

Úloha 4: Dvojitá delta jáma.

Termín odevzdání: 8. prosince

Uvažujme bezstrukturní částici v jedné dimenzi s Hamiltoniánem

$$\hat{H}\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) - \lambda[\delta(x+a) + \delta(x-a)]\psi(x), \quad (1)$$

kde $a > 0$ je konstanta určující polohu dvou úzkých potenciálových jam idealizovaných jako delta funkce, m je hmotnost částice a $\lambda > 0$ je konstanta charakterizující sílu potenciálu.

1. Z konstant úlohy \hbar, m, λ, a zkonstruujte konstanty x_0 a ϵ_0 s rozměrem délky a energie a přepište stacionární Schrödingerovu rovnici do bezrozměrných veličin $q = x/x_0$ a $\epsilon = E/\epsilon_0$. (2 body)
2. Najděte diskrétní spektrum operátoru \hat{H} (tj. energie vázaných stavů) (2 body) a příslušné správně normované (2 body) vlnové funkce (2 body).
3. Představte si, že částici připravíme ve stavu $\psi(x) = \exp(-m\lambda|x|/\hbar^2)$. Jaká je pravděpodobnost, že se částice zachytí v základním, nebo v prvním excitovaném stavu. (2 body)

Nápověda: Poslední otázku lze chápat jako měření energie částice připravené ve stavu $\psi(x)$. Odpověď na první otázku není jednoznačná, vyberte si možnost, která vám vyhovuje.