Cvičení 7: Potenciálové jámy.

Úloha 1: Nekonečně hluboká jáma

Najděte energie a vlnové funkce stacionárních stavů částice hmotnosti m v nekonečně hluboké potenciálové jámě. Předpokládejte, že potenciál $V(x) = 0$ na intervalu $x \in \langle -a, a \rangle$ a $V = \infty$ všude jinde.

Dodatečné úlohy na rozmyšlení doma: Jak by se lišilo řešení, pokud posuneme jámu o a do intervalu $x \in \langle 0, 2a \rangle$? Umíte najít řešení rovnou použitím translace předchozího řešení?

Úloha 2: Delta-jáma

Tentýž úkol, ale pro potenciál $\lambda\delta(x)$. Jaké musí být λ, aby existoval vázaný stav? V obou částech hledejte jen vázané stavy. Stavům z kontinua se budeme věnovat v teorii rozptylu.

Úloha 3: Obecná pravoúhlá jáma

Tentokrát máme potenciál $V(x) = -V_0 X_{\langle -a,a \rangle}(x)$, kde $X_I(x)$ je charakteristická funkce intervalu (1 na tomto intervalu, 0 jinde).

1. Najděte podmínku, kterou musí splňovat energie vázaných stavů.
2. Najděte podmínku pro existenci jednoho, dvou, tří vázaných stavů.
3. Z obecného řešení se pokuste zkonstruovat řešení úloh 1 a 2 jako vhodné limity.
4. Napište podmínku ($A \gg B$), za níž lze popisovat jámu v jedné z těchto limit.

Poznámka: předpokládám, že tuto úlohu jste již do jisté míry dělali v úvodu do kvantové mechaniky. Jde o to si připomenout řešení a ukázat souvislosti.

Úloha 4: Delta-jáma reloaded

Vrátíme se zpět k delta jámě z úlohy 2 (pro $\lambda < 0$). Jaká je hustota pravděpodobnosti naměření hybnosti p v základním stavu jámy? Jaká je pravděpodobnost, že naměříme hybnost $p > \frac{\lambda m}{\hbar}$?

Poznámka: Jde o úlohu 5 z písemky v roce 2014. Tam najdete vzorové řešení.

Úloha 5: Delta-jáma prohloubena.

Opět se vrátíme zpět k delta jámě z úlohy 2. Částice je připravena v základním stavu této jámy (pro $\lambda < 0$). Představte si, že se hloubka jámy najdenou zvětší na dvojnásobek. Jaká je pravděpodobnost, že částice touto změnou vyskočí z jámy pryč.

Poznámka: Vypadá to jako časově závislá úloha, ale jde formulovat jako úloha na měření energie. Jde o úlohu 4 z písemky v roce 2016. Tam najdete vzorové řešení.