

## Úloha 4: Potenciálový schod s delta jámou.

*Termín odevzdání: 3. prosince*

Hamiltonián pro pohyb elektronu v dlouhé tenké heterostruktuře na povrchu polovodiče je popsán ve stavovém prostoru  $L^2(\mathbb{R})$  jako

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_0\theta(x) - \lambda\delta(x),$$

kde  $V_0$  a  $\lambda$  jsou kladná reálná čísla a  $\theta(x)$  a  $\delta(x)$  jsou Heavisidova skoková a Diracova delta funkce. Ve stacionární Schrödingerově rovnici proveďte transformaci souřadnice  $x = x_0q$  a energie  $E = V_0\epsilon$ , čímž přejdete k bezrozměrným veličinám  $q$  a  $\epsilon$ .

1. Najděte hodnotu  $x_0$  (s rozměrem délky) jako funkci konstant  $\hbar$ ,  $V_0$  a  $m$  a přepište stacionární Schrödingerovu rovnici v bezrozměrných veličinách (2 body).
2. Najděte podmínku pro existenci vázaného stavu v tomto systému (4 body).
3. Jaká je pravděpodobnost, že elektron popsáný vlnovou funkcí  $\psi(x) = \exp(-a|x|)$ , kde  $a > 0$ , se zachytí v tomto vázaném stavu (4 body).