

Úloha 2: Interagující spiny.

Termín odevzdání: 23. března

Spin elektronu zachyceného v kvantové tečce interaguje magneticky s nedalekým atomem s celkovým momentem hybnosti 1. Jejich interakci popíšeme hamiltoniánem

$$\hat{H} = \frac{2\omega}{3\hbar} \vec{s}_e \cdot \vec{s}_m,$$

kde operátor $\vec{s}_e = \frac{\hbar}{2}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ popisuje spinový moment hybnosti elektronu, podobně

$$\vec{s}_m \equiv (s_x, s_y, s_z) = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \left[\left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{ccc} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{ccc} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{array} \right) \right]$$

popisuje moment hybnosti atomu a ω je reálné číslo popisující sílu interakce. Systém připravíme v čase $t = 0$ ve stavu $|-\rangle_e |1\rangle_m$ s minimální z-složkou spinu elektronu a s maximální z-složkou momentu hybnosti atomu. Spočítejte jaká je pravděpodobnost, že v čase $t > 0$ najdeme z-složku elektronu rovnu $+\frac{\hbar}{2}$.

Doporučený postup:

- Najděte společné vlastní stavy kvadrátu a z-složky celkového momentu hybnosti $\vec{S} = \vec{s}_e + \vec{s}_m$ (3 body).
- Najděte vlastní čísla a vlastní vektory hamiltoniánu \hat{H} (2 body).
- Vyjádřete vektor počátečního stavu pomocí stacionárních stavů a najděte jeho časový vývoj (3 body).
- Spočítejte hledanou pravděpodobnost a určete jaké maximální hodnoty a v jakém čase může nabýt (2 body).