Úvodní kurz matematických metod fyziky

pro nastupující posluchače 1. ročníku MFF UK

Derivování v prostoru

prof. RNDr. Pavel Krtouš, Ph.D.

Funkce více proměnných

$$f\left(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_p\right)$$

parciální derivace podle k-té proměnné

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\left(x_1,\, \ldots,\, x_k,\, \ldots,\, x_p\right) \quad = \quad \frac{d}{dx_k} f\left(\underbrace{x_1,\, \ldots,\, x_{k-1}}_{\text{konstantní}},\, x_k,\, \underbrace{x_{k+1},\, \ldots,\, x_p}_{\text{konstantní}}\right)$$

Funkce více proměnných

$$f\big(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_p\big)$$

parciální derivace podle k-té proměnné

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\big(x_1,\, \ldots,\, x_k,\, \ldots,\, x_p\big) \quad = \quad \frac{d}{dx_k} f\big(\underbrace{x_1,\, \ldots,\, x_{k-1}}_{\text{konstantní}},\, x_k,\, \underbrace{x_{k+1},\, \ldots,\, x_p}_{\text{konstantní}}\big)$$

symetrie druhých parciálních derivací

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_k\, \partial x_l} \quad = \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_l\, \partial x_k}$$

Funkce více proměnných

$$f\big(x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_p\big)$$

parciální derivace podle k-té proměnné

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}\big(x_1,\, \ldots,\, x_k,\, \ldots,\, x_p\big) \quad = \quad \frac{d}{dx_k} f\big(\underbrace{x_1,\, \ldots,\, x_{k-1}}_{\text{konstantní}},\, x_k,\, \underbrace{x_{k+1},\, \ldots,\, x_p}_{\text{konstantní}}\big)$$

symetrie druhých parciálních derivací

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_k\, \partial x_l} \quad = \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_l\, \partial x_k}$$

derivování složené funkce

$$F(t) = f\big(h_1(t),\, h_2(t),\, \ldots,\, h_p(t)\big)$$

kde $f\big(x_1,\, \ldots,\, x_p\big)$ je funkce více proměnných a $h_1(t),\, \ldots,\, h_p(t)$ jsou funkce jedné proměnné

$$\frac{dF}{dt} \;=\; \frac{\partial f}{\partial x_1}\big(h_1,\, h_2,\, \ldots,\, h_p\big)\,\frac{dh_1}{dt} \;+\; \frac{\partial f}{\partial x_2}\big(h_1,\, h_2,\, \ldots,\, h_p\big)\,\frac{dh_2}{dt} \;+\; \ldots \;+\; \frac{\partial f}{\partial x_p}\big(h_1,\, h_2,\, \ldots,\, h_p\big)\,\frac{dh_p}{dt}$$