

Úloha 4: Kvadrupól v nehomogenním elektrickém poli

Termín odevzdání: 2.prosince

Uvažujte systém (částici) s momentem hybnosti $l = 1$. Báze stavového prostoru tedy je dána například vlastními vektory operátoru L_z : $|1\rangle$, $|0\rangle$, $|-1\rangle$ s vlastními hodnotami \hbar , 0 , $-\hbar$. Předpokládejte, že Hamiltonián tohoto systému je

$$\hat{H} = \frac{\omega_0}{\hbar} (\hat{L}_u^2 - \hat{L}_v^2), \quad (1)$$

kde \hat{L}_u^2 a \hat{L}_v^2 jsou operátory projekce momentu hybnosti na osy dané vektory

$$\begin{aligned} \vec{e}_u &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x + \vec{e}_z) \\ \vec{e}_v &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x - \vec{e}_z). \end{aligned}$$

1. Napište matici Hamiltoniánu v bázi $|1\rangle$, $|0\rangle$, $|-1\rangle$ (3body).
2. Najděte vlastní hodnoty E_1 , E_2 , E_3 Hamiltoniánu a příslušné stacionární stavy $|E_1\rangle$, $|E_2\rangle$, $|E_3\rangle$ (3body).
3. Jaký je časový vývoj stavu připraveného v čase $t = 0$:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |-1\rangle)?$$

(1bod)

4. Jaká by byla pravděpodobnost naměření různých hodnot L_z v tomto stavu v čase t ? (1bod)
5. V čase t provedeme měření L_z^2 a naměříme hodnotu \hbar^2 . Jak bude vypadat stav po měření a jaký bude jeho další časový vývoj? (2body)