

Úloha 2: Atom vodíku v kvadrupólovém poli.

Termín odevzdání: 4. dubna

Atom vodíku je vložen do potenciálového pole $V(\vec{r}) = \alpha z^2$, kde $\vec{r} = (x, y, z)$ je operátor polohového vektoru elektronu a $\alpha \ll 1Ry/a_0^2$ je (malé) reálné číslo. V prvním řádu poruchové teorie spočtete, jak se posunou/rozštěpí první dvě hladiny. Návod:

- Operátor V napište jako složku ireducibilního tenzorového operátoru druhého řádu (2body).
- Pro výpočet maticových elementů poruchy V použijte Wignerovu-Eckartovu větu. Nenulové maticové elementy vyjádřete pomocí veličiny (4body):

$$Q_{nl} \equiv \langle nlm | (3z^2 - r^2) | nlm \rangle \Big|_{m=l}.$$

Tato veličina se nazývá kvadrupólový moment stavu nl a dá se snadno vypočíst pro $nl=2p$ stav $Q_{2p} = -12a_0^2$ (a_0 je Bohrov poloměr).

- Najděte stavy, které diagonalizují poruchu a určete korekce energie (4b).

Nápověda: Pro konstrukci ireducibilních složek využijte tabulku sférických harmonik. Nejdříve identifikujte nenulové maticové elementy. Potřebné Clebschovy-Gordanovy koeficienty pro $j_1 + j_2 = 2 + 1$ můžete převést na koeficienty pro $j_1 + j_2 = 1 + 1$, (které je snazší odvodit pomocí posunovacích operátorů) pomocí relací

$$\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle = (-1)^{j_1 - j_2 + m} \sqrt{2j + 1} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j_2 & j_3 & j_1 \\ m_2 & m_3 & m_1 \end{pmatrix},$$

nebo si je můžete najít v tabulkách.