

## Úloha 3: Gaussovské balíky.

*Termín odevzdání: 20. listopadu*

Stav bezstrukturní částice v jedné dimenzi je dán v p-representaci pomocí vlnové funkce

$$\psi(p) = \exp \left\{ -\frac{(p - p_0)^2}{4\Delta^2} \right\}$$

kde  $\Delta$  je kladné reálné číslo.

1. Jaká je střední hodnota hybnosti  $\langle p \rangle$  a střední kvadratická chyba měření hybnosti  $\sqrt{\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle}$  v tomto stavu (2 body)?
2. Jak vypadá vlnová funkce tohoto stavu v x-representaci (3 body)?
3. Jak musíte modifikovat původní vlnovou funkci, aby měla částice nenulovou střední hodnotu polohy rovnou  $x_0$  (2 body)?
4. Jaké musí být  $p_0$ , aby pravděpodobnost, že částice se pohybuje v kladném směru byla větší než 99% (3 body).

*Poznámky:*

- Můžete použít známou hodnotu Gaussova integrálu  $I(a) = \int \exp(-ax^2)dx = \sqrt{\pi/a}$ .
- Derivací této formule podle a v bodě a=1, lze zjistit, že  $-I'(a) = \int x^2 \exp(-x^2)dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ .
- Pro zodpovězení poslední otázky potřebujete znát "Error-funkci", která je definovaná vztahem

$$Erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\{-t^2\}dt$$

a naleznete ji tabelovanou na webu (viz například odkaz na stránkách předmětu).

## Tabulation of Error Function Values

z	erf(z)	z	erf(z)	z	erf(z)	z	erf(z)	z	erf(z)
0	0	0.5	0.5204999	1	0.8427007	1.5	0.9661051	2	0.9953223
0.01	0.0112834	0.51	0.5292436	1.01	0.8468104	1.51	0.9672767	2.01	0.9955248
0.02	0.0225646	0.52	0.5378986	1.02	0.850838	1.52	0.9684135	2.02	0.9957195
0.03	0.0338412	0.53	0.5464641	1.03	0.8547842	1.53	0.9695162	2.03	0.9959063
0.04	0.0451111	0.54	0.5549392	1.04	0.8586499	1.54	0.9705857	2.04	0.9960858
0.05	0.056372	0.55	0.5633234	1.05	0.8624361	1.55	0.9716227	2.05	0.9962581
0.06	0.0676216	0.56	0.5716158	1.06	0.8661435	1.56	0.9726281	2.06	0.9964235
0.07	0.0788577	0.57	0.5798158	1.07	0.8697733	1.57	0.9736026	2.07	0.9965822
0.08	0.0900781	0.58	0.5879229	1.08	0.8733261	1.58	0.974547	2.08	0.9967344
0.09	0.1012806	0.59	0.5959365	1.09	0.8768031	1.59	0.975462	2.09	0.9968805
0.1	0.1124629	0.6	0.6038561	1.1	0.880205	1.6	0.9763484	2.1	0.9970205
0.11	0.1236229	0.61	0.6116812	1.11	0.883533	1.61	0.9772068	2.11	0.9971548
0.12	0.1347584	0.62	0.6194115	1.12	0.8867879	1.62	0.9780381	2.12	0.9972836
0.13	0.1458671	0.63	0.6270464	1.13	0.8899706	1.63	0.9788428	2.13	0.997407
0.14	0.156947	0.64	0.6345858	1.14	0.8930823	1.64	0.9796218	2.14	0.9975253
0.15	0.167996	0.65	0.6420293	1.15	0.8961238	1.65	0.9803756	2.15	0.9976386
0.16	0.1790118	0.66	0.6493767	1.16	0.8990962	1.66	0.9811049	2.16	0.9977472
0.17	0.1899925	0.67	0.6566277	1.17	0.9020004	1.67	0.9818104	2.17	0.9978511
0.18	0.2009358	0.68	0.6637822	1.18	0.9048374	1.68	0.9824928	2.18	0.9979506
0.19	0.2118399	0.69	0.6708401	1.19	0.9076083	1.69	0.9831526	2.19	0.9980459
0.2	0.2227026	0.7	0.6778012	1.2	0.910314	1.7	0.9837905	2.2	0.9981372
0.21	0.2335219	0.71	0.6846653	1.21	0.9129555	1.71	0.984407	2.21	0.9982244
0.22	0.2442959	0.72	0.6914328	1.22	0.9155339	1.72	0.9850028	2.22	0.9983079
0.23	0.2550226	0.73	0.6981037	1.23	0.9180501	1.73	0.9855785	2.23	0.9983878
0.24	0.2657001	0.74	0.7046778	1.24	0.9205052	1.74	0.9861346	2.24	0.9984642
0.25	0.2763264	0.75	0.7111554	1.25	0.9229001	1.75	0.9866717	2.25	0.9985373
0.26	0.2868997	0.76	0.7175365	1.26	0.9252359	1.76	0.9871903	2.26	0.9986071
0.27	0.2974182	0.77	0.7238214	1.27	0.9275136	1.77	0.9876909	2.27	0.9986739
0.28	0.3078801	0.78	0.7300102	1.28	0.9297342	1.78	0.9881742	2.28	0.9987377
0.29	0.3182835	0.79	0.7361032	1.29	0.9318986	1.79	0.9886405	2.29	0.9987986
0.3	0.3286268	0.8	0.7421008	1.3	0.9340079	1.8	0.9890905	2.3	0.9988568
0.31	0.3389082	0.81	0.7480031	1.31	0.9360631	1.81	0.9895245	2.31	0.9989124
0.32	0.349126	0.82	0.7538106	1.32	0.9380651	1.82	0.9899432	2.32	0.9989655
0.33	0.3592787	0.83	0.7595236	1.33	0.940015	1.83	0.9903468	2.33	0.9990162
0.34	0.3693645	0.84	0.7651426	1.34	0.9419137	1.84	0.9907359	2.34	0.9990646
0.35	0.3793821	0.85	0.7706679	1.35	0.9437622	1.85	0.991111	2.35	0.9991107
0.36	0.3893297	0.86	0.7761001	1.36	0.9455614	1.86	0.9914725	2.36	0.9991548
0.37	0.399206	0.87	0.7814397	1.37	0.9473124	1.87	0.9918207	2.37	0.9991968
0.38	0.4090095	0.88	0.7866872	1.38	0.949016	1.88	0.9921562	2.38	0.9992369
0.39	0.4187387	0.89	0.7918431	1.39	0.9506733	1.89	0.9924793	2.39	0.9992751
0.4	0.4283924	0.9	0.7969081	1.4	0.9522851	1.9	0.9927904	2.4	0.9993115
0.41	0.4379691	0.91	0.8018827	1.41	0.9538524	1.91	0.9930899	2.41	0.9993462
0.42	0.4474676	0.92	0.8067676	1.42	0.9553762	1.92	0.9933782	2.42	0.9993793
0.43	0.4568867	0.93	0.8115635	1.43	0.9568572	1.93	0.9936556	2.43	0.9994108
0.44	0.4662251	0.94	0.8162709	1.44	0.9582966	1.94	0.9939226	2.44	0.9994408
0.45	0.4754817	0.95	0.8208907	1.45	0.959695	1.95	0.9941793	2.45	0.9994694
0.46	0.4846554	0.96	0.8254236	1.46	0.9610535	1.96	0.9944263	2.46	0.9994966
0.47	0.4937451	0.97	0.8298702	1.47	0.9623729	1.97	0.9946637	2.47	0.9995226
0.48	0.5027497	0.98	0.8342314	1.48	0.9636541	1.98	0.994892	2.48	0.9995472
0.49	0.5116683	0.99	0.838508	1.49	0.9648979	1.99	0.9951114	2.49	0.9995707