

Úloha 4: Potenciálový schod s delta jámou.

Termín odevzdání: 11. prosince

Hamiltonián pro pohyb elektronu v dlouhé tenké heterostruktuře na povrchu polovodiče je popsán ve stavovém prostoru $L^2(\mathbb{R})$ jako

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_0\theta(x) - \lambda\delta(x),$$

kde V_0 a λ jsou kladná reálná čísla a $\theta(x)$ a $\delta(x)$ jsou Heavisidova skoková a Diracova delta funkce. Ve stacionární Schrödingerově rovnici proveďte transformaci souřadnice $x = x_0q$ a energie $E = V_0\epsilon$, čímž přejdete k bezrozměrným veličinám q a ϵ .

1. Určete hodnotu x_0 tak, aby stacionární Schrödingerova rovnice závisela na jediném bezrozměrném parametru (2 body).
2. Najděte podmínku pro existenci vázaného stavu v tomto systému (4 body).
3. Jaká je pravděpodobnost, že elektron popsáný vlnovou funkcí $\psi(x) = \exp(-a|x|)$, kde $a > 0$, se zachytí v tomto vázaném stavu (4 body).