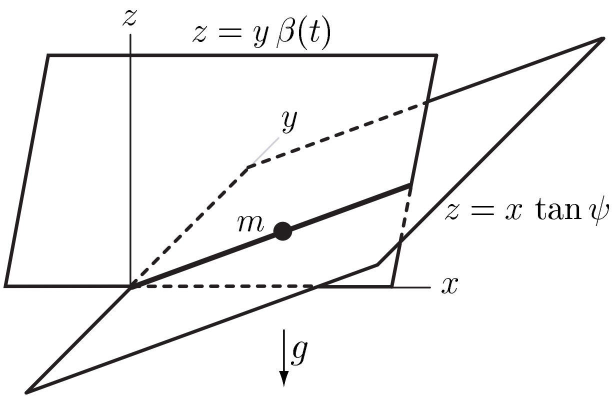
Příklad z teoretické mechaniky č. 1 (2017)

Bod o hmotnosti m se může pohybovat pouze v průsečíku roviny $z = x \tan\psi$ (kde ψ je konstanta) s rovinou $z = y\,\beta(t)$, kde $\beta(t)$ je zadaná funkce času. Pohyb se odehrává bez tření vlivem homogenního gravitačního pole g působícího v záporném směru osy z.



1. S pomocí Lagrangeových rovnic I. druhu odvoďte, že diferenciální rovnice pro $y(t)$ má tvar $(\beta^2 + \sin^2\psi)\,\ddot{y} + \beta(2\dot{\beta}\,\dot{y} + \ddot{\beta}\,y + g\,\sin^2\psi) = 0$.

2. Nalezněte explicitní řešení $y(t)$ a odtud též $z(t)$ a $x(t)$ pro případ, kdy sklon druhé roviny roste lineárně s časem, t.j. $\beta(t) = \gamma\,t$, kde γ je kladná konstanta.
   Nápověda: použijte substituci $\xi = (\gamma^2 t^2 + \sin^2\psi)\,\dot{y}$.

3. Diskutujte nalezené řešení pro malé časy t a pro $t \to \infty$.

4. Pro případ $\beta(t) = \gamma\,t$ určete velikosti vazbových sil R_1 a R_2 obou ploch jakožto funkce času.

J. Podolský, ÚTF, 11. 10. 2017