

Proseminář teoretické fyziky II - NTMF029

Zadání domácí úlohy č. 2

Termín odevzdání 23.4.2014

a) Nalezněte Greenovu funkci $G(x, y)$ operátoru $-\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x^2}$ na intervalu $\langle \epsilon, 1 \rangle$ (kde $\epsilon \in (0, 1)$) vyhovující Dirichletovým okrajovým podmínkám. Tedy nalezněte řešení rovnice

$$-\frac{d^2}{dx^2}G(x, y) + \frac{2}{x^2}G(x, y) = \delta(x - y), \quad x, y \in \langle \epsilon, 1 \rangle,$$

splňující

$$G(\epsilon, y) = G(1, y) = 0.$$

Ověřte, že platí $G(x, y) = G(y, x)$.

b) Proveďte limitu Greenovy funkce pro $\epsilon \rightarrow 0$ a ověřte, že výsledná Greenova funkce G_0 splňuje Dirichletovy okr. podmínky v $x = 0$.

c) Nalezněte řešení rovnice

$$-\frac{d^2}{dx^2}f(x) + \frac{2}{x^2}f(x) = j(x)$$

splňující Dirichletovy okr. podmínky na $\langle 0, 1 \rangle$, které je obecně dané vztahem

$$f(x) = \int_0^1 G_0(x, y)j(y)dy,$$

pro pravou stranu tvaru

$$j(x) = \frac{1}{2}(x - 1/2)\delta''(x - 1/2).$$

Výsledek vykreslete.