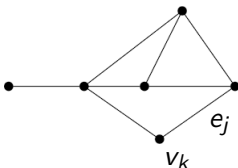


Kvantové grafy: co to je?

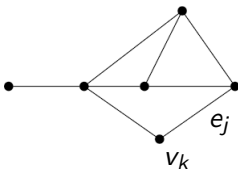
Kvantové systémy, jehož konfiguračními prostory jsou *metrické grafy*



Jako fyzikální model popisují nanostruktury tvořené *kvantovými dráty*

Kvantové grafy: co to je?

Kvantové systémy, jehož konfiguračními prostory jsou *metrické grafy*



Jako fyzikální model popisují nanostruktury tvořené *kvantovými dráty*
Ale hodí se také k vyšetřování nečekaných vlastností kvantové dynamiky



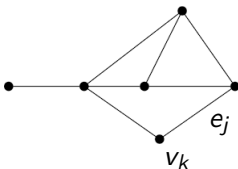
G. Berkolaiko, P. Kuchment: *Introduction to Quantum Graphs*, AMS, Providence, R.I., 2013.



P. Kurasov: *Spectral Geometry of Graphs*, Birkhäuser, Berlin 2024.

Kvantové grafy: co to je?

Kvantové systémy, jehož konfiguračními prostory jsou *metrické grafy*



Jako fyzikální model popisují nanostruktury tvořené *kvantovými dráty*

Ale hodí se také k vyšetřování nečekaných vlastností kvantové dynamiky



G. Berkolaiko, P. Kuchment: *Introduction to Quantum Graphs*, AMS, Providence, R.I., 2013.

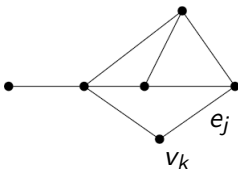


P. Kurasov: *Spectral Geometry of Graphs*, Birkhäuser, Berlin 2024.

Uvedu příklad: Hamiltonián volné částice na grafu je prostě laplacián, $-\frac{d^2}{dx^2}$, ale aby byl dobře definovaný samosdružený operátor, musíme vybrat *okrajové podmínky* ve vrcholech grafu

Kvantové grafy: co to je?

Kvantové systémy, jehož konfiguračními prostory jsou *metrické grafy*



Jako fyzikální model popisují nanostruktury tvořené *kvantovými dráty*
Ale hodí se také k vyšetřování nečekaných vlastností kvantové dynamiky



G. Berkolaiko, P. Kuchment: *Introduction to Quantum Graphs*, AMS, Providence, R.I., 2013.



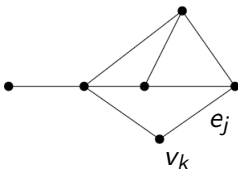
P. Kurasov: *Spectral Geometry of Graphs*, Birkhäuser, Berlin 2024.

Uvedu příklad: Hamiltonián volné částice na grafu je prostě laplacián, $-\frac{d^2}{dx^2}$, ale aby byl dobře definovaný samosdružený operátor, musíme vybrat *okrajevé podmínky* ve vrcholech grafu

Nejjednodušší jsou tzv. *Kirchhoffovy*: funkce spojitě a $\sum_j \psi'_j = 0$

Kvantové grafy: co to je?

Kvantové systémy, jehož konfiguračními prostory jsou *metrické grafy*



Jako fyzikální model popisují nanostruktury tvořené *kvantovými dráty*
Ale hodí se také k vyšetřování nečekaných vlastností kvantové dynamiky



G. Berkolaiko, P. Kuchment: *Introduction to Quantum Graphs*, AMS, Providence, R.I., 2013.



P. Kurasov: *Spectral Geometry of Graphs*, Birkhäuser, Berlin 2024.

Uvedu příklad: Hamiltonián volné částice na grafu je prostě laplacián, $-\frac{d^2}{dx^2}$, ale aby byl dobře definovaný samosdružený operátor, musíme vybrat *okrajové podmínky* ve vrcholech grafu

Nejjednodušší jsou tzv. *Kirchhoffovy*: funkce spojitě a $\sum_j \psi'_j = 0$

Ale jsou i jiné, jež dávají vzniknout dobře definovanému Hamiltoniánu, příkladem je $(\psi_{j+1} - \psi_j) + i(\psi'_{j+1} + \psi'_j) = 0$, $j \in \mathbb{Z} \pmod{N}$

Důsledky narušení časové symetrie

V takovém grafu vlastnosti vrcholů *závisí na jejich paritě*

Důsledky narušení časové symetrie

V takovém grafu vlastnosti vrcholů *závisí na jejich paritě*

Uvedu jediný příklad: jak vrcholová vazba ovlivňuje *kvantový chaos*

Důsledky narušení časové symetrie

V takovém grafu vlastnosti vrcholů *závisí na jejich paritě*

Uvedu jediný příklad: jak vrcholová vazba ovlivňuje *kvantový chaos*

Jak dobře víte, v kvantové mechanice nelze zkoumat chování trajektorií na počátečních podmínkách; místo toho hledíme na *rozdělení vzdáleností sousedních vlastních hodnot* na grafech (s nesouměřitelnými hranami)

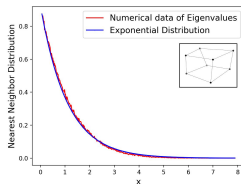
Důsledky narušení časové symetrie

V takovém grafu vlastnosti vrcholů *závisí na jejich paritě*

Uvedu jediný příklad: jak vrcholová vazba ovlivňuje *kvantový chaos*

Jak dobře víte, v kvantové mechanice nelze zkoumat chování trajektorií na počátečních podmínkách; místo toho hledíme na *rozdělení vzdáleností sousedních vlastních hodnot* na grafech (s nesouměřitelnými hranami)

Například pro 'krychlový' graf dostáváme *Poissonovo rozdělení*



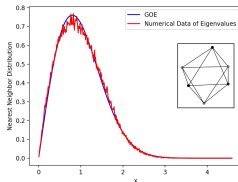
jež je charakteristické pro *řešitelné systémy*; povšimněte si, že všechny vrcholy grafu mají *lichý stupeň*

Důsledky narušení časové symetrie

Vezmeme-li naproti tomu graf s vrcholy *sudého* stupně, například *osmistěn*, dostaneme naprosto jiný obrázek

Důsledky narušení časové symetrie

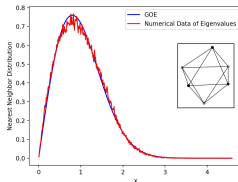
Vezmeme-li naproti tomu graf s vrcholy *sudého* stupně, například *osmistěn*, dostaneme naprosto jiný obrázek



totiž rozdělení odpovídající *gaussovskému ortogonálnímu souboru náhodných matic*

Důsledky narušení časové symetrie

Vezmeme-li naproti tomu graf s vrcholy *sudého* stupně, například *osmistěn*, dostaneme naprosto jiný obrázek

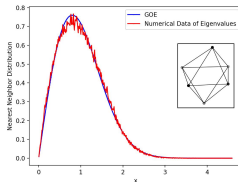


totiž rozdělení odpovídající *gaussovskému ortogonálnímu souboru náhodných matic*

To je chování charakteristické pro *chaotické* kvantové systémy

Důsledky narušení časové symetrie

Vezmeme-li naproti tomu graf s vrcholy *sudého* stupně, například *osmistěn*, dostaneme naprosto jiný obrázek

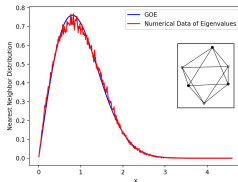


totož rozdělení odpovídající *gaussovskému ortogonálnímu souboru náhodných matic*

To je chování charakteristické pro *chaotické* kvantové systémy, ale pro ty, jež jsou *invariantní vůči časové inverzi*, což tento zjevně není

Důsledky narušení časové symetrie

Vezmeme-li naproti tomu graf s vrcholy *sudého* stupně, například *osmistěn*, dostaneme naprosto jiný obrázek



totíž rozdělení odpovídající *gaussovskému ortogonálnímu souboru náhodných matic*

To je chování charakteristické pro *chaotické* kvantové systémy, ale pro ty, jež jsou *invariantní vůči časové inverzi*, což tento zjevně není

To je jen malá ukázka podivuhodných vlastností kvantových grafů. Pokud ve vás probudí zájem, můžete mě kontaktovat na adrese exner@ujf.cas.cz, případně navštívit mou stránku, <https://people.fjfi.cvut.cz/exnerpav/>