

Úloha 5: Dva elektrony v trojtečce - II.kvantování.

Termín odevzdání: 28. května

Tato úloha úzce navazuje na předchozí úlohu, jen chci, abyste si tentýž systém osahali ve II. kvantování na Fockově prostoru.

Uvažujme tedy kreační operátor \hat{a}_{ns}^\dagger , který kreira elektron se z-tovou složkou spinu $s_z = s\hbar/2$ v kvantové tečce číslo n , kde $s = +, -$ a $n = 1, 2, 3$, tj. $|ns\rangle = \hat{a}_{ns}^\dagger|0\rangle$.

1. Napište stavový vektor $|\psi_1\rangle$ popisující jeden elektron se spinovým stavem $|+\rangle$ v tečce $|1\rangle$ a druhý se spinem $|-\rangle$ v tečce $|2\rangle$ a stavový vektor $|\psi_2\rangle$ pro dva elektrony se spinem $|+\rangle$ opět rozmístěné do teček 1 a 2. (1 bod)
2. Napište jednoelektronový hamiltonián

$$\hat{h} = \beta\hbar \sum_s \sum_{n=1}^3 \sum_{m \neq n} |ns\rangle \langle ms|$$

rozšířený na operátor \hat{H} na Fockově prostoru pomocí kreačních a anihilačních operátorů. (2 body)

3. Ukažte, že kreační operátor \hat{a}_1^\dagger má v Heisenbergově obrázku následující časovou závislost

$$\hat{a}_{1s}^{\dagger(H)}(t) = \frac{1}{3}\hat{a}_{1s}^\dagger(e^{2i\beta t} + 2e^{-i\beta t}) + \frac{1}{3}(\hat{a}_{2s}^\dagger + \hat{a}_{3s}^\dagger)(e^{2i\beta t} - e^{-i\beta t}).$$

Buď řešte Heisenbergovu pohybovou rovnici, nebo alespoň ověřte, že jde o její řešení. (3 body)

4. Napište rozšíření jednoelektronového operátoru

$$\hat{p}_1 = \sum_s |1s\rangle \langle 1s|$$

na operátor \hat{P}_1 na Fockově prostoru (pravděpodobnost nalézt nějaký elektron v tečce 1) a najděte jeho střední hodnotu ve stavu $|\psi_1\rangle$ v čase t . Výpočet je jednodušší v Heisenbergově obrázku, kde je časová závislost dvou operátorů (místo 4 ve Schrodingerově obraze) a tu znáte z bodu 3. (4 body)