

# Úloha 1: Kvantový řetízek.

Termín odevzdání: 18. října

Kvantovou tečku si můžete představit jako malou krabičku (například kousek kovu - viz obrázek vlevo) do níž lze umístit částici (například elektron) tak, že už se tam nemůže hýbat. Když dáme takové tečky vedle sebe tři (viz obrázek vpravo), může částice přeskakovat mezi tečkami tunelováním. Stavový prostor takového systému je  $\mathcal{H} = \mathbb{C}^3 = \text{span}(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$ , tj. lineární obal vektorů  $|n\rangle$ , označujících stav, kdy částice je na tečce  $n = 1, 2, 3$ .

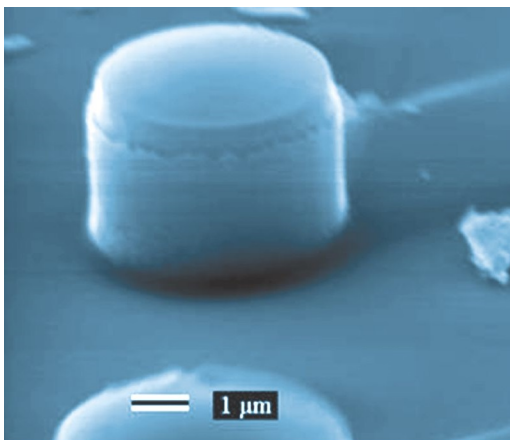
Předpokládejme, že Hamiltonián (operátor energie) takového systému je

$$\hat{H} = -\beta(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) = \begin{pmatrix} 0 & -\beta & 0 \\ -\beta & 0 & -\beta \\ 0 & -\beta & 0 \end{pmatrix},$$

kde  $\beta > 0$  je tzv. amplituda přeskočení. Dále definujeme "operátor parity"

$$\hat{Y} = |2\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|.$$

1. Najděte spektrální rozklad operátoru  $\hat{H}$  (5 bodů).
2. Může operátor  $\hat{Y}$  reprezentovat měřitelnou veličinu? Zkuste popsat jaký je její význam. Nalezněte vlastní vektory a vlastní čísla operátoru  $\hat{Y}$  a zjistěte zda komutuje s Hamiltoniánem (3 body).
3. Předpokládejme, že připravíme systém ve stavu  $|1\rangle$ , tj. částici zachytíme v tečce 1 a provedeme měření energie. Jaké hodnoty energie můžeme naměřit a s jakou pravděpodobností (2 body)?



Obrázek kvantové tečky z elektronového mikroskopu (vlevo, *wikimedia*) a schéma kvantového řetízku složeného ze tří teček (vpravo).