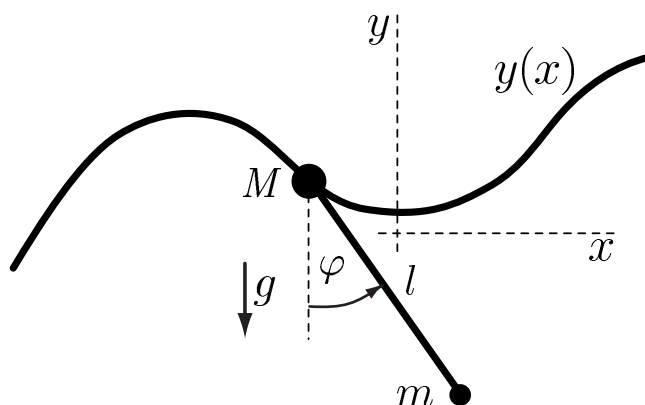


# Test z teoretické mechaniky (2011)

1. Kyvadlo je tvořeno tělesem hmotnosti  $m$  na nehmotné tyčce délky  $l$  v homogenním gravitačním poli  $g$ . Otočný čep kyvadla má hmotnost  $M$  a může se volně bez tření pohybovat po křivce  $y = y(x)$ , viz obrázek:



- Sestavte Lagrangeovu funkci v souřadnicích  $x, \varphi$ .
- Odvoďte z ní pohybové rovnice.

2. Lagrangeova funkce má tvar

$$L = \frac{1}{2}m (\dot{x}^2 + 2ax\dot{y} + \dot{y}^2) - V(y)$$

kde  $m, a$  jsou konstanty.

- Nalezněte všechny integrály pohybu.
- Odvoďte Hamiltonovu funkci a Hamiltonovy kanonické rovnice.

3. Pomocí Poissonových závorek zjistěte, pro jaké hodnoty konstant  $a, b$  je

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi & p_x &= p_r \cos \varphi + \frac{a}{r} p_\varphi \sin \varphi \\ y &= r \sin \varphi & p_y &= p_r \sin \varphi + \frac{b}{r} p_\varphi \cos \varphi \end{aligned}$$

kanonickou transformací.