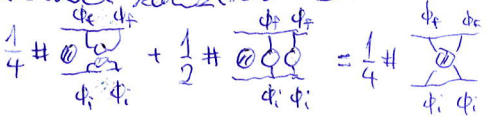
sečteme členy se stejnou strukturou zdrojů na hranici



řádné členy
a lichý počet zdrojů na hranici



při obletení všech možných zdrojů ϕ_i a ϕ_f symetr.-faktory zaručí konzistenci

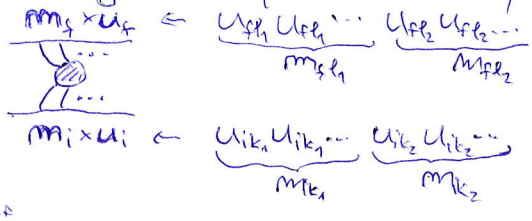


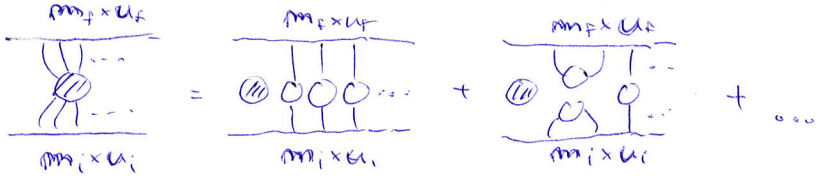
multičásticové amplitudy

$$\frac{1}{\sqrt{m_f!\,m_i!}}\langle f\,u_f{:}m_f\,|\,i\,u_i{:}m_i\rangle = \frac{1}{m_f!\,m_i!}\left[u_f\cdot\delta_f\right]^{m_f}\left[u_i\cdot\delta_i\right]^{m_i}W(0,0)$$

utržením hraničních zdrojů ϕ_i a ϕ_f a nahrazování módy u_{ik} a u_{fk} charakterizujícími poč. a konečný stavy

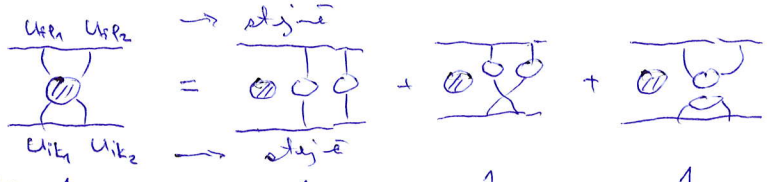
$$\frac{1}{\sqrt{m_f!\,m_i!}}\langle f\,u_f{:}m_f\,|\,i\,u_i{:}m_i\rangle \longleftrightarrow$$





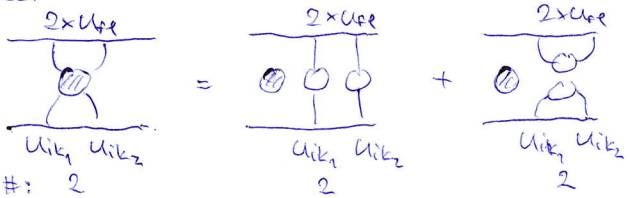
pozor na všechny spojení nekvivalentních módů

Př.:



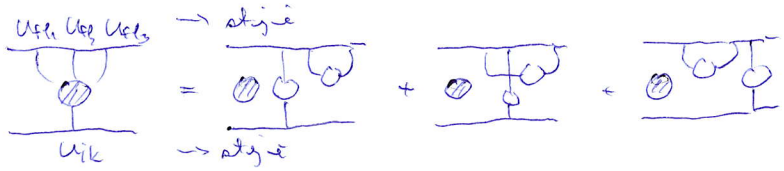
#: 1 1 1 1

ale



#: 2 2 2

Př.:



Volné pole se zdrojem

$\tilde{\mathcal{F}}\,\hat{\Phi} = J\,\hat{\mathbb{1}}$ $\qquad J_x$ zdroj

identifikace $\hat{\Phi}$ s volným polem

$\hat{\Phi}_{in}$ ve vstupní oblasti

$\hat{\Phi}_{out}$ ve výstupní oblasti

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_{in} + \bar{\phi}_{ret}\,\hat{\mathbb{1}} \qquad \tilde{\mathcal{F}}\cdot\hat{\Phi}_{in} = 0 \qquad \bar{\phi}_{ret} = G_{ret}\cdot J$$

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_{out} + \bar{\phi}_{adv}\,\hat{\mathbb{1}} \qquad \tilde{\mathcal{F}}\cdot\hat{\Phi}_{out} = 0 \qquad \bar{\phi}_{adv} = G_{adv}\cdot J$$

$\Downarrow$

$$\hat{\Phi}_{out} = \hat{\Phi}_{in} + \phi_c \qquad \phi_c = \phi_{ret} - \phi_{adv} = G_c\cdot J \qquad \tilde{\mathcal{F}}\cdot\phi_c = 0$$

$$= \hat{W}_{in}[\phi_c]^{\dagger}\,\hat{\Phi}_{in}\,\hat{W}[\phi_c] \qquad \hat{W}_{in}[\phi] = \exp(i\,\phi\cdot\partial\mathcal{F}\cdot\hat{\Phi}_{in})$$

asymptotické stavy

v oblastech in a out budeme používat pole $\hat{\Phi}_{in}$ a $\hat{\Phi}_{out}$

zvolíme zde i-částicovou resp. f-částicovou interp.

tj. můžeme definovat

$$\hat{a}_{in\,i}[\phi_i]\ |in\ i\,vac\rangle\ |in\ i\,coh\,\phi_i\rangle \qquad \hat{a}_{out\,f}[\phi_f]\ |out\ f\,vac\rangle\ |out\ f\,coh\,\phi_f\rangle$$

amplitudy přechodu

multičásticové ampl. přechodu

$$\langle out\ f\,vac|\,\hat{a}_{out\,f}[u_f]^{m_f}\ \hat{a}^{\dagger}_{in\,i}[u_i]^{m_i}\,|in\ i\,vac\rangle$$

jsou opět generované generujícím fciále

$$W(\phi_f|\phi_i) = \langle out\ f\,coh\,\phi_f\,|\,in\ i\,coh\,\phi_i\rangle$$

tentokrát závislý na zdroji J

místo závislosti na ϕ_i, ϕ_f použijeme závislost na ∂J_i a ∂J_f resp. $\partial J = \partial J_i + \partial J_f$

převedením do in oblasti a výpočtem pomocí volného pole $\hat{\Phi}_{in}$

$$\langle out\ f\,coh\,\phi_f\,|\,in\ i\,coh\,\phi_i\rangle = \langle in\ f\,coh\,\phi_f\,|\,\hat{W}_{in}[\phi_c]\,|in\ i\,coh\,\phi_i\rangle$$

$$= \langle in\ i\,coh\,S^{-1}\phi_f\,|\,\hat{S}_{in}\,\hat{W}_{in}\,|in\ i\,coh\,\phi_i\rangle$$

dostaneme

$$W[J,\partial J] = O \exp\left(\tfrac{1}{2} i(J+\partial J)\cdot G^F \cdot i(J+\partial J)\right)$$

kde

$$G^F = \frac{\langle \text{out fvac} | T \hat{\Phi} \hat{\Phi} | \text{in ivac}\rangle}{\langle \text{out fvac} | \text{in ivac}\rangle}$$

generující funkcionál pro souvislé amplitudy

$$W[J,\partial J] = O \exp\left(Z[J,\partial J]\right) \qquad O = W[0,0]$$

$$Z[J,\partial J] = \tfrac{1}{2} i(J+\partial J)\cdot G^F \cdot i(J+\partial J)$$

$$= \tfrac{1}{2} iJ\cdot G^F\cdot J + \tfrac{1}{2} i\partial J_f \cdot G^F \cdot i\partial J_f + \tfrac{1}{2} i\partial J_i \cdot G^F \cdot i\partial J_i + \partial J_f \cdot G^F \cdot \partial J_i$$
$$+ i\partial J_f \cdot G^F \cdot iJ + iJ\cdot G^F \cdot i\partial J_i$$

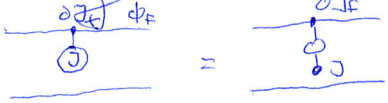
$$= \tfrac{1}{2} iJ\cdot G^F \cdot iJ + \tfrac{1}{2}\phi_f \cdot V \cdot \phi_f + \tfrac{1}{2}\phi_i \cdot \Lambda \cdot \phi_i + \phi_f \cdot I \cdot \phi_i$$
$$+ \phi_f \cdot T + \bot \cdot \phi_i$$

kde jednočásticové ampl. jsou

$$\phi_f \cdot T = i\partial J_f \cdot G^F \cdot iJ = \phi_f \cdot \partial f[\Sigma_f]^{-+}_f \cdot G^F \cdot J$$

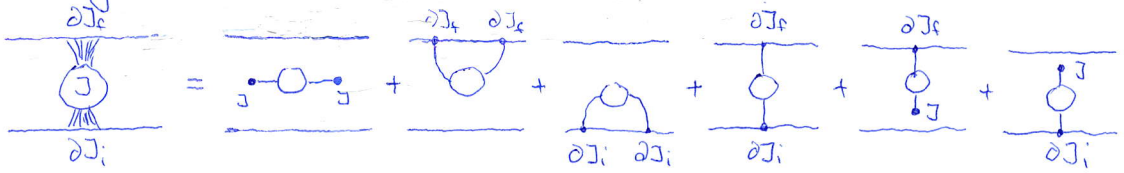
$$\bot \cdot \phi_i = iJ\cdot G^F \cdot i\partial J_i = -\phi_i \cdot \partial f[\Sigma_i]^{+-}_i \cdot G^F \cdot J$$

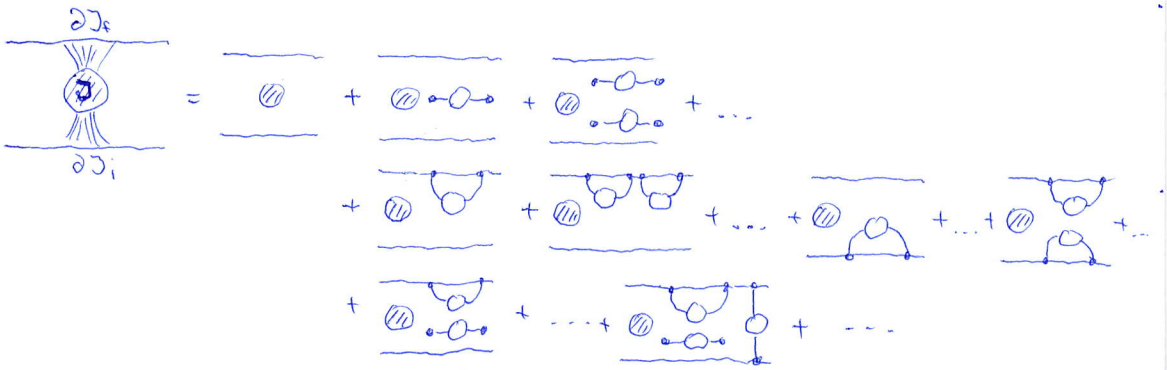
diagramatické

$\phi_f \cdot T \leftrightarrow$ 

$\bot \cdot \phi_i \leftrightarrow$

generující funkcionál

$Z[J,\partial J] \leftrightarrow$ 

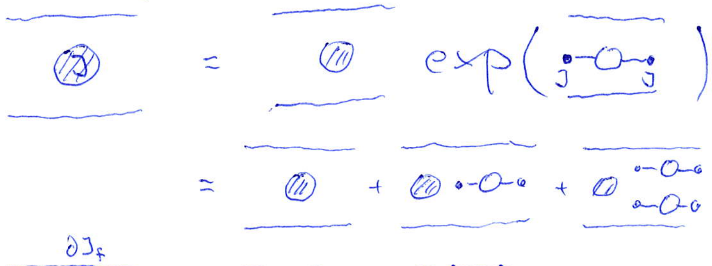
$W[J,\partial J] \leftrightarrow$ 

$J, \partial J_f, \partial J_i$ implicitně

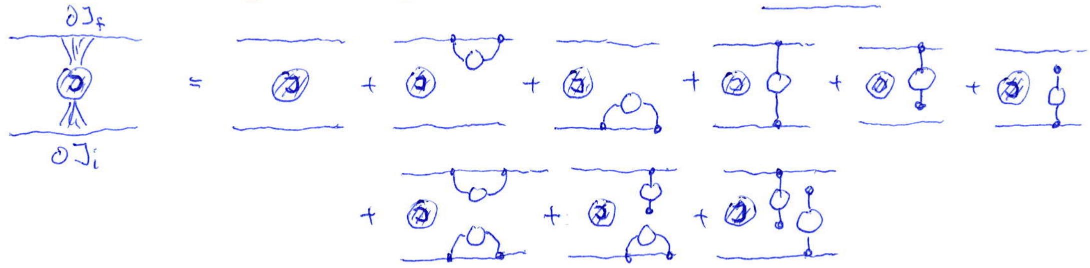
generující funkcionál pro Greenovy fce

J-nabenová amplituda lze vyfaktorizovat

$W[J] \leftrightarrow$



$W[J,\partial J] \leftrightarrow$



Greenovy fce se dostanou variací podle J (trhání J nožiček)

$W[J]$ → nesouvislé

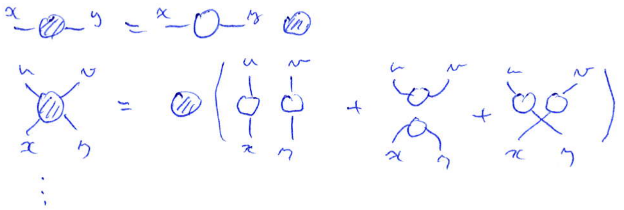
$Z[J]$ → souvislé

zatím jediné souvislé

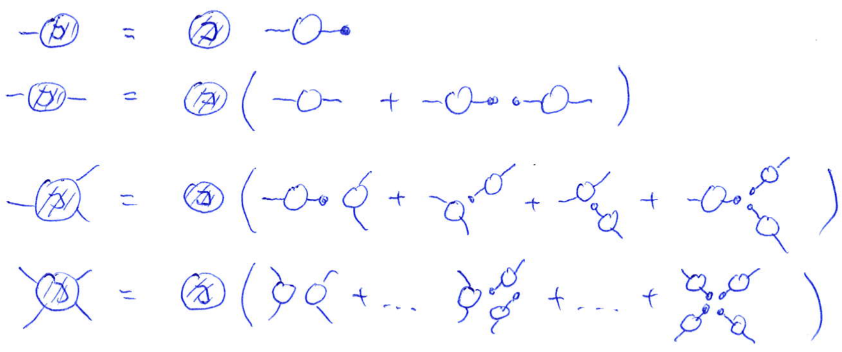
pro $J=0$

pro $J\neq 0$

nesouvislé $J=0$



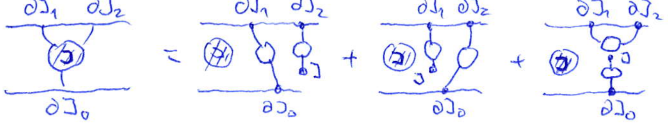
nesouvislé pro $J\neq 0$



pojmenování koncových nožiček implicitně

multičásticové amplitudy se dostanou variací podle ∂J_i a ∂J_f - trhání ∂J_i a ∂J_f nožiček nahrazením hraničních zdrojů = módem částic v amplitudě a položení $\partial J_i, \partial J_f = 0$ (nechceme koherentní stav)

Př:



$\partial J_1, \partial J_2 \leftrightarrow \phi_{f1}\ \phi_{f2}$

$\partial J_0 \leftrightarrow \phi_{i0}$

Obecně interagující pole

obtížné sestavit a vyřešit pohybové rovnice pro nakvantované nelineární pole

kvantování pomocí dráhového integrálu přes pole

akce

$$S(\phi) = -\int_\Omega \left(\frac{1}{2}\phi \cdot \mathcal{F} \cdot \phi + (\text{interakční členy}) \right) dV$$

$$= \int_\Omega \left(-\frac{1}{2}\phi \cdot \mathcal{F} \cdot \phi + J \cdot \phi - \frac{\mu^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \right) dV$$

iS

kinetický člen definuje "volný" propagátor

$G^F \leftrightarrow$ — iG^F inverze k $\tilde{\mathcal{F}} = [-\Box + m^2]\zeta$

+ okrajové podmínky na Σ_i a Σ_f určující i a f pomocí fourierovského rozvoje

lze ukázat

$$\langle \text{out vac} | T \hat{\Phi}^x \hat{\Phi}^y \dots | \text{in vac} \rangle =$$

$$= \int \phi^x \phi^y \dots \exp(iS(\phi)) \mathcal{D}\phi$$

ϕ splňující i a f okrajové podmínky na Σ_i a Σ_f

= propojování konců čar bodů $x, y, \dots$ všemi možnými způsoby pomocí propagátorů — a interakčních vrcholů v akci

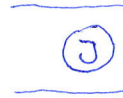
generující funkcionál

$$W[J] = \langle \text{out vac} | \text{in vac} \rangle = \int_{\text{okr. podm.}} \exp(iS(\phi)) \mathcal{D}\phi$$

$$= 0 \exp(Z[J]) \qquad 0 = W[0] \quad Z[0] = 0$$

generující fcionály

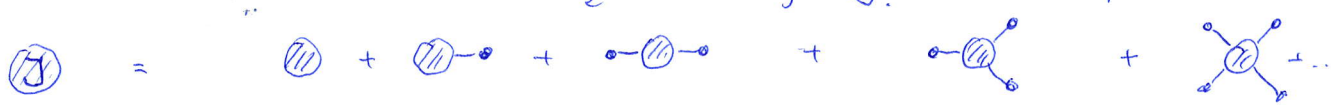
$W[J] \leftrightarrow$ všechny propojené interakční vrcholy pomocí propagátoru

$Z[J] \leftrightarrow$  všechny souvislé propojené inter. vrcholy pomocí propagátoru (bez "vakuového" příspěvku)

Greenovy fce

nesouvislé

$$W[J] = {}^0A + {}^1A^x J_x + \frac{1}{2}{}^2A^{xy} J_x J_y + \frac{1}{3!}{}^3A^{xyz} J_x J_y J_z + \dots$$



${}^mA \leftrightarrow$ všechny propojené vnějších nohou pomocí inter. vrcholů bez J a propagátoru

$${}^mA^{xy\dots} = \frac{\delta^m W}{\delta J_x \delta J_y \dots}[0]$$

${}^mA_J \leftrightarrow$ všechny propojené vnějších nohou pomocí všech interakcí (včetně J) a propagátoru

$${}^mA_J = \frac{\delta^m W}{\delta J \delta J \dots}[J]$$

souvislé

$$Z[J] = {}^1G^x J_x + \frac{1}{2}{}^2G^{xy} J_x J_y + \frac{1}{3!}{}^3G^{xyz} J_x J_y J_z + \dots$$

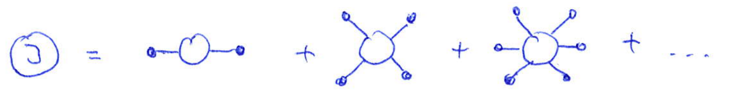
${}^mG^{xy\dots} = \frac{\delta^m Z}{\delta J_x \delta J_y \dots}[0]$ všechna souvislá propojení bez zdroje J

${}^mG_J^{xy\dots} = \frac{\delta^m Z}{\delta J_x \delta J_y \dots}[J]$ všechna souvislá propojení včetně zdroje J

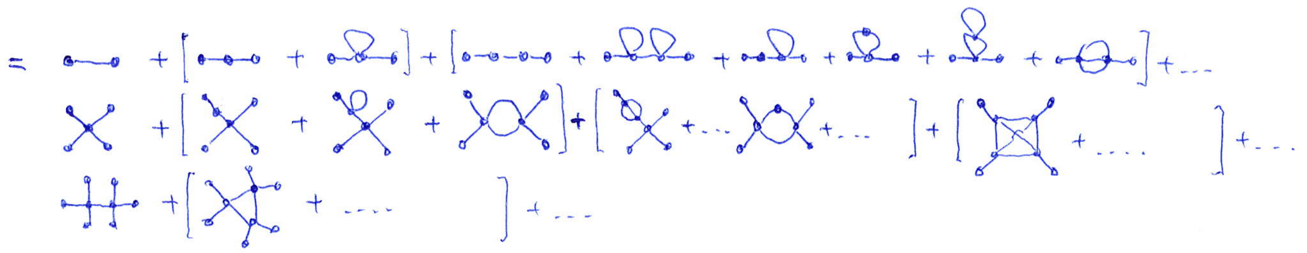
Př: ϕ^4 teorie

propagátor —— interakce

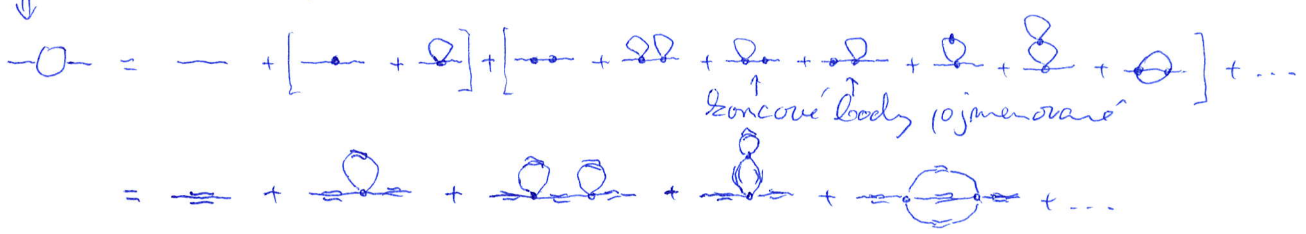
generující funkcionál Z[J]



pouze sudé Gr. fce $^m G$



⇓



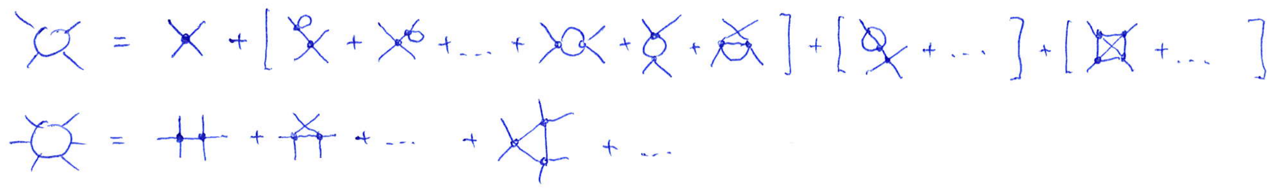
kde

inverze

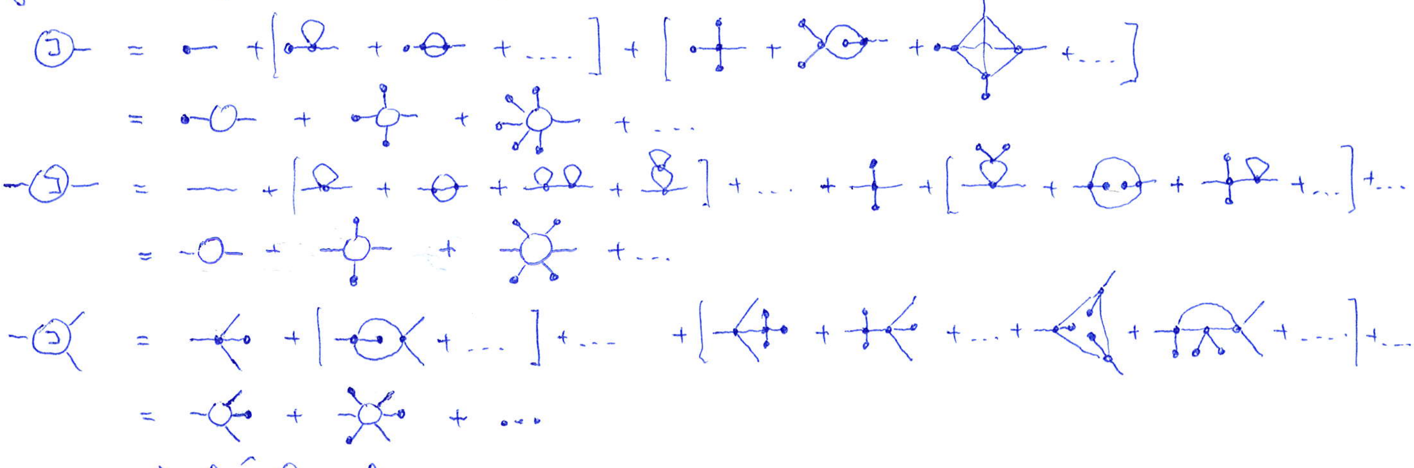
odpovídá zahrnutí self interakce $\frac{1}{2}\mu^2\phi^2$ do kinetického člene

$i\mathcal{F} = iF - (i\mu^2\delta) \Rightarrow \mathcal{F} = [-\Box + (m^2+\mu^2)]\,\mathcal{G}$

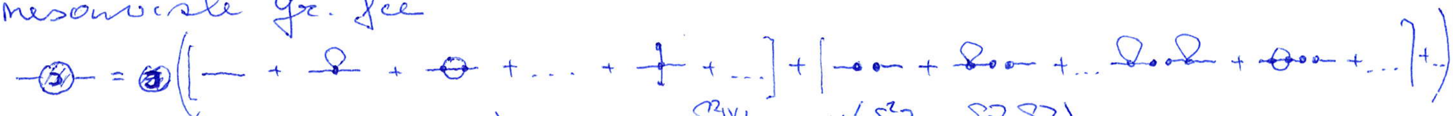
dále se takto zbavíme μ^2, tj. dál o neuvažujeme

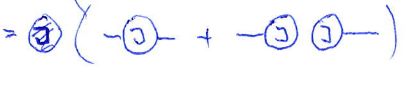


Greenovy fce se zdrojem J



nesouvislé Gr. fce



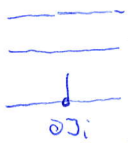


$$\frac{\delta^2 W}{\delta J \delta J} = W\left(\frac{\delta^2 Z}{\delta J \delta J} + \frac{\delta Z}{\delta J}\frac{\delta Z}{\delta J}\right) \qquad W = W_0 \exp(Z)$$

zdroje na hranici ∂J_i ∂J_f

- zahrnutí odpovídajících kvaticových stavů v in a out oblasti

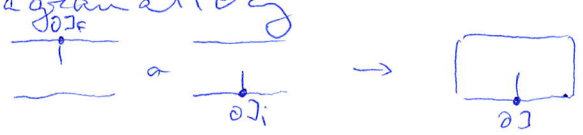
$i\partial J_f = -i\phi_f \cdot \partial f [\Sigma_f]_f^+$ ↔

$i\partial J_i = i\phi_i \cdot \partial f [\Sigma_i]_i^-$ ↔ 

pro zkrácení zápisu "zabalíme" zdroje na obou hranicích do jednoho zdroje

$\partial J = \partial J_i \oplus \partial J_f$ rozšiřitelné lokalizací

diagramaticky



generující funkcionál $W[J, \partial J]$

definován pomocí asympt. koherentních stavů

$\hat{\Phi}_{out}$ volné pole shodné s $\hat{\Phi}$ v out oblasti → $|out\ fcoh\ \phi_f\rangle$

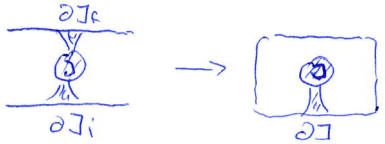
$\hat{\Phi}_{in}$ volné pole shodné s $\hat{\Phi}$ v in oblasti → $|in\ icoh\ \phi_i\rangle$

$$W[J, \partial J] \equiv W[J, \partial J_f, \partial J_i] \equiv W[J, \phi_f, \phi_i]$$

$$= \langle out\ fcoh\ \phi_f | in\ icoh\ \phi_i \rangle$$

$\langle out fcoh\ \phi_f |$ ↔ libovolný počet zakončení ∂J_f

$|in\ icoh\ \phi_i\rangle$ ↔ libovolný počet zakončení ∂J_i

$W[J, \partial J]$ ↔ 

interakce se zdroji na hranici je stejná jako s J

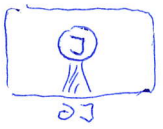
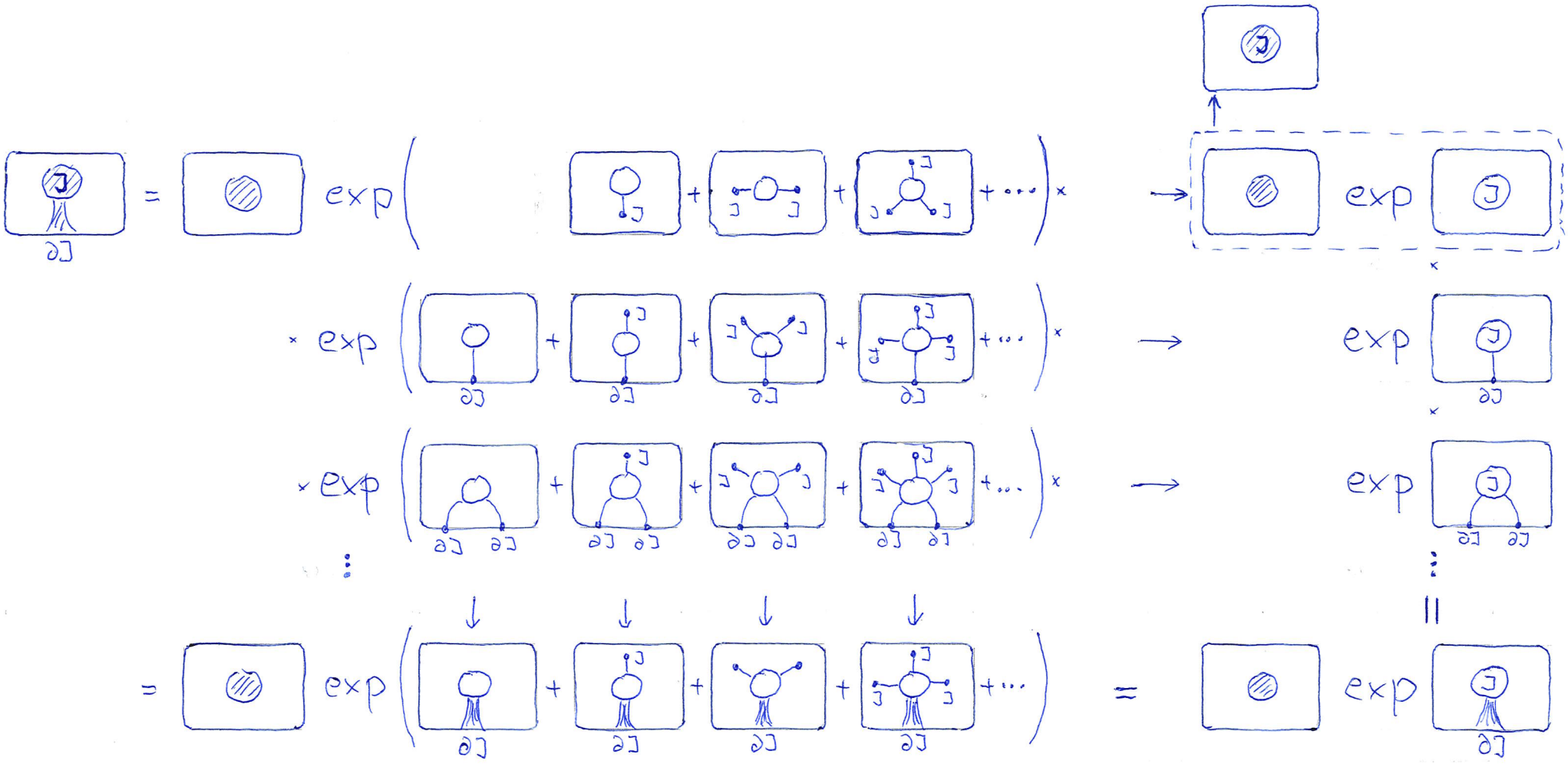
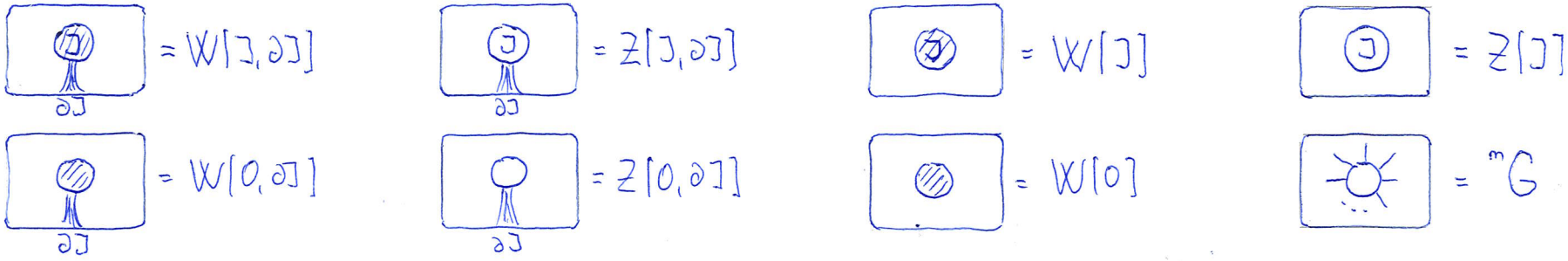
tj. $W[J, \partial J]$ je dáno funkcionálem $W[J]$

$$W[J, \partial J] = W[J + \partial J]$$

= všechna propojování interakčních vrcholů (bez J) pomocí propagátoru a libovolným počtem zdrojů J a ∂J

generující funkcionál pro souvislé amplitudy $Z[J, \partial J]$

$W[J, \partial J] = 0 \exp(Z[J, \partial J])$ $\quad 0 = W[0,0]$ $Z[0,0] = 0$

$Z[J, \partial J]$ ↔  = všechna souvislá propojování interakčních vrcholů (bez J) pomocí propagátoru a libovolným počtem zdrojů J a ∂J

Struktura generujících funkcionálů