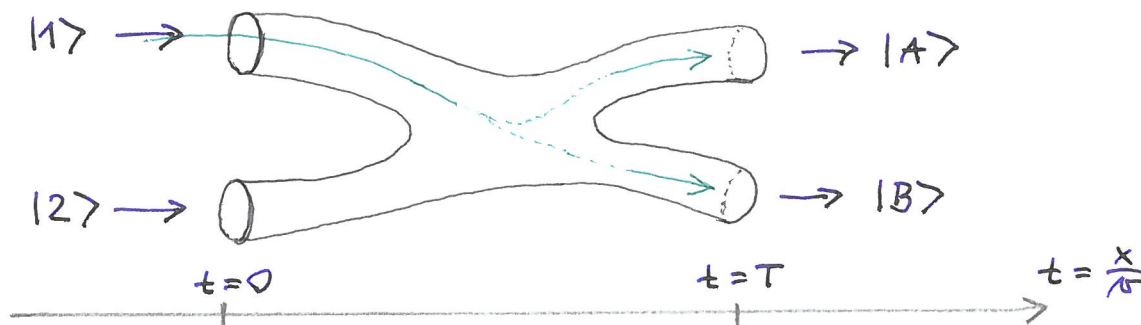


Úloha 4: Detekce nerozlišitelnosti částic.

Termín odevzdání: 23. dubna 2015



Částice prochází větvením (viz obrázek - beamsplitter). Pokud částice v čase $t = 0$ vstoupí jednou z větví 1 nebo 2, tak v čase $t = T$ vyletí s pravděpodobností $1/2$ jednou z větví A či B. Časový vývoj obecného kvantového vstupního stavu

$$|\psi(0)\rangle = \alpha_1|1\rangle + \alpha_2|2\rangle$$

do výstupního stavu

$$|\psi(T)\rangle = a_A|A\rangle + a_B|B\rangle$$

je popsán evolučním operátorem $\hat{U}(T) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{I} + i\hat{\sigma}_y]$

$$\begin{pmatrix} a_A \\ a_B \end{pmatrix} = U(T) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}.$$

1. Ověřte výpočtem, že částice, která vstoupí kanálem 1 vystoupí se stejnou pravděpodobností kanálem A nebo B a podobně je tomu pro částici vstupující kanálem 2 (1 bod).
2. Uvažujme nyní dvě rozlišitelné, ale jinak totožné částice, které navzájem neinteragují, takže evoluční operátor je $\hat{U}(T) \otimes \hat{U}(T)$. Předpokládejte, že jedna částice vletí kanálem 1 a současně druhá částice vletí kanálem 2. Jaká je pravděpodobnost, že obě částice vyletí stejným kanálem? Jaká, že každá vyletí jiným? Popište měření těchto pravděpodobností vhodným hermitovským nebo projekčním operátorem a ověřte, že tento operátor komutuje s permutačním operátorem, který vymění identitu obou částic (3 body).
3. Nyní spočtěte stejné pravděpodobnosti pro dva nerozlišitelné bosony (3 body).
4. Totéž pro nerozlišitelné fermiony (spin částic neuvažujte) a porovnejte výsledky těchto tří měření (3 body).

Poznámka: Tento efekt použili poprvé Hong, Ou a Mandel v roce 1987 (*Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044) pro měření s fotony a v letošním roce byl experiment proveden rovněž s atomy helia (*Nature* vol. **520**, strany 36 a 66).

Bonusová otázka (+2body): Ukažte, že libovolný evoluční operátor vyhovující popisu v zadání, lze převést do tvaru $\hat{U}(T) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{I} + i\hat{\sigma}_y]$ jen vhodnou volbou fáze básových vektorů $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|A\rangle$, $|B\rangle$.