

## Úloha 2: Tři provázané spiny (k letošní Nobelově ceně)

*Termín odevzdání: 3. listopadu*

Tři částice se spinem  $1/2$  jsou připraveny ve stavu  $|\psi\rangle = |+++ \rangle - |---\rangle$ , kde  $|s_1 s_2 s_3\rangle$  znamená stav v němž  $i$ -tá částice má  $z$ -složku spinového momentu hybnosti rovnu  $s_i \frac{\hbar}{2}$ . Měření složky  $x$  spinového momentu první částice odpovídá operátor  $S_x^{(1)} = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_x \otimes \hat{I} \otimes \hat{I}$  a podobné výrazy definují operátory  $x$ -ové složky druhé a třetí částice, popřípadě  $y$ -ové složky některé z částic.

1. Měřením  $S_x^{(1)}$  nalezneme hodnotu  $h_1$  a následným měřením  $S_y^{(2)}$  hodnotu  $h_2$ . Ukažte, že pokud bychom teď měřili  $S_y^{(3)}$ , hodnota  $h_3$  je již dána jednoznačně. (4 body)
2. Jaké kombinace hodnot  $h_1, h_2, h_3$  veličin  $S_x^{(1)}, S_y^{(2)}, S_y^{(3)}$  a s jakou pravděpodobností můžeme dostat ve výše popsaném měření? Jedná se o úplný systém komutujících operátorů? (3 body)
3. Nyní uvažujme druhé nezávislé měření se stejným počátečním stavem  $|\psi\rangle = |+++ \rangle - |---\rangle$ , ale tentokrát postupně změříme  $x$ -ovou složku všech částic  $S_x^{(1)}, S_x^{(2)}, S_x^{(3)}$ . Jaké kombinace hodnot a s jakou pravděpodobností můžeme dostat nyní? (3body)

*Nápověda:* Zkuste úlohu nejprve řešit sami podle toho co jste se naučili na přednášce a cvičení, abyste věděli jestli rozumíte probrané látce. Poté si přečtěte vzorové řešení úlohy 1 ze zápočtové písemky z roku 2020, kde jsou poznámky k různým způsobům řešení podobné úlohy. Nezapomínejte na normalizaci vlnové funkce.

*Poznámky (pro zájemce):* Výsledky skutečného měření (které byly součástí výsledků, za něž byla udělena letošní Nobelova cena za fyziku), a které jsou ve shodě s tímto jednoduchým výpočtem, ukazují, že kvantová teorie je nekompatibilní s takzvanou teorií skrytých parametrů, jak pěkně ukázal ve svém článku David Mermin.

N. David Mermin: *Quantum mysteries revisited*. Am. J. Phys. **58** (1990) 731.

(<https://aapt.scitacion.org/doi/10.1119/1.16503>)

<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/advanced-information/>