

## Úloha 2: Kvantový řetízek.

*Termín odevzdání: 8. listopadu*

Na cvičení jsme pracovali s nekonečně dlouhým řetízkiem rovnoměrně rozmístěných kvantových teček. Stavovým prostorem částice v takovém systému je  $\mathcal{H} = l^2$ , s bází  $\{|n\rangle, n \in \mathcal{Z}\}$ . Dále jsme si definovali hamiltonián

$$H_0 = \sum_n \epsilon_0 |n\rangle\langle n| - t \sum_n \{|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|\},$$

kde  $\epsilon_0$  a  $t > 0$  jsou reálné konstanty. Dále uvažujte operátor polohy částice v řetízku:

$$Q = \sum_n n |n\rangle\langle n|.$$

1. V tomto systému můžeme definovat operátor rychlosti částice  $V = i[H, Q]$ . Najděte tento operátor. (3 body)
2. Najděte spektrum tohoto operátoru. (1bod)
3. Najděte úplnou množinu vlastních vektorů tohoto operátoru a správně je normalizujte. (2body)
4. Jde o spektrum spojité či diskrétní? Jsou vlastní hodnoty degenerované? Napište relaci úplnosti (bez ověřování). (3body)
5. Systém byl připraven ve stavu  $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ . Pro jaké hodnoty  $a, b$  nabývá střední hodnota rychlosti největší hodnoty? (1bod)

*Nápověda:* vlastní vektory hledejte ve tvaru

$$|\psi\rangle = \sum_n e^{ikn} |n\rangle.$$