

Cvičení 3: Skládání momentu hybnosti.

Motivace: Naučit se vypočítat Clebsch-Gordanovy koeficienty a používat bázi vlastních stavů celkového momentu hybnosti v příkladech.

Úloha 1 - Skládání spinu 1+1

Mějme dvě částice se spinem 1.

- Najděte explicitní vyjádření společných vlastních vektorů kvadrátu a z-tové složky celkového spinového momentu hybnosti.
- Z jejich vyjádření určete (alespoň některé) Clebschovy-Gordanovy koeficienty.
- Vyjádřete skalární součin $A = \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ spinů obou částic pomocí celkového spinového momentu hybnosti.
- Najděte vlastní vektory a vlastní čísla operátoru A .

Úloha 2 - Spinový řetízek 1/2 + 1/2 + 1/2

Interakce tří částic se spinem 1/2 je popsána hamiltoniánem

$$H = \frac{\omega}{\hbar} (2\vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)} + 2\vec{s}^{(2)} \cdot \vec{s}^{(3)} - \vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(3)}).$$

Najděte stacionární stavy systému. V čase $t = 0$ je systém připraven ve stavu $| - ++ \rangle$ (částice 1 má s_z rovnu $-\hbar/2$ a ostatní dvě částice $+\hbar/2$). Najděte časovou závislost pravděpodobnosti nalezení hodnoty $-\hbar/2$ pro s_z třetí částice.

Doporučený postup:

- Ukažte, že hamiltonián komutuje se složkami operátoru celkového spinu $\vec{S} = \vec{s}^{(1)} + \vec{s}^{(2)} + \vec{s}^{(3)}$ a také s kvadrátem operátoru $\vec{S}^{(13)} = \vec{s}^{(1)} + \vec{s}^{(3)}$.
- Najděte společné vlastní vektory kvadrátu a z-tové složky $\vec{S}^{(13)}$ (příslušná kvantová čísla označíme j, m) a z nich zkonstruujeme vlastní vektory kvadrátu a z-tové složky \vec{S} (kvantová čísla J, M).
- Vlastní hodnoty H vyjádřete pomocí J, M, j, m .
- Vektor $| - ++ \rangle$ napište jako lineární kombinaci stacionárních stavů a najděte jeho časový vývoj.