

Cvičení 7: Vázané stavy ve 3D a 2D.

Úloha 0: Problémy s interpretací měření na MVČR

Profesor Klubica z ústavu Materiálového výzkumu České republiky a jeho asistenti provádějí testování vzorku připraveného jejich kolegy z jiných pracovišť. Vzorek má být připraven ve stavu $|OK\rangle$, ale s pravděpodobností $1 - |\langle OK|\psi\rangle|^2$ dojde při přípravě ke kolapsu do stavu $|N\rangle$. Otestování plného souboru s počtem $M > 50000$ vzorků je velmi obtížné. Asistenti profesora Klubici proto vybrali dva soubory po 8500 a v nich zjistili p_1 a p_2 procent vzorků připravených v nesprávném stavu $|N\rangle$. Pomozte týmu odhadnout počet vzorků v celém souboru, které jsou připraveny ve stavu $|OK\rangle$.

Nápověda: Neřešte, omylem jsem zařadil úlohu pro základní školu.

Poznámka:

V úvodu cvičení si zopakujeme vlastnosti sférických Besselových funkcí a vázaných stavů v Coulombickém poli. Rovněž zkusíme vypočítat normalizační konstanty nebo střední hodnoty některých pozorovatelných ve stacionárních stavech pro atom vodíku pomocí vytvářející funkce pro Laguerrovy polynomy:

$$\frac{1}{(1-z)^{1+a}} \exp\left(-\frac{xz}{1-z}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n^a(x) z^n$$

Úloha 1: Sférická potenciálová jáma ve 3D

Najděte podmínku pro to, aby ve sférické potenciálové jámě hloubky V_0 a poloměru a existoval vázaný s-stav. Jaká musí být hloubka jámy pro existenci vázaného p-stavu? Jak vypadají vlnové funkce vázaných s a p-stavů pro jámu nekonečné hloubky?

Úloha 2: Rozpad atomu tritia

Jádro atomu tritia se přemění β -rozpadem na jádro hélia. Předpokládejte, že rozpad proběhl velmi rychle, takže vlnová funkce elektronu se nezměnila. S jakou pravděpodobností bude ion po rozpadu v základním stavu? S jakou pravděpodobností jej nalezneme v prvním excitovaném stavu? Jaké hodnoty momentu hybnosti můžeme po rozpadu nalézt?

Úloha 3: Atom vodíku

Jaká je pravděpodobnost nalézt elektron v atomu vodíku (v základním stavu) dále od protonu, než kolik povoluje klasická fyzika?

Úloha 4: Interagující oscilátory

Dva lineární harmonické oscilátory s identickou frekvencí ω a hmotností m spolu interagují prostřednictvím členu $\lambda(x_1 - x_2)^2$. Jak vypadá spektrum a vlastní hodnoty hamiltoniánu pro takový systém.