

Úloha 3: Oscilující nabitá částice v konst. elektrickém poli

Termín odevzdání: 18. listopadu

Najděte spektrum Hamiltoniánu

$$\hat{H} = \hbar\omega \left[\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} + \lambda(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \right], \quad (1)$$

kde $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$. Úlohu řešte v následujících krocích:

1. Dokažte, že operátor

$$\hat{U} = e^{-\alpha(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)},$$

kde α je reálné číslo, je unitární (1bod).

2. Jak se transformuje anihilační operátor při této unitární transformaci

$$\hat{U} \hat{a} \hat{U}^\dagger = ?$$

(4body)

3. Jak se transformuje Hamiltonián (1)

$$\hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger = ?$$

(3body)

4. Jaké je spektrum Hamiltoniánu (1)? (2body)